

¿QUÉ PUEDEN APORTAR A LOS ENSEÑANTES LOS DIFERENTES ENFOQUES DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS? (Segunda parte)

BROUSSEAU, G.
IREM, Université de Bordeaux I, Francia.

Versión castellana de Luis Puig

SUMMARY

In the first part of this paper we raised the question of whether a customized theory of the didactics of mathematics was legitimate and presented an overview of such a theory. This second part analyses the contribution from and constraints to the classical approaches and social practices on which they rely, and discusses the relationship between mathematics and its didactics.

INTRODUCCIÓN

En la primera parte de este artículo hemos presentado lo que podrían ser las aportaciones de la didáctica —mezclando todos los enfoques— a los enseñantes. Nos hemos creído en la obligación de presentar de manera algo detallada —aunque demasiado alusiva— los progresos que se deben al enfoque unitario y sistémico, esto es, el correspondiente a la cuarta acepción de la didáctica, porque nos parece que aún son poco conocidos. Ha de estar claro empero que otras aportaciones hubieran merecido nuestra atención, si se hubiera tratado de establecer un palmarés. Hay un gran número de trabajos sobre la educación matemática y en favor de ella, procedentes de horizontes muy diversos, que merecen nuestra atención, nuestro respeto y, a menudo, incluso nuestra admiración. Antes de proseguir en el marco que nos hemos dado era importante precisarlo y no olvidarlo, ya que se trata ahora de examinar las ventajas y las limitaciones que están ligadas a los diferentes enfoques de la didáctica.

Para esta tarea vamos a utilizar el método de análisis que hemos presentado en la primera parte. Mostraremos que las acepciones diferentes que hemos identificado para el término «didáctica» corresponden a situaciones —es de-

cir, a prácticas y a estructuras sociales, o, dicho de otra manera, a instituciones— diferentes, y que estas diferencias permiten comprender el verdadero significado de los matices que separan unas acepciones de las otras. En particular, podremos explicar por qué definiciones perfectamente compatibles desde el punto de vista lógico resultan ser irreconciliables, al menos por ahora, por sus consecuencias sociológicas. De hecho, nuestra intención es el análisis de esas instituciones y de su papel en la difusión del conocimiento matemático y no la constatación de matices bizantinos enunciados en un debate académico. Mostraremos, además, que esas situaciones son diferentes no porque las describamos como diferentes, sino porque engendran procesos diferentes y porque, por su propio funcionamiento, dan a las prácticas asociadas a las diferentes acepciones de la palabra didáctica probabilidades de existir muy distintas.

Al usar este método de análisis, nos veremos conducidos a examinar tres fenómenos característicos del funcionamiento de estas prácticas sociales —la innovación, el tecnicismo y el empirismo científico— y un concepto nacido de ellas: la investigación-acción.

INSTITUCIONES, PRÁCTICAS SOCIALES Y ACEPCIONES DE LA DIDÁCTICA

1. Recordemos las cuatro acepciones del término 'didáctica': las dos primeras definen la didáctica como el proyecto y el acto de enseñanza (la primera), o como las técnicas y los medios que éste utiliza (la segunda). En ambos casos, el didacta debe mostrar su capacidad para asumir *la responsabilidad de la enseñanza* y, eventualmente, su voluntad de participar en su mejora. Las dos últimas acepciones definen la didáctica como el estudio de la enseñanza, de sus técnicas y de los fenómenos a los que da lugar. El didacta, desde cualquiera de estos dos puntos de vista, asume *la responsabilidad de la validez de sus declaraciones*.

No hay inconveniente alguno en aceptar que una misma palabra designe dos actividades una de las cuales es reflexiva respecto a la otra, con tal que sus campos coincidan: la Física estudia el mundo físico, y la Estadística, las estadísticas. Ahora bien, ¿quién necesita la etiqueta 'Didáctica' para su actividad? En primer lugar, claro, los formadores de profesores, para identificar el contenido de su enseñanza, estructurarlo y, eventualmente, justificarlo; quizá, también, las tecnoestructuras de la enseñanza (los que toman decisiones, los que producen libros y materiales...) en la medida en que se profesionalicen, se industrialicen y escapen a la identificación administrativa; pero, ¡no los profesores!, a ellos el término les llega de fuera.

Para definir su posición y señalar su diferencia respecto al enseñante, sobre todo en formación de profesores en ejercicio, el formador ha de dar a su discurso al menos un carácter de novedad, incluso de revelación, y legitimarlo apoyándose en un saber sabio que su «alumno» no posee. El contenido de su didáctica será pues o bien *innovación* —más adelante estudiaremos este fenómeno— o bien una lejana especialidad científica: el didacta de las matemáticas será psicólogo, filósofo, pedagogo, lingüista, antropólogo...

Esta necesidad de diferenciación será aún más imperiosa si la formación se imparte en una Universidad. Y si, además, esa Universidad tiene una especialidad en la formación de profesores, se resentirá la necesidad de una etiqueta común para todos los que se dedican a ello. El término 'Didáctica' presenta la ventaja de no tener un lugar definido en el panorama de las ciencias y de permitir así a cada uno de los que intervengan en la formación de profesores, sea cual sea su disciplina de origen, indicar el objeto de sus preocupaciones sin renegar de su origen. Si éste ha de ser el uso del término 'didáctica', en la lógica universitaria, la Didáctica ha de definirse entonces por sus investigaciones «científicas». Las dos primeras acepciones (enseñanza, técnicas de enseñanza) no son entonces adecuadas; pero las mismas condiciones que hacen necesaria una acepción como la tercera (que sean estudios científicos) excluyen la cuarta acepción, por el momento.

En efecto, los especialistas, cuando proceden de horizontes diferentes y están en una misma institución para ocuparse de la formación de los profesores y estudiar la enseñanza, necesitan palabras comunes. El éxito del

estructuralismo en los años setenta testimonia que esta necesidad no es exclusiva de quienes se dedican a la formación de profesores; pero nos enseña, sobre todo, que esos términos han de ser lo suficientemente difusos como para permitir que cada uno trate las cuestiones que estudia en el marco de su disciplina. Los formadores de profesores necesitan, también, un término estandarte que los reagrupe alrededor de esta Torre de Babel, y que señale, al mismo tiempo, su singularidad en su disciplina. El término 'didáctica' representa para ellos ese papel, digamos, «ecuménico», y se amuebla entonces con conceptos «interdisciplinares».

Como consecuencia, todos los aspectos de la enseñanza que van a escaparse de la responsabilidad y de los conceptos de la didáctica así concebida, o bien otra disciplina se hará cargo de ellos, o bien se tratarán como evidencias o en el discurso de la opinión. Ahora bien, la mayoría de los fenómenos de didáctica implican hechos que atañen a un buen número de disciplinas, y de una manera especial para cada una de ellas. Además, las declaraciones generales sobre la enseñanza constituyen el cemento de la comunidad. Tratarlos en una disciplina autónoma —esto es, de acuerdo con la cuarta acepción de 'didáctica'—, con la misma seriedad que cualquier otra proposición científica, obligaría a cada cual o bien a ser experto en ella y, por tanto, a salir a menudo de su disciplina de procedencia, o bien a aislarse en un papel meramente técnico. Como consecuencia, la introducción de una didáctica autónoma —cuarta acepción—, o bien pondría en entredicho el estatuto y la justificación de cada uno de los participantes en la formación de profesores, o bien les retiraría la posibilidad de comunicación. Está claro, por tanto, que lo que resulta molesto no es la llegada de uno o varios conocimientos científicos, sino la de un dominio de responsabilidad. La línea de menor resistencia consiste pues, para los didactas de estas instituciones, en no asumir la responsabilidad científica de aquellas de sus declaraciones que se refieren a la enseñanza en sí misma, sino considerarlas como evidentes, o del dominio de la opinión. Han de luchar pues, ferozmente, contra la aparición de una didáctica unitaria en la que se pretendería examinar sistemáticamente lo bien fundado, la consistencia y la pertinencia del conjunto de esas declaraciones.

En estas condiciones, la Didáctica —en la cuarta acepción— apenas tiene alguna posibilidad de existencia estable. Supondría, al menos, que cada uno se obligue a volver a situar su trabajo respecto a la teoría didáctica, para prolongarla o cambiarla; que devuelva eventualmente a las otras disciplinas la parte de responsabilidad que no pueda asumir; que señale su posición y el estatuto de sus declaraciones cuando trate sobre las relaciones con otros sectores o cuando les tome vocabulario; que utilice más naturalmente los términos cuyo uso se ha extendido en la comunidad, pero que establezca las correspondencias oportunas entre los conceptos y las palabras de orígenes distintos. Tales restricciones aparecen como inútiles, restrictivas, dictatoriales, sectarias y pretenciosas. Es incivil hasta sugerirlas.

2. Señalemos, además, que, incluso cuando se interesan por los mismos objetos y les dan el mismo nombre, los

didactas procedentes de disciplinas diferentes, lo hacen con distintos significados.

Por ejemplo, la *situación didáctica*, objeto de estudio a priori, de previsiones, de hipótesis y de cálculos para la didáctica fundamental (esto es, la didáctica en su cuarta acepción), sólo es para el psicólogo metido a didacta un protocolo experimental si la ha inventado, o, en caso contrario, condiciones contingentes que hay que describir para analizarlas a posteriori. Para el primero, los comportamientos de los alumnos son instrumentos que permiten revelar las propiedades de la situación, para el psicólogo, las situaciones son medios de revelar las características del alumno o de los alumnos. Ante los responsables de la enseñanza, los primeros están dispuestos a producir numerosas observaciones sobre el trabajo o las técnicas de enseñanza, y, si es preciso, están dispuestos para proponer ingeniería. Pero se ven obligados a permanecer constantemente en guardia. Sus conocimientos sólo aseguran el control de una parte escasa de los numerosos elementos necesarios para gestionar las decisiones que hay que tomar, y el medio no está preparado para interpretar y para utilizar correctamente sus aportaciones. Por el contrario, los especialistas que no han colocado a la teoría de la enseñanza como su objeto de saber, están permanentemente tentados de aceptar las solicitudes de las que los didactas pueden ser objeto por parte de la administración y tomar parte en la elaboración de las decisiones. Socialmente se justifican por su competencia en un dominio que evidentemente está relacionado con la enseñanza, pero, de hecho, hacen que entre en juego una experiencia de la enseñanza que ellos no asumen en el plano de la teoría. Les resulta tan fácil dar opiniones y participar como expertos en las decisiones, porque dejan a los enseñantes la tarea de gestionar las dificultades. Esta didáctica exógena tiende a dar a los enseñantes un gran número de dictámenes periciales parciales. En ausencia de una teoría y de las técnicas apropiadas, no puede integrarlas, en realidad, más que como opinión. Ahora bien, a las instancias de decisión que piden un dictamen de experto, le proponen, por el contrario, lo que sólo pueden ser opiniones y les sirve de coartada científica.

3. Otro efecto natural y notable de entender la didáctica como aplicación de un conjunto de ciencias humanas es que conduce a agrupar a los formadores de profesores en Facultades de Educación, que deben también, como consecuencia de ello, asegurar la comunicación de los conocimientos fundamentales y teóricos. Esta elección no carece de consecuencias tanto sobre nuestros conocimientos en Didáctica como sobre la enseñanza misma, y, naturalmente, sobre la formación de profesores. Señalaremos algunos de ellos.

– Los enseñantes sólo tienen ya contactos indirectos con los «productores» del saber, que, por su parte, dejan de conocer los problemas de enseñanza, lo que, en matemáticas, puede tener consecuencias dramáticas.

– Estos investigadores no sostienen entre ellos verdaderos debates de validez cuando se trata de cuestiones de contenidos de enseñanza. Cada uno tiene interés en permanecer instalado en su competencia en su disciplina.

– Las vías de investigación que se favorecen naturalmente son pues las que reposan sobre la hipótesis de una vaga complementariedad en el seno de equipos pluridisciplinarios, y que se expresan en un lenguaje común a todo el mundo; quedan excluidas, casi con toda certeza, las investigaciones sobre lo que es específico del conocimiento que se pretende, en beneficio de asuntos más generales.

– La formación de los profesores se concibe como yuxtaposición de enfoques y de teorías independientes, cuya integración y utilización se deja a cargo de los propios profesores. En ausencia de una responsabilidad teórica y técnica sobre la enseñanza misma, cada investigación en «didáctica» fundada sobre una de las disciplinas conexas no tratará en el mejor de los casos más que uno de los aspectos de la cuestión y desembarcará pues en advertencias, observaciones, análisis científicos lanzados al foro, señalando a los enseñantes. Estos reproches, de nula utilidad para los profesores, están destinados en realidad, muy a menudo, al público, y éste los transforma en exigencias impacientes, en picotadas ideológicas y finalmente en críticas obsesivas de la enseñanza.

– Los enseñantes y los especialistas de la disciplina en cuestión (aquí los matemáticos que enseñan en las facultades de educación, a los que, en algunos casos, se les ha llegado a llamar ‘fundamentalistas’) se ven conducidos entonces a minimizar el papel de toda teoría, a poner en primer plano el contenido puro o la experiencia profesional. Ésta puede ser considerada, en el límite (y este límite se alcanza objetivamente en algunos países), como hasta tal punto incommunicable que se ve cómo se afirma que la mejor formación que se puede proponer a un futuro maestro es la que puede adquirir por sí mismo sobre la marcha. Uno se pregunta qué es lo que impide entonces que esta *concepción empírica* radical se aplique también a los propios niños, y que se declare que la mejor formación en matemáticas para ellos sería la que pueden adquirir resolviendo completamente solos los problemas con que se encuentren.

– Las disciplinas conexas a menudo son impotentes para plantearse los problemas centrales de los profesores, mientras que sus teóricos deben mostrar a todos la utilidad de la aportación de su disciplina. Forzados por la situación, lo que éstos hacen es tomar prestados los conceptos profesionales utilizados por los profesores –conceptos que deberían estudiar, pero que, en cambio, rápidamente promueven a medio de análisis, en vez de considerarlos objeto de estudio–. Aceptan subrepticamente esos conceptos como si fueran conceptos científicos, tras, simplemente, haberlos sistematizado y racionalizado un poco. Y esta operación pueden realizarla, ya que esos conceptos no tienen en su dominio otros que compitan en la teoría con ellos. Los integran entonces a su discurso para los profesores y éstos, encantados por esa sacralización, en forma de efecto Jourdain confirman la utilidad práctica de esos conceptos de «didáctica». Es imposible que se deslice ninguna verdadera crítica de consistencia ni de validez en este proceso.

– En esta perspectiva, las teorías específicas, llamadas «home made», textualmente «hechas en casa» (es decir,

que no se refieren a un dominio fundamental), están muy mal vistas. Oficialmente porque pueden permitir una proliferación de declaraciones incontrolables por la comunidad científica, pero en parte también porque tienden a modificar el flujo de los investigadores de los diferentes dominios hacia los puestos abiertos para la formación de profesores.

4. La definición tecnicista, por otra parte, satisficaría bastante bien a una concepción de la enseñanza muy extendida y que se puede calificar de administrativa. El gobierno, la sociedad, los padres determinan las finalidades que los didactas-metodólogos traducen en objetivos, en medios de evaluación, y en instrumentos de enseñanza, que la administración aplica y gestiona. Estos didactas pueden ser incluidos en la administración y funcionar como burócratas, o ser exteriores a ella y ser llamados como expertos ante conflictos eventuales entre los protagonistas de la enseñanza.

Esta práctica es de uso común en Estados Unidos, donde da una función social a esta didáctica. No deja, sin embargo, de ser endeble por su debilidad teórica y la mediocridad de su ingeniería, que no permiten ni comprender ni dominar ninguno de los grandes fenómenos de didáctica del momento. Los resultados que esta vía empírica ha producido no son despreciables, pero el apoyo en que confía y que espera de la psicología y de la teoría del conocimiento resulta ser muy frágil. De manera que las aportaciones teóricas se suceden y cohabitan bien o mal, ¡qué más da!, sin coherencia ni herencia: Guilford, Ausubel, Piaget, Bruner, la teoría de los procesos cognitivos... y un conjunto impresionante de resultados heteróclitos, cada vez menos integrados, que no permiten producir lecciones que se apoyen en la teoría, ni asegurar los efectos de las que aparecen, ni canalizar los sobresaltos de la innovación.

El meollo de la posición tecnicista consiste, a fin de cuentas, en plantear los problemas en función de las soluciones que se les propone dar. Por ejemplo, si se tiene previsto disponer de un ordenador en las aulas, se estudia la ayuda que puede aportar ese ordenador y se definen las carencias de la enseñanza en función de lo que se piensa que éste podría aportar. Esta actitud conduce rápidamente a circunscribir el estudio de la enseñanza en los estrechos límites impuestos por una «teoría-práctica» ad hoc, y lo que nosotros llamamos la *epistemología espontánea de los profesores*. Los conceptos se definen directamente en función de las decisiones que permiten tomar, y toda teorización está condenada a la cosificación. Se ha observado, por ejemplo, que los enseñantes utilizan exactamente las mismas categorías para identificar los errores de los alumnos, plantear un diagnóstico sobre sus causas, y encarar un remedio cualquiera.

Uno de los ejemplos más notables del capítulo tecnicista de la didáctica lo proporciona el *problem solving*. Las notables reflexiones de Polya permiten precisar el sentimiento general de que, ante un problema, los alumnos no saben buscar una solución. ¿Cómo desarrollar sus aptitudes en este dominio? Por supuesto que enseñándoles, mediante ejercicios apropiados y algunos consejos jui-

ciosos, las heurísticas tan útiles e ingeniosas que proporcionan las introspecciones del matemático. Fracaso, no sólo no se observan mejoras sensibles más que en una parte ínfima de los alumnos, sino que el resto de los alumnos se interrogan tan dolorosamente sobre qué heurística tienen que aplicar, como anteriormente lo hacían a propósito del teorema que tenían que utilizar. ¿Habrá entonces que buscar heurísticas de segundo orden para introducir las de primer orden?! Esta observación no debe desacreditar los intentos hechos por los profesores de despertar y mantener el interés de los alumnos por los problemas, pero el resultado era perfectamente calculable en teoría de las situaciones por las mismas razones que examinaremos más adelante con el abuso de la analogía. El tecnicismo sería simplemente objeto de chanza, si su aspecto pragmático y serio no condujera regularmente a los responsables de la enseñanza a invertir los escasos recursos de los que disponen para la investigación en sus costosas quimeras.

LAS RELACIONES DE LA DIDÁCTICA CON LOS ENSEÑANTES: LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN

Las concepciones que tienen los didactas —sean de la especie que sean— van a mostrar una importancia capital y van a producir los efectos más espectaculares precisamente en sus relaciones con los enseñantes. Estas relaciones son actualmente confusas, y lo son de dos maneras distintas y opuestas.

La primera, que calificaremos de *realista* es la que acabamos de explorar extensamente y la que corresponde a las tres últimas definiciones de la didáctica. Ésta se manifiesta en este caso, ya sea por la producción de medios para enseñar a petición de los profesores —que, a su vez, son empujados por la opinión de sus clientes o de sus patronos—, ya sea por dictámenes de experto en caso de conflictos entre los protagonistas del proyecto educativo. Incluso si esta concepción no aparece como totalmente satisfactoria desde muchos puntos de vista, podemos constatar que justifica cada uno de los aspectos de la didáctica evocados anteriormente al atribuirle una función socialmente dominada (en el sentido de la cibernética). La investigación científica debe convencer a la opinión pública de que la sociedad puede mejorar su uso de la enseñanza —y su control sobre ella— a costa sólo de un mínimo de información, de una inversión limitada a fondo perdido en la investigación y de una exigencia de mayor eficacia respecto de la enseñanza. Los enseñantes tienen interés en profesionalizar su trabajo al identificarlo bajo la forma de técnicas reproducibles y en someterse al esquema general de las relaciones socioprofesionales que conduce a una división del trabajo bastante contraria a las concepciones humanistas clásicas. Es fácil poner en evidencia los patinazos y las torpezas de este modelo, y sus caricaturas acechan en los textos más serios sobre la enseñanza.

En el segundo modelo, que llamaremos *idealista* se prohíbe todo reparto de las tareas de enseñanza: la

acción de enseñar exige conocimiento, vigilancia y reflexión. La concepción y la ejecución de un proyecto de enseñanza conduce a plantearse problemas inéditos, a resolver algunos de ellos, a formular hipótesis, a hacer observaciones y a tomar conocimiento de algunos hechos. Por otra parte, la investigación puramente experimental parece extremadamente limitada en didáctica a causa del número excesivamente elevado de variables de las que puede depender el resultado y del hecho de que la mayoría escapan al dominio del análisis. Las interacciones organizadas por el investigador con su objeto de estudio no podrán ser controladas a priori completamente, según parece. Éste tendrá que intervenir sin cesar en el curso del proceso, es decir, tendrá que comprometerse en la acción, incluso si su objetivo sólo es obtener informaciones. Además, por razones deontológicas, manipular a los alumnos como cobayas parece tan inaceptable al investigador, como le parece al enseñante tratarlos como robots. Ambos deben tomar conciencia de su compromiso efectivo en la mejora de la enseñanza: de la que ellos imparten y de la que otras impartirán gracias a ellos. Así que toda enseñanza es una investigación y toda investigación en didáctica es, de hecho, una acción; los profesores están implicados en ellas, luego deben serle asociados. Es necesario, en consecuencia, desarrollar conceptos y métodos apropiados. Con un razonamiento de este tipo, K. Lewin creó en ciencias humanas hace más de cuarenta años el concepto de investigación-acción.

Este concepto expresa un voto, una necesidad, pero plantea tres preguntas esenciales:

- 1) Es posible y evidentemente deseable para la enseñanza que ésta se acompañe de investigaciones y recíprocamente. Pero, ¿pueden desarrollarse esas dos actividades al mismo tiempo cuando las conduce la misma persona?
- 2) ¿Hace falta para ello crear un concepto nuevo? ¿Qué aporta ese nuevo concepto a cada una de las tareas?
- 3) Ese concepto tiene un cierto éxito. ¿Qué papeles representa ante los diversos protagonistas que lo adoptan?

Reflexionar durante la acción de enseñar, *con vistas a aumentar su saber didáctico*, no da al profesor ninguna ventaja para esa acción. Reflexionar, *con vistas a mejorar la acción en curso*, conducirá a las mismas reflexiones si éstas son útiles, y, si no, evitará perder tiempo y energía en proyectos secundarios. Para poder observar un hecho de enseñanza, hace falta por un instante aplazar el tomar la decisión que se impondría como óptima en el estado de los conocimientos del momento. Después de que ciertas anticipaciones hayan sido deducidas de los saberes puestos en duda, hay que renunciar al control continuo del desarrollo de las operaciones para dejar a la contingencia una oportunidad de falsarlas o validarlas, sea cual sea el método. Así, la investigación en ejecución, en el momento de la acción de enseñar lo único que puede aportar son trabas a esa acción. Sólo son útiles los resultados adquiridos, o ya fuertemente apuntalados.

Inversamente, la obligación de enseñar es ciertamente un estimulante y una fuente de reflexiones insospechadas

para un investigador que puede comportarse como botánico, pero, cuando no es fenomenotécnica, es decir organizada para los fines de la investigación, la enseñanza tiene pocas oportunidades de realizar las interacciones específicas que conviene establecer para un debate científico.

No hay ninguna razón para cambiar las reglas de justificación: la enseñanza se aprecia en tanto que enseñanza independientemente de las circunstancias, y las investigaciones, por su parte, se aprecian por los conocimientos que establecen. Pero, aunque sea estimulante, el hecho de conducir simultáneamente los dos tipos de acciones no cambia por ello su naturaleza. La incompatibilidad temporal local entre la acción y la investigación se debe a la confrontación de dos lógicas diferentes. Y es ineludible.

En las experiencias de didáctica, conviene, por el contrario, que se respeten ambas lógicas. Se ejercen dialécticamente, conducidas por personas diferentes, dotadas de poderes equilibrados. Es preciso que el profesor pueda estar completamente orientado hacia el objetivo de enseñanza que le está asignado y que las condiciones en las que ejerce esa acción estén fijadas explícitamente, casi contractualmente, por otro. El enseñante puede aceptar o renunciar en cada instante a proseguir, según piense poder actuar de la mejor manera por el bien de los alumnos o no. Es responsabilidad del investigador el saber si las condiciones realizadas son precisamente aquéllas para las que él había previsto realizar observaciones. Para conseguir que el enseñante no pueda ni ser desposeído de la autonomía que necesita, ni actuar como propietario de la clase y mostrar sólo lo que él quiere, hace falta que la didáctica disponga de algo más que una vaga ideología: necesita sólidos conocimientos sobre los propios fenómenos.

Un texto reciente (Bouvier 1986), que hace la apología de la investigación-acción, insiste sobre el hecho de que todos los participantes forman una población de profesores-investigadores, cada uno de los cuales opera con sus alumnos, en su clase, trata de responder a sus propias preguntas y todos actúan *simultáneamente*. Le parece una diferencia significativa el hecho de que las situaciones didácticas sean realizadas por profesores o por terceros (ingenieros didácticos). Una buena situación es una buena situación, sea quien sea su autor. Excepto si se declara que toda situación didáctica y toda investigación son comunicables, la personalidad, el estatuto o la profesión de las personas no cambia nada, se trata de definir papeles. Las personas pueden cambiar: en una representación de *Les femmes savantes*, todos los actores no pueden representar a la vez el papel de Trissotin.

¿Cuál puede ser la razón de esta confusión de los géneros, de este deseo de transformar la enseñanza en investigación y recíprocamente? ¿Se trata de huir de un juicio coherente de la acción producida? ¿Acaso se trata de justificar una mala investigación gracias a la buena apreciación sobre la enseñanza que dan los prácticos? ¿O acaso se trata de paliar la mediocridad de una enseñanza por el interés y la profundidad de las observaciones que ha provocado?

Parece, en realidad, que este concepto de investigación-acción, bastante mal construido, vacío desde el punto de vista teórico, e inútil técnicamente, se haya retomado en didáctica para resolver sin grandes gastos el problema de las relaciones en los grupos en los que profesores de enseñanza secundaria y universitarios colaboran para producir materiales de enseñanza. Los primeros encuentran en él el reconocimiento de su competencia, para expresarse sobre la enseñanza en pie de igualdad con los segundos, y una promoción de sus acciones. La igualdad, reafirmada así, borra las diferencias de estatuto en el grupo. Los segundos pueden aparentar que se alinean modestamente con sus colegas, y pagar así tributo para tener acceso a las clases y a la experiencia de los profesores, acceso que les es indispensable para producir una ingeniería de calidad y, más aún, para difundirla.

La investigación-acción no necesita otras competencias que las competencias de las que ya disponen los actores, y se despreocupa del control de consistencia, de la preocupación teórica e, incluso, de la publicación de resultados. Anima así un diletantismo que es muy difícil de combatir y que se manifiesta hasta en algunas tesis doctorales, lo que alimenta, con razón, nuevas críticas. Completamente orientada hacia el proselitismo y la apología de la acción, halaga a los enseñantes tomando su terminología profesional sin mantener ninguna distancia y sin precauciones, y se vanagloria de tratar directamente los problemas *realmente sentidos* por los profesores, que la otra didáctica desatendería. Estas promesas se acompañan de ataques que presentan lo que son esfuerzos de análisis científico de la enseñanza como algo aterrador—prepararían un «Goulag didáctico»—, o irrisorio—sus efectos sobre el sistema serían imperceptibles—, y incomprensibles para los profesores. Éstos últimos sólo se sentirían concernidos por las soluciones rápidas y transparentes que la didáctica-acción se supone que puede aportar. Los esfuerzos de difusión de los magros resultados (es así) de la didáctica se califican de propaganda y adoctrinamiento. Al mismo tiempo, esos esfuerzos se juzgan como insuficientes, y esa insuficiencia se denuncia como la prueba del desprecio de esos investigadores por los enseñantes.

Sazonados con rumores anticientíficos de moda y con una buena dosis de adulación servil a las ideologías en voga, estos panfletos son tan excesivos y tan falsos que no parecen demasiado peligrosos; además, las peticiones maximalistas que vehiculan limitan su alcance práctico. Reflejan bien, sin embargo, un estado de ánimo extendido en ciertos grupos de enseñantes entre los más activos. Esta ilusión—que bastaría con que lo quisiera para que mañana mismo todo enseñante se convirtiera en investigador y, como consecuencia de ello, pudiera resolver todos los problemas que se le presentaran—conduce a consagrar todo el dinero disponible a acciones de masas. Y se ha expresado con la suficiente fuerza como para, en dos ocasiones, hacer que no tuvieran éxito las veleidades de dotar, modestamente empero, a algunas universidades y en concreto algunos IREM de verdaderos medios de investigación en didáctica.

LA DIDÁCTICA Y LA INNOVACIÓN

Es indispensable que todo enseñante, cada día, comience su clase como si los conocimientos que propone a sus alumnos fueran descubiertos por primera vez en el mundo y como si este encuentro fuera decisivo para el futuro de la humanidad. Si esta necesidad de mantenerse con vida, tanto para el profesor como para los alumnos, ha sido subrayada en muchas ocasiones, es porque el contrato didáctico tiende—legítimamente— a fijar la acción de enseñar, a codificar los métodos, a definir el saber escolar; tiende a volver obsoletas, para el profesor, las situaciones que utiliza, y obsoletos, para el alumno, los conocimientos tratados.

Los medios de luchar contra estos envejecimientos son renovaciones en las diferentes ramas del contrato: en las relaciones con el alumno, en las relaciones con el saber y con la comunidad de los matemáticos, en las relaciones con las situaciones de enseñanza. Una ilusión simpática, pero peligrosa, consiste en sostener que el mejor medio de evitar el envejecimiento sería evitar su señal principal: es decir, todo mecanismo, toda reproducción y, en el límite, todo aprendizaje. Para permanecer siempre frescos, el profesor *haría* matemáticas con sus alumnos, matemáticas sin referencia al pasado, justificadas exclusiva y totalmente por las circunstancias y la vida de los alumnos. Esta posición empirista, rousseauiana y radical conduce a lo peor: hace ostentación, en su principio, de la negación misma del objetivo de la enseñanza, que es comunicar un saber cultural laboriosamente adquirido y unas referencias requeridas por un contrato social. Hace reposar la relación didáctica sobre toda una serie de mentiras harto pesadas. Cada uno de los protagonistas sabe de sobra que los textos del saber ya están escritos en otro lugar y no parece legítimo que el enseñante se permita cambiar una sola iota de ellos *en el momento de enseñarlos*.

Sí, para permanecer alerta, el profesor puede *hacer* matemáticas en el sentido clásico de intentar responder a preguntas abiertas o plantear cuestiones de matemáticas interesantes y nuevas, pero es excepcional que lo que es objeto de investigación pueda ser también, inmediatamente, un buen objeto de enseñanza. Sí, para permanecer alerta, el profesor debe «rehacer» matemáticas conocidas buscando qué tipo de problemas permiten resolver, qué tipo de preguntas conducen a plantear, cómo se puede mejorar su eficacia y su presentación. Recontextualizar las matemáticas de otra manera—en particular para sus alumnos— es la actividad esencial del profesor. Es de naturaleza didáctica y matemática a la vez, constituye una etapa de la transposición didáctica. Este volver a tomar los conocimientos matemáticos con vistas a preparar futuras puestas en duda y futuros descubrimientos forma, incluso, la contribución específica de la enseñanza al avance de la ciencia. Hoy todavía no se reconoce esto porque la comunidad y los conocimientos que pueden permitir controlarla y dar cuenta de ella aún no existen.

Es cierto, por tanto, que la enseñanza es en parte—y seguirá siéndolo— un teatro y que, de una manera u otra, el profesor deberá asumir sus relaciones con el objetivo—la comunicación de los conocimientos— y los medios

—las situaciones didácticas—. En el teatro, las responsabilidades recíprocas del actor y el autor están reguladas desde los tiempos de Shakespeare, Molière y Diderot. ¿Llegará a ser el profesor una especie de actor del saber? ¿Llegará a ser la didáctica una colección de textos que el profesor deberá «limitarse» a representar y que ni siquiera podrá escoger? Mi respuesta es «sí, en ciertos momentos, no hay nada indigno en aclarar honestamente lo que uno hace». ¿Puede el profesor vivir como actor sin poner en peligro su propia acción? La escena —que es su lección— es representada por enésima vez por el mismo actor, y, a veces, ante el mismo público. Necesita pues una especie de renovación para mantener la atención y la vigilancia de unos y otros. El profesor prefiere vivir hoy como un actor de la Comedia dell'Arte y, por eso, necesita innovaciones.

A priori, la innovación corresponde a lo que podríamos denominar actividad didáctica no enseñante del profesor. Es uno de los medios menos arbitrarios que se ofrecen al profesor para volver a encontrar su frescura en peligro de perderse, ya que la innovación se supone que actúa sobre el propio acto de enseñar. Aparece pues como una necesidad imperiosa en el terreno de cada profesor particular. Pero la innovación es un mecanismo *didáctico*, social por tanto, y un objeto de inversión libidinal como la investigación; su análisis sistémico —una de las formas de investigación en didáctica— muestra que el funcionamiento de la innovación conduce a resultados diferentes de los que ésta anuncia.

Una innovación, por definición, no puede permanecer oculta, debe ser comunicada. Debe pues merecer la mayor difusión y proponer, por tanto, «cosas que funcionen» en una forma comunicable a todos. Por tanto, su difusión debe justificarse por una constatación previa del fracaso de los métodos antiguos —las innovaciones precedentes—. Debe pues insistir sobre el hecho de que es nueva y que presenta al menos una diferencia esencial. Para hacerlo rápidamente, más vale desacreditar y escotomizar resueltamente el pasado. Bajo una presentación halagadora, la innovación permite a una parte de los enseñantes vivirse como renovadores: gente que «desarrollan sus competencias», que «actúan para mejorar las condiciones de enseñanza», que «enuncian conclusiones operatorias» y que actúan sobre su medio¹. Su objetivo es general: propagar la innovación, extenderla y generalizarla por diferentes medios de acción social. La innovación necesita público, se trata, por tanto, de un fenómeno de tipo autocatalítico, su progresión, muy fuerte al principio (exponencial), disminuye rápidamente como la concentración en beocios. Su fuerza y su velocidad de propagación se anulan más pronto de lo previsto: cuando más del veinte por ciento de los profesores comparten un mismo punto de vista, éste se convierte en algo que es impropio mantener si se quiere sostener una función de renovador. Los primeros renovadores, u otros, vuelven entonces su mirada hacia nuevos horizontes —ya haya sido «buena» o «mala» la innovación que abandonan—, y esto ocurre tanto más deprisa cuanto más éxito haya tenido la difusión de la primera innovación.

El sistema que describimos es el de la moda. Los enseñantes necesitan moda. Sí, moda, ¿por qué no? No veo

nada censurable en este mecanismo de incitación al consumo. Concretamente, el proceso se prosigue por una constatación de fracaso más o menos profundo, una batalla confusa en la que los primeros innovadores gritan “¡Traición!” y piden más medios de formación o de presión sobre sus colegas. Entonces, una nueva ola de innovación resulta indispensable para todos, con el fin de «superar» este período penoso de disturbios que todos y cada uno se apresurarán a olvidar. Por ello, la innovación no permite nunca extraer lecciones útiles de las experiencias que no cesa de provocar y, por tanto, no puede aportar nada al conocimiento de la didáctica. En el mejor de los casos, la innovación le toma a la didáctica sus adquisiciones, pero para otros usos.

La constatación de fracaso es necesaria, por tanto, para el automantenimiento de la innovación, pero ¿es ineluctable el propio fracaso? No, creo que a través de estas innovaciones —por otro lado, fuertemente cíclicas— el progreso camina pese a todo, pero sus posibilidades de acción son muy limitadas. En efecto, para difundirse con suficiente velocidad, una innovación necesita el ritmo que sólo los procesos de la moda pueden permitirle. Para permitir ese ritmo, hace falta que las innovaciones no afecten a nada esencial en las partes profundas de las prácticas de los enseñantes: la moda en el vestido puede cambiar el cuello o la longitud de los abrigos, pero no puede hacerles agujeros.

El mecanismo de difusión de la innovación es más complejo y depende de los conocimientos que se pretenden. Las razones de su éxito y de su fracaso han sido estudiadas de manera más precisa en algunos casos particulares: el de los diagramas, y el de una innovación que en apariencia tuvo éxito, la de las teorías y los métodos de Dienes. Los fenómenos que hemos sacado a la luz a propósito de este último son interesantes: Dienes propuso la organización bourbakista de las matemáticas, a la vez como epistemología, como modelo de psicología cognitiva y psicogenética, como lógica y como modelo de proceso de enseñanza. Produjo materiales didácticos muy apreciados. El corazón de esta maravillosa simplificación, apoyado por el ambiente estructuralista de la época, es la «operación cociente conjuntista» de los matemáticos que hace corresponder a una relación de equivalencia y a un conjunto la lista de las clases de objetos equivalentes. Generalizar es pasar de objetos equivalentes a su propiedad común. Para enseñar, hace falta hacer vivir al alumno situaciones «isomorfas», es decir, equivalentes desde el punto de vista de su estructura matemática. Después de algunas experiencias de este tipo, el alumno reconoce la misma estructura, la esquematiza y puede, entonces, formalizarla.

Esta teoría es aceptada por los profesores porque ellos la utilizan implícitamente: corresponde exactamente a prácticas corrientes de enseñanza. En efecto, en el origen hay una exigencia del contrato didáctico: si el alumno fracasa, hay que darle otra oportunidad de efectuar la solución por sí mismo; pronto la repetición se erige en principio de aprendizaje; pero, para disimular la identidad de las cuestiones, hay que variar condiciones no pertinentes: el alumno, debidamente advertido de este hecho, busca analogías; el profesor, por otra parte, le invita a ello.

Este *abuso de la analogía* conduce al alumno a extraer las semejanzas que corresponden a las intenciones del profesor y a centrarse en variables no pertinentes, en vez de comprender la necesidad interna de la situación. Así, resuelve sus problemas más por transferencia de algoritmos que por comprensión del sentido. De hecho, ante la ausencia de intenciones didácticas, el proceso de aprendizaje empírico así descrito no funciona. Por el contrario, la enseñanza fundada sobre la hipótesis de este proceso puede, él sí, funcionar realmente. Basta que los alumnos puedan adivinar el objeto de saber que el profesor les presenta así, un poco disimulado por una ficción didáctica. Pero, si la analogía es un poco lejana o si hay que hacer un esfuerzo específico de comprensión, la mayoría de los alumnos no pueden «leer» la intención del profesor y fracasan, por tanto, en este reconocimiento. Por el contrario, no pueden negar la semejanza cuando se les muestra, el fracaso se pone así en su cuenta y no en la del enseñante.

Para tener éxito, el método de Dienes exige pues un contrato didáctico explícito (el alumno debe buscar semejanzas); señales didácticas claras (las situaciones deben estar cercanas en el tiempo, en número y con el ritmo convenientes); pero, sobre todo, la presión del profesor debe ser suficiente para que el contrato didáctico funcione. Se observa entonces que con los renovadores, los que quieren mostrar que el método tiene éxito, efectivamente tiene éxito: los alumnos aprenden lo que el profesor les propone. Por el contrario, el método fracasa con los enseñantes que *creen* en la verdad de la teoría didáctica de Dienes: por supuesto que proponen, unas tras otras, las fichas de trabajo convenientes, pero el aprendizaje no se produce. La explicación es que esperan que el proceso funcione como una ley física y, por tanto, no ejercen ninguna presión sobre el contrato didáctico.

He traído a colación esta historia para sacar de ella algunas observaciones y algunos ejemplos. En concreto, en el abuso de la analogía vemos un ejemplo del efecto Topaze —el profesor simplifica su tarea al hacer las cosas de manera que el alumno obtenga la respuesta correcta mediante una lectura banal de las preguntas del profesor y no mediante una actividad matemática auténtica sobre la estructura propuesta—, y un ejemplo del efecto Jourdain —el alumno obtiene la respuesta correcta mediante un reconocimiento banal y el profesor atestigua el valor de esta actividad mediante un discurso matemático y epistemológico sabio.

La aceptación por los profesores de la teoría de Dienes es un ejemplo de las relaciones falsas que pueden establecerse entre la investigación y la enseñanza: el investigador utiliza, conscientemente o no, conceptos creados por los profesores para resolver los problemas de gestión de la enseñanza. Los racionaliza un poco, los traduce en términos sabios y los devuelve sacralizados por un aura científica a los profesores, que los reconocen como «verdaderos» y los adoptan de inmediato con entusiasmo, sin cambiar nada de su trabajo, asegurando, de paso, el éxito social del investigador. Éste es otro efecto Jourdain.

Aún más sutil, he aquí lo que podría ser un *teorema de didáctica*: si los profesores creen suficientemente en la eficacia propia de un método didáctico hasta el punto de descansar casi completamente sobre él, dejan de cumplir su papel en la negociación del contrato didáctico, y el método fracasa. La paradoja sólo lo es en apariencia, pero ilumina con una luz inquietante el porvenir de las tecnologías didácticas gracias a las cuales se creería poder descuidar la vigilancia de los profesores y los conocimientos fundamentales en didáctica.

En resumen, toda innovación en enseñanza, fundada sobre una constatación de fracaso, debe borrar las innovaciones precedentes y las referencias a un progreso de los conocimientos (al revés de lo que hace en otros dominios). Acaba por fracasar y, por consiguiente, ninguna innovación puede atacar las condiciones esenciales de la enseñanza. Sin embargo, actúa sobre la enseñanza, pero con una eficacia por fuerza limitada y con un coste social y epistemológico que podría parecer excesivo. Será entonces necesario que la didáctica defienda y sostenga la innovación que pueda suscitar, reconocer y guiar —como se hace en otros campos científicos— y de la que pueda mostrar al menos su importancia simbólica. ¡Esperemos que la didáctica sea lo suficientemente fuerte para ello!

Esta puntualización de la innovación era necesaria, ya que la pregunta del título de este artículo habría podido ser comprendida quizá por muchos como la siguiente: «¿Qué es lo que la didáctica podría aportar a un profesor, que sea *diferente* de lo que la innovación propuesta por los propios profesores puede producir y que esta innovación *no* aporte?»

Mis palabras no deberían hacer creer, sin embargo, que soy un adversario de la innovación. En primer lugar, porque he intentado, y aún intento en cierta medida, ser un «innovador» y también. He producido lecciones «nuevas», técnicas e ideas «nuevas». A continuación, porque una buena parte de los medios de los que dispongo en la escuela Jules Michelet en Talence se debe a un flujo continuo de innovaciones y de sugerencias dirigidas a los formadores de la región, innovaciones cuya difusión directa se retrasa al máximo para permitir que cada uno las utilice en las mejores condiciones en su oficio de formador y, por consiguiente, aún durante algún tiempo de *renovador*. La innovación me permite comprar y abonar en cuenta la investigación hasta que ésta pueda representar su papel plenamente. Pero mi mano derecha —investigación— debe ignorar lo que hace mi mano izquierda —innovación—. Además, porque la innovación produce fenómenos en cuya ausencia sería muy difícil hacer avanzar las reflexiones teóricas, y seríamos totalmente incapaces de producir experimentalmente —y por otra parte, nos sentiríamos moralmente impedidos de hacerlo—. Finalmente, porque en el sentido amplio que le hemos dado inicialmente, la innovación es el principio mismo de la acción de enseñar: de la misma manera que ninguna teoría de la dinámica puede librar a un conductor de mirar la carretera y de tomar las decisiones que sólo él puede tomar, la didáctica no puede sustituir al enseñante en el acto de enseñar. Rehusarle el

derecho a la innovación sería rehusarle el derecho a dotar de sentido a lo que hace.

Lo único que es necesario es no confundir los papeles. Nada impide a un actor que escriba obras y que las represente, sencillamente no hace las dos cosas a la vez. Los profesores pueden ayudarse mucho y ayudar a la didáctica interesándose por sus dificultades, participando en sus progresos y en sus desafíos intelectuales. Pueden utilizar *bajo su responsabilidad* los resultados de ingeniería que ésta produce como subproductos. Pueden participar en sus investigaciones y en sus debates, como profesionales o como aficionados —aceptando las reglas del juego y según su disponibilidad—, esta ayuda será siempre preciosa. La didáctica es su negocio, igual que la biología y la medicina lo son para los que las practican. Tiene una función limitada, pero precisa e irremplazable: necesita su comprensión y su apoyo, incluso si aún no puede apenas aliviar su carga.

En la elección que hacemos de desarrollar bajo el nombre de *Didáctica* una teoría fundamental de la comunicación de los conocimientos matemáticos, no hay ninguna incompatibilidad con otras definiciones u otras orientaciones. Por el contrario, es una concepción que favorece la integración de las aportaciones de los otros dominios y su aplicación a la enseñanza, y que establece con la práctica una relación sana de ciencia a técnica, y no de prescripción a reproducción. No condena a priori ninguna acción en favor de la enseñanza. Pero hay que comprender que es un error querer obligar a la didáctica a cualquier precio a comprometerse en cada una de las acciones de enseñanza y a desempeñar en ellas un papel que no es el suyo. En el mejor de los casos, se le propone desafíos ridículos e imposibles, desafíos que nadie osaría exigir a ciencias mucho más avanzadas. En el peor de los casos, se corre el riesgo de confiar a sus expertos responsabilidades que están más allá de sus fuerzas y de reproducir errores semejantes a los que se ha visto en otros lugares (por ejemplo, en economía).

Una de las funciones de la didáctica podría ser entonces —al revés de lo que algunos han insinuado—, la de contribuir a frenar un proceso que consiste en transformar el saber en algoritmos utilizables por robots o humanos subempleados y en disminuir la parte de reflexión noble en todas las actividades humanas para transmitírsela a algunos.

LA DIDÁCTICA Y LAS MATEMÁTICAS

La didáctica de las matemáticas debe ser objeto de investigación por parte de los matemáticos y formar parte de las responsabilidades de su comunidad. ¿Por qué? Hay dos tipos de argumentos: la didáctica de las matemáticas forma parte de las matemáticas; la función social y cultural de los matemáticos les asigna responsabilidades que les interesa asumir y que no pueden asumir seriamente más que desarrollando la didáctica. Esto no quiere decir que se prohíban otros enfoques.

1. Una primera categoría de argumentos concierne *las relaciones de los dominios de conocimientos*:

1.1. Para hacer didáctica de las matemáticas hace falta, en primer lugar, conocer «perfectamente» las matemáticas que se quiere enseñar y su historia. Hace falta también ser capaz de situarlas —o situarlas de nuevo— en diferentes contextos matemáticos, antiguos o recientes, cuando esto es útil, sin detenerse por la profundidad de la reflexión, a causa de insuficiencias de *cultura matemática*. Estos conocimientos pueden superar de lejos los que se quiere enseñar y nadie puede decir por anticipado cuáles son suficientes.

1.2. El estudio de los fenómenos de difusión de conocimientos exige a menudo estudios *metodológicos* específicos que solicitan ramas diversas de las *matemáticas aplicadas* (estadística, teoría de la medida, lógica, teoría de los lenguajes...). Tenemos un ejemplo de ello en el análisis factorial de correspondencias de los cuestionarios con modalidades (Pluvinage) o el análisis implicativo (Lerman, Gras).

1.3. *La búsqueda de las condiciones* que hacen funcionar y desarrollarse conocimientos matemáticos determinados, como producción adaptativa de un sujeto o un grupo humano, es, *por su naturaleza*, una *actividad matemática*, como la investigación de problemas o de cuestiones relacionados con una investigación matemática, o la reorganización de conocimientos adquiridos. Por otra parte, la demostración, y ulteriormente la axiomatización, han sido, desde un cierto punto de vista, respuestas a problemas de didáctica.

A medida que los conocimientos del funcionamiento de esos sujetos y esos grupos se precisan y se hacen más complejos, el estudio de las condiciones se torna más difícil y comienza a ser objeto de conocimientos nuevos de tipo matemático. Cuando las circunstancias y la precisión lo exigen, se puede ser conducido al estudio de modelos matemáticos bastante complejos en los que pueden aplicarse numerosos dominios matemáticos (teoría de la información, teoría de juegos...)

1.4. Sería ciertamente muy prematuro evocar el enfoque matemático de los hechos didácticos, un camino comparable en su ambición y en su complejidad, si no lo es en sus métodos, a lo que hacen la ecología y la economía matemáticas. La referencia misma podría no ser muy sólida. Sin embargo, varios intentos en este sentido han hecho mucho por la clarificación de los problemas de enseñanza (Dienes, Brousseau, Chevallard, Artigue).

1.5. Pero la razón fundamental e ineludible es que *la transposición didáctica es una de las componentes fundamentales de la propia actividad de los matemáticos*.

Reorganizar su pensamiento para comunicarlo, o para enseñarlo, elegir lo que va a convencer, lo que va a ser útil, etc., constituye una parte importante de la actividad de los productores de matemáticas; pero reorganizar las matemáticas para enseñarlas y para favorecer nuevas investigaciones es una componente esencial de la propia *investigación*. Es un acto de matemático que es un

efecto, controlado o no, también del trabajo del enseñante. No es posible ya a los matemáticos controlar esta transposición didáctica sobre la base de una transparencia ilusoria. La complejidad de los fenómenos les obliga a ejercer esta fase esencial de su actividad colectiva con la ayuda de los medios nuevos y apropiados que propone la didáctica.

Por todas estas razones, la didáctica de las matemáticas forma parte de las matemáticas, incluso si la organización actual de los conocimientos, profundamente estructuralista, no le puede reservar un sector en el sentido clásico.

2. Una segunda categoría de argumentos concierne a la *función social de los matemáticos y de sus didactas*:

¿Por qué los matemáticos, como comunidad, tendrían que interesarse por la enseñanza y su mejora (sea cual sea el tipo de conocimientos y de acción que haya que emprender)? ¿Por qué tendrían que hacerlo a título especial, en vez de alinearse con otras disciplinas, precisamente en el momento en que parecen aparecer, en las ciencias humanas, sectores que pretenden ocuparse de estas cuestiones de manera científica?

2.1. La mayoría de los matemáticos son también profesores. Es, por tanto, legítimo que se interesen en la mejora de su función como tales. Pero esta razón es insuficiente para justificar la explicitación de las reglas del arte de enseñar, bastaría con que supieran ejercerlas.

2.2. Si el número de sus alumnos disminuyera, el número de los matemáticos profesionales que viven de la enseñanza disminuiría también. Ahora bien, una parte importante de sus alumnos serán, a su vez, profesores de matemáticas. Es, por tanto, indispensable que los matemáticos se interesen por la formación de los profesores de matemáticas. Ahora bien, esta formación exige complementos que cada vez se presentan como más necesarios. Continuar imaginando, como se hace en Francia, que esos complementos pueden ser reducidos a la formación práctica sobre el terreno y a algunas conferencias de ciencias humanas podría mostrarse al final como un error dramático. La presión creciente del público para adaptar su enseñanza a sus necesidades o a sus fantasmas la ha conducido, en otros muchos países, a hacer bascular la formación de todos los enseñantes hacia Facultades de Educación, en las que los matemáticos no son más que el complemento de los otros, en donde los saberes no explicitables tienen dificultades para mantenerse, y en las que la didáctica se torna la llamada «didáctica específica» o psicología de los procesos cognitivos, sectores de investigación respetables, pero que dejan poco lugar para reflexiones sobre el «contenido». La comunidad de los investigadores matemáticos se descuarta entonces de manera dramática entre varias instituciones, y la distancia entre la enseñanza y la ciencia en desarrollo se acrecienta de manera excesiva. Este modelo es ya hoy en día mayoritario en el mundo, y se está imponiendo en todos los países en vías de desarrollo por el intermediario del Fondo Monetario Internacional.

Si se quiere evitar los dos escollos —el diletantismo empirista y la especialización segregativa— es prudente

tomar en consideración los argumentos que conducen a aumentar o a mantener globalmente el número de los matemáticos dedicados a la formación de profesores, incluso si esto ha de producirse a costa de algunos puestos reservados a la didáctica de las matemáticas.

2.3. Las matemáticas constituyen una disciplina más alejada que las demás de la cultura popular e, incluso, en cierto sentido, de la tecnología y de la producción; por este hecho, la formación de futuros matemáticos y usuarios de las matemáticas depende más que en otros casos de la calidad de la enseñanza. Además, ésta depende, entre los alumnos, de una representación correcta y positiva de la actividad matemática, de una buena epistemología «práctica» y de concepciones didácticas adaptadas. Hay que desarrollarlas, luego hay que conocerlas.

Las concepciones y las representaciones de los alumnos y de los padres están dirigidas por las de la sociedad y, por tanto, por la actividad de la noosfera matemática, fundada a su vez sobre ese tipo de discurso. En cualquier caso, los matemáticos estarán implicados en este tipo de debates, ya sea en el momento en que la calidad de los estudiantes que entran en la universidad les parezca que baja y ya no les permita satisfacer las normas de calidad que se dan a sí mismos, ya sea cuando los ciudadanos se inquieten por la inadecuación de la enseñanza a su sociedad. En ese momento, no bastará con sacudir a la administración como hasta ahora.

2.4. La obligación de vigilancia epistemológica propia de cada disciplina me parece un argumento menos subalterno. Los matemáticos son responsables, al menos en parte, del «uso» que se hace de su producción. A ellos es a quien se invita, más pronto o más tarde, en última instancia, a zanjar los significados y la validez de lo que se hará en su nombre. La función social que consiste en asegurar que las matemáticas utilizadas, en uno u otro sitio, son correctas no es tan fácil de ejercer como han podido creerlo algunos recientemente. Apenas puede ser delegada, exige que se cultive y conjugue un gran número de conocimientos extranjeros, sin abandonar gran cosa de las matemáticas.

2.5. El argumento más fuerte, desde mi punto de vista, concierne la enseñanza obligatoria. La obligación de vigilancia epistemológica es más fuerte en ella y se dobla con una obligación moral imperiosa. No se trata sólo de enseñar los rudimentos de una técnica, ni siquiera los fundamentos de una cultura científica; las matemáticas en este nivel son el primer dominio —y el más importante— en que los niños pueden aprender los rudimentos de la gestión individual y social de la *verdad*. Aprenden en él —o deberían aprender en él— no sólo los fundamentos de su actividad cognitiva, sino también las reglas sociales del debate y de la toma de decisiones pertinentes: cómo convencer respetando al interlocutor; cómo dejarse convencer contra su deseo o su interés; cómo renunciar a la autoridad, a la seducción, a la retórica, a la forma, para compartir lo que será una verdad común; de qué depende el uso que los otros hacen de sus conocimientos y de la manera en que tratan estos problemas de verdad.... Soy de los que piensan que la educación matemática, y en particular la educación ma-

temática de la que acabo de hablar, es necesaria para la cultura de una sociedad que quiere ser una democracia.

La enseñanza de las matemáticas no tiene el monopolio ni del pensamiento racional ni de la lógica ni de ninguna verdad intelectual, pero es un lugar privilegiado para su desarrollo precoz.

Sería falso creer que aquí no se está tratando más que de cualidades humanas que apenas tienen ninguna relación con los contenidos y cuyo desarrollo compete esencialmente a la educación y la pedagogía. En primer lugar, no se trata exactamente de las mismas matemáticas. Entre una acumulación de destrezas y técnicas y el aprendizaje del razonamiento y de la construcción de las matemáticas, hay más que un matiz, y el debate está abierto sobre el proyecto social. Además, la idea de que el aprendizaje podría hacerse según leyes formales independientes del conocimiento que se pretende me parece que es del tipo que mata la substancia misma del saber, vaciando el sentido y el deseo fuera del acto de conocer. ¿Dónde y cómo se hacen esos conocimientos y qué placer se obtiene en ello? ¿Quién puede hacer descubrir a los alumnos la extraña ocupación que consiste en hacer matemáticas e interrogarse sobre la verdad de una cuestión más o menos gratuita? ¿Quién, si no los matemáticos? Y, sin duda, sólo una pequeña parte de ellos.

2.6. Esta vigilancia debe ejercerse en los dos sentidos: sobre la enseñanza y sobre la sociedad. Hoy día, nuestra civilización ansía comodidades, técnicas y desarrollos muchos de los cuales dependen de resultados de las matemáticas: tanto la genética, como el disco compacto o la tarjeta de los cajeros automáticos con número secreto han consumido matemáticas de varias especies. La sociedad acepta alimentar a la comunidad de los matemáticos con la esperanza de nuevos «progresos».

Para tener buenos resultados en los juegos olímpicos, se admite que es preferible tener numerosos deportistas y, por tanto, invertir en una política de masas; sea esto cierto o falso, muchos niños penan en su escolaridad obligatoria para aprender matemáticas bajo formas que les serán inútiles con toda certeza. Sudan, no por su porvenir personal, sino para satisfacer una exigencia social. Por razones económicas, esta misma civilización no cesa de desmatematizar, deshumanizar las actividades humanas: en donde antes hacía falta un conocedor, se quiere colocar un robot o un obrero «especializado». Por todas partes las reflexiones y los razonamientos deben ceder el sitio a los algoritmos y a los métodos. Esta tendencia furiosa aboca a disminuir, a la vez, la inteligibilidad de los saberes que hay que comunicar y el número de puestos que se ofrecen a conocedores de nivel intermedio. Se observará que este proceso se retroalimenta: torna cada vez más difícil la comunicación de los saberes, lo que disminuye el número de especialistas, lo que parece necesitar una desmatematización aún más fuerte, etc. Finalmente, las dificultades de esta comunicación llegan a ser suficientes para atraer una nueva forma de explotación: se exige matemáticas como medio de selección. Las empresas más diversas acaban reclutando todo tipo de responsables extraídos de la escasa población de supervivientes para tareas que nunca más exigirán esas matemáticas.

¿Cómo reacciona esta sociedad a la miseria que se provoca así? ¿Asume al menos sus responsabilidades? ¿Se abstiene de llevar a juicio a la enseñanza o la disciplina, después de haber llevado a juicio al alumno? Y, si lo hace, ¿consagra el menor esfuerzo a buscar las causas de estas dificultades y los medios de reducirlas? ¿Vemos a las sociedades que utilizan tecnologías de las que se llaman de «punta» financiar investigaciones dirigidas a aliviar el sufrimiento de los alumnos sobre el que se construye en parte su prosperidad? No se trata de unirse a la cohorte de los que lloran por sistema sobre la suerte de los pobres alumnos, sino de comprender, por el contrario, que no sirve de nada recular, y recular de nuevo, ante exigencias contradictorias.

Hemos aprendido que para vencer algunas enfermedades a veces hacía falta saberes y medios inmensos. Estamos aprendiendo que, para dominar los fenómenos económicos, no basta con decidirlo entre todos y hacer que las decisiones las ejecute una «buena» administración. Tampoco basta con saber, hay que cambiar las prácticas y la ideología de los participantes y adaptar las estructuras. Las dificultades ligadas a la creación y la difusión de los conocimientos son, al menos, tan complejas como las que están ligadas a la creación y a la difusión de los bienes materiales. Son menos visibles a causa de los tiempos de respuesta, que son considerables. Pero ¿son por ello menos importantes? Hoy en día parece como si formaran parte de las calamidades naturales o de las maldiciones ineluctables, pero nos comportamos ante ellas como los cazadores del paleolítico.

Los matemáticos son los únicos que gozan del crédito necesario para hacerse oír por las instancias implicadas. Las matemáticas están entre los conocimientos más difíciles de difundir y, aparentemente, más solicitados. Los matemáticos son pues los primeros que han de afrontar ciertos problemas de educación, ciertamente más generales, pero más urgentes para ellos. ¿Han de esperar necesariamente a que a todas las disciplinas les atañe de la misma manera como lo exige el dogma de la homogeneidad administrativa?

2.7. La inclusión de la didáctica de las matemáticas en las matemáticas se justifica por los conocimientos esperados de la conexión de las estructuras correspondientes.

Se podría intentar aún preparar más matemáticos que fueran muy buenos —y que sólo fueran matemáticos— y enviarlos a los sectores en que sus cualidades y sus conocimientos se requieren. Allí, lejos de la comunidad matemática, pero cerca de su trabajo predilecto, harían didáctica si eso fuera necesario. Es un procedimiento que se utiliza en otros sectores. Pienso, por el contrario, que hace falta que trabajen en los mismos laboratorios de investigación, y que intervengan en la formación de profesores como pertenecientes a esos lugares, en función de necesidades más o menos específicas, según su especialización. La eficacia, la calidad y la coherencia de la enseñanza ganarían con ello, pero, sobre todo, se trata de reafirmar los lazos que se corre el riesgo de que no se anuden naturalmente y que son indispensables: es poco probable que los didactas puedan mantenerse por más tiempo a resguardo de las interpelaciones de las

ciencias humanas o del medio que pretenden tratar; por el contrario, nada concreto atrae verdaderamente a la comunidad matemática a tratar seriamente y con respeto sus problemas epistemológicos sociológicos y morales mediante la didáctica. Hace falta, al menos por ahora, que los didactas estén en la comunidad matemática porque a ella es a la que deben hablar y sobre ella deberán actuar finalmente. ¡Que los matemáticos los controlen, de acuerdo, pero que no puedan desembarazarse de la responsabilidad de su acción, sea cual sea la suerte que les reserven!

Notas

(1) Estas expresiones son las de A. Bouvier (1986). Para caracterizar la investigación-acción, la opone a la investigación que él llama «tradicional», en la que el investigador pretendería esencialmente «la apropiación de las competencias de los otros, la mejora de su propio estatuto de investigador y su carrera, y la aparición de nuevas preguntas, de nuevas hipótesis» (p. 521). ¡Me parece que mi amigo Alain exagera un poco!

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOUVIER, A. (ed.), 1986. *Didactique des Mathématiques. Le dire et le faire*. (CEDIC/Nathan: Paris).