Universitat Autònoma de Barcelona - Universitat de València
ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS 44-2 (2026), 167-186
Innovaciones didácticas
https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.6608
ISSN (impreso): 0212-4521 / ISSN (digital): 2174-6486

© del autor

Una propuesta de tarea formativa sobre la magnitud de las fracciones

A Formative Activity about the Magnitude of Fractions

Gabriela Gibim, Laura Rifo
Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Brasil
gabi.gibim@gmail.com, laurarifo@unicamp.br
ORCID: https://org/0000-0002-7588-3579, https://orcid.org/0000-0002-1579-8073

Nuria Climent
Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía, Universidad de Huelva, España
climent@ddcc.uhu.es
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0064-1452

Miguel Ribeiro
Departamento de Ensino e Práticas Culturais (DEPRAC), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Brasil
miguelr@unicamp.br
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3505-4431

RESUMEN • El estudio presenta la implementación de una tarea sobre la magnitud de las fracciones, aspecto clave para entender los números fraccionarios. La implementación se realizó en un encuentro de formación continua en una universidad española, con profesorado que enseña matemáticas a niños de 6 a 16 años, con una tarea diseñada como experiencia innovadora basada en el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Los resultados muestran dificultades en la estimación, comparación y representación de operaciones con fracciones. Asimismo, la implementación de la tarea favoreció la ampliación de las discusiones y el análisis del tema, lo que indica su potencial para la innovación en la formación docente. El estudio confirma la importancia de la magnitud de las fracciones en la formación docente y cómo su comprensión puede mejorar el entendimiento de los números fraccionarios.

PALABRAS CLAVE: Magnitud de las fracciones; Formación del profesorado; Enseñanza de las matemáticas.

ABSTRACT • This study presents the implementation of an activity about fraction magnitude, a key aspect of understanding rational numbers. The task took place during a continuing professional development session at a Spanish university, with teachers who teach Mathematics to children aged six to sixteen. The task was designed as an innovative experience based on the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge model. The results reveal difficulties in estimating, comparing and representing operations with fractions. However, the implementation of the activity fostered broader discussions and deeper analysis of the topic, indicating its potential for innovation in teacher education. The study confirms the importance of fraction magnitude in teacher education and shows how its understanding can improve the comprehension of rational numbers.

KEYWORDS: Fraction magnitude; Teacher education; Mathematics teaching.

Recepción: enero 2026 • Aceptación: abril 2026 • Publicación: junio 2026

Gibim, G., Rifo, L., Climent, N. y Ribeiro, M. (2026). Una propuesta de tarea formativa sobre la magnitud de las fracciones (2016-2024). *Enseñanza de las Ciencias, 44*(2), 167-186.
https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.6608

INTRODUCCIÓN

Las fracciones representan un desafío tanto para el alumnado como para el profesorado (Serrazina y Rodrigues, 2018). La literatura identifica como principales fuentes de estas dificultades la generalización excesiva de propiedades válidas para los números enteros, pero no para las fracciones, así como la falta de comprensión de las magnitudes fraccionarias (Jordan et al., 2016)

La comprensión de la magnitud se refiere a la habilidad de reconocer que las fracciones especifican cantidades que pueden ser localizadas y ordenadas en la recta numéricas. Diversos estudios señalan que la magnitud de las fracciones constituye uno de los conceptos más complejos de aprender, posiblemente debido a la dificultad del alumnado para reconocer las diferencias entre las propiedades de los números naturales y las de las fracciones (Ervin, 2017). En consecuencia, desarrollar dicha comprensión implica identificar tanto las semejanzas como las diferencias entre los números enteros y fraccionarios. Comprender qué son las fracciones y saber utilizarlas resulta esencial para el aprendizaje de conceptos matemáticos más avanzados lo cual refuerza la necesidad de investigaciones que contribuyan a mejorar la enseñanza y el aprendizaje de este tema.

En este contexto, proponemos responder a cómo una tarea formativa centrada en el conocimiento especializado del profesorado sobre la magnitud de las fracciones genera procesos de cuestionamiento que ponen en tensión interpretaciones previas y favorecen la construcción de nuevas comprensiones.

El conocimiento matemático del profesorado ha sido ampliamente reconocido como un componente clave en la calidad de la enseñanza y, en consecuencia, en el rendimiento del alumnado (Depaepe et al., 2015). Esta relación ha sido documentada en diversos estudios, los cuales evidencian que el dominio del contenido por parte del profesorado influye directamente en la calidad y profundidad de las oportunidades de aprendizaje ofrecidas al estudiantado. En el ámbito específico del conocimiento docente sobre la magnitud de las fracciones, la literatura ha aportado contribuciones relevantes (Lemonidis et al., 2018). Sin embargo, estos trabajos también señalan la necesidad de continuar investigando esta temática, especialmente en el contexto de la formación inicial y continua del profesorado.

En este marco, se diseñó una experiencia formativa orientada a contribuir a la innovación didáctica en la formación del profesorado de matemáticas, mediante el diseño e implementación de una tarea centrada en la magnitud de las fracciones y fundamentada en el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK). Desde esta perspectiva, el estudio no se concibe como un proceso de evaluación del desempeño docente ni como un estudio comparativo de carácter investigativo, sino como una experiencia de innovación formativa e intervención didáctica destinada a promover el cuestionamiento y la profundización conceptual en la enseñanza de los números racionales.

MARCO TEÓRICO

Magnitud de las fracciones y conocimiento del profesorado

La comprensión de la magnitud de las fracciones implica la capacidad de entender, estimar y comparar su tamaño (Serrazina y Rodrigues, 2018). La habilidad para representar con precisión la magnitud de las fracciones está directamente relacionada con el conocimiento sobre fracciones, ya que influye en la capacidad de evaluar la razonabilidad de las operaciones con estas y de las soluciones a problemas (Siegler y Lortie-Forgues, 2014). Así, la comprensión de la magnitud de las fracciones contribuye, por ejemplo, a entender que multiplicar dos fracciones propias resulta en un producto menor que cualquiera de los factores, un fenómeno que no se observa con los números enteros.

Los estudios muestran que incluso los adultos presentan dificultades para comparar las propiedades de los números enteros con las de los números racionales (Ni y Zhou, 2005), lo que se refleja en las estrategias utilizadas por el alumnado para comparar la magnitud de las fracciones. Un ejemplo es la comparación de fracciones como $\frac{1}{75}$ y $\frac{1}{56}$, donde algunos estudiantes eligen $\frac{1}{75}$ como mayor que $\frac{1}{56}$, simplemente porque 75 es mayor que 56, interpretando las fracciones a partir de conocimientos sobre los números enteros (Wu et al., 2014). Este tipo de error ocurre porque el alumnado frecuentemente trata el numerador y el denominador de las fracciones por separado, sin considerar la fracción como un todo (Carrapiço, 2016).

De este modo, la transición de la enseñanza de los números enteros a los números racionales continúa siendo un gran desafío, debido a la aplicación incorrecta de los principios de los números enteros, los cuales difieren de las fracciones en aspectos fundamentales, como ilustra la tabla 1.

Tabla 1.
Magnitud y diferencia entre números naturales y números fraccionarios

	Propiedades	
Propiedades	Números naturales	Fracciones
Indicación de la magnitud numérica	A más dígitos, mayor magnitud. A mayor numeral, mayor número.	Ni el número de dígitos en el numerador o en el denominador ni las magnitudes de los dígitos determina la magnitud de la fracción. Numerales mayores no indican mayor número.
Representación simbólica	Sin usar operaciones, una magnitud tiene una única representación simbólica (e.g. 3 representa la magnitud de un conjunto de 3 ítems).	Sin usar operaciones, la magnitud de una comparación entre 2 partes tiene una variedad de representaciones simbólicas (e.g. ==…).
Densidad	Cada número natural tiene únicamente un antecesor inmediato, un sucesor inmediato o ambos. Entre cualesquiera dos números naturales el número de números naturales es finito.	Una fracción no posee ningún antecesor o sucesor inmediatos. Entre cualesquiera dos fracciones existen infinitas fracciones.
Producto y cociente	La multiplicación se puede definir como suma repetida. Multiplicando entre sí dos números naturales diferentes de 1 o 0, se obtiene un producto mayor que los factores. Dividiendo dos números naturales cualesquiera diferentes de 1 se obtiene un cociente menor que el dividendo.	La multiplicación como suma repetida es una definición insuficiente. Multiplicando entre sí dos fracciones diferentes de 1 o 0, se puede obtener un producto menor que uno de los factores. Dividiendo dos fracciones diferentes de 1 se puede obtener un cociente mayor que el dividendo.

Fuente: resumen propio a partir de Obersteiner et al. (2019).

En la enseñanza de las fracciones, la recta numérica constituye un elemento clave para el desarrollo de la comprensión de la magnitud numérica, por lo que se recomienda enfatizar la ubicación precisa de los números en ella. Aunque existen diversas representaciones, los diagramas circulares o rectangulares suelen expresar relaciones parte-todo mediante áreas sombreadas (Fazio et al., 2016), mientras que la recta numérica favorece la interpretación de las fracciones como números con magnitud y orden (Fuchs et al., 2013). El predominio de modelos de área se asocia a la tradición de los libros de texto (Gersten et al., 2016), las preferencias docentes (Beswick et al., 2012) y los materiales curriculares

(Valles, 2014). No obstante, investigaciones recientes muestran que el trabajo con la recta numérica contribuye significativamente al desarrollo del sentido de magnitud de las fracciones (Powell, 2023), al permitir visualizar relaciones de orden como igualdad, mayor que y menor que, favoreciendo una comprensión más estructural y superando dificultades propias de las representaciones basadas en áreas.

Se observa además que profesorado y alumnado recurren frecuentemente a la conversión de fracciones a decimales para facilitar la comparación, siendo menos habitual el proceso inverso, lo que sugiere que el acceso a la magnitud es más directo desde los decimales (Hurst y Cordes, 2018; Wang y Siegler, 2013). Esto se relaciona con una enseñanza centrada más en lo procedimental que en lo conceptual (Gabriel et al., 2013). Sin embargo, la comprensión conceptual de las fracciones, especialmente desde la perspectiva de magnitud, permite interpretar las fracciones como números únicos y coherentes, reduciendo errores frecuentes como tratar numerador y denominador como enteros independientes, aplicar procedimientos de números naturales o asumir que toda fracción es menor que 1 (Serrazina y Rodrigues, 2018).

Desde esta perspectiva, la magnitud de las fracciones ofrece un marco unificado que favorece la coherencia entre representaciones. Además, su aprendizaje contribuye al desarrollo de la estimación, entendida como el uso de cálculos aproximados apoyados en la comprensión conceptual y el cálculo mental flexible (Segovia et al., 1989; Carvalho, 2011). En este sentido, una mayor atención a los aspectos conceptuales puede mejorar la eficacia de la enseñanza de las fracciones (Fuchs et al., 2013).

Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK)

El *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK) es un modelo teórico sobre el conocimiento especializado del profesorado de matemáticas. Este modelo fue desarrollado por el Grupo de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva y se basa en las ideas elaboradas por Shulman (1986, 1987) y Ball et al. (2008). Además de ser una propuesta teórica cuyo objetivo es investigar el conocimiento especializado del profesorado de matemáticas, el MTSK se adopta como marco teórico y metodológico del estudio, orientando tanto el diseño de la tarea formativa desde la perspectiva del conocimiento especializado del profesorado de matemáticas como el análisis de las producciones de los docentes.

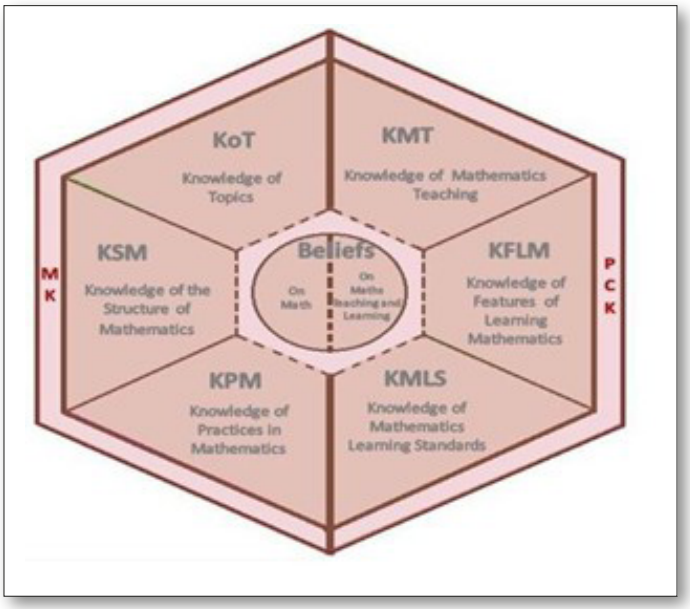


Fig. 1. Modelo MTSK (Carrillo et al., 2018).

El MTSK se organiza en tres grandes dominios (ver figura 1): *Mathematical Knowledge* (MK), *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) y concepciones (*Beliefs*). Los dos primeros dominios, en los que nos centraremos por el énfasis de la tarea, se estructuran en tres subdominios, definidos en la formulación original del modelo (Carrillo et al., 2018).

El *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK) es un modelo teórico desarrollado por el Grupo de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva, basado en los trabajos de Shulman (1987) y Ball et al. (2008), entre otros. En este estudio, el MTSK se adopta como marco teórico y metodológico, orientando el diseño de la tarea formativa sobre la enseñanza de las fracciones y el análisis de las producciones docentes en relación con este contenido.

En el contexto de la enseñanza de las fracciones, el MTSK permite analizar el conocimiento especializado del profesorado en relación con este contenido matemático específico. El modelo se organiza en dos grandes dominios: MK y PCK. El dominio MK incluye: *i*) *Knowledge of Topics* (KoT), que en el caso de las fracciones se refiere al conocimiento de sus representaciones (recta numérica, modelos de área y fracciones como medida), sus propiedades, procedimientos de cálculo y significados; *ii*) *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM), que en el caso de las fracciones implica comprender sus conexiones con otros contenidos como los números decimales, la proporcionalidad y la recta numérica como estructura de orden; y *iii*) *Knowledge of Mathematics Practice* (KPM), que en el contexto de las fracciones incluye la resolución de problemas de reparto, la justificación de equivalencias y la interpretación de las fracciones como cantidades en distintos contextos.

El dominio PCK incluye: *i*) *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT), relacionado con estrategias didácticas para la enseñanza de las fracciones, como el uso de materiales manipulativos, representaciones visuales y la recta numérica; *ii*) *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM), que en el caso de las fracciones contempla las dificultades habituales de los estudiantes, como la comprensión de la magnitud de las fracciones o la interpretación de diferentes representaciones; y *iii*) *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS), vinculado a las expectativas curriculares sobre la comprensión progresiva de las fracciones como números.

METODOLOGÍA

Diseño de la tarea

A partir de este marco teórico, el diseño de la tarea formativa se fundamenta en la necesidad de superar enfoques predominantemente procedimentales en la enseñanza de las fracciones, que priorizan la aplicación de algoritmos sobre la comprensión conceptual de la magnitud. En este sentido, la secuencia propuesta se organiza como un tránsito desde la resolución de divisiones de fracciones hacia actividades de estimación, comparación e interpretación de producciones de estudiantes. Esta progresión se apoya en la literatura que destaca la importancia de la estimación y la recta numérica para el desarrollo de la comprensión de la magnitud y la evaluación de la plausibilidad de los resultados. Asimismo, desde la perspectiva del MTSK, la secuencia busca movilizar e interrelacionar distintos subdominios del conocimiento docente, especialmente aquellos vinculados a la comprensión conceptual del contenido y a las dificultades de aprendizaje del alumnado.

En este contexto, la formación se diseñó a partir de una tarea centrada en la división de fracciones, considerada un contenido complejo dentro del campo de los números racionales desde el punto de vista conceptual. Esta decisión no responde solo al interés por el cálculo, sino a la intención de utilizar la división como punto de entrada para hacer emerger los procedimientos y significados que el profesorado moviliza en este tipo de tareas. Se partió de la hipótesis de que los docentes podrían presentar dificultades no solo en los procedimientos de división de fracciones, sino también en la comprensión

de aspectos como la magnitud y la estimación. El análisis de las producciones iniciales permitió identificar estas dificultades y reorientar el foco de la discusión hacia la magnitud de las fracciones como eje organizador de la reflexión.

En coherencia con este propósito, la Parte 1 (realizada en casa) se centra en la división de fracciones, mientras que la Parte 2 (realizada *in situ*, en la sesión de formación) fue diseñada para promover el cuestionamiento de enfoques procedimentales en la enseñanza, así como la reflexión sobre los conocimientos implicados, especialmente en relación con la magnitud, la estimación y la comprensión conceptual de las fracciones (figura 2).

Tarea para la formación – Magnitud de las fracciones

Parte 1 – División de fracciones

1. En una clase de 2.º año de secundaria se propone al alumnado resolver las siguientes tareas: considere las siguientes expresiones:

I. $5 \div 2$ II. $\frac{2}{5} \div 4$ III. $7 \div \frac{1}{2}$ IV. $\frac{12}{15} \div \frac{3}{5}$

a) Sin recurrir al algoritmo, estime el valor aproximado o exacto de cada una de las expresiones. Explique su razonamiento.

b) Resuelva cada una de las expresiones indicando el valor exacto y mostrando el procedimiento empleado para obtener la respuesta correcta.

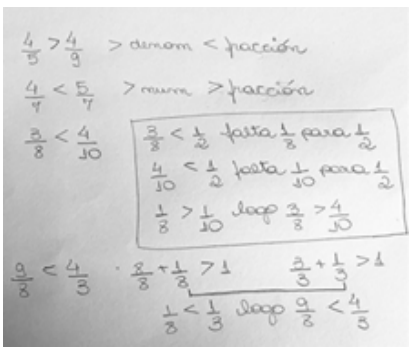
Parte 2 – Estimación y comparación de fracciones

2. ¿Aprendemos a estimar en la escuela? ¿Enseñamos al alumnado a realizar estimaciones? ¿Es importante saber estimar en el contexto de las operaciones? ¿Por qué? ¿Cómo desarrollar esta habilidad con los estudiantes en el contexto de las operaciones?

3. ¿Qué fracción es mayor?

a) $\frac{4}{5}$ *o* $\frac{4}{9}$ b) $\frac{4}{7}$ *o* $\frac{5}{7}$ c) $\frac{3}{8}$ *o* $\frac{4}{10}$ d) $\frac{9}{8}$ *o* $\frac{4}{3}$

4. Carlos, un estudiante de 2.º año de secundaria, resolvió la tarea 3, anterior, de la siguiente manera:



$\frac{4}{5} > \frac{4}{9}$ $> denom < fracción$

$\frac{4}{7} < \frac{5}{7}$ $> num > fracción$

$\frac{3}{8} < \frac{4}{10}$ $\frac{3}{8} < \frac{1}{2}$ *falta* $\frac{1}{8}$ *para* $\frac{1}{2}$

$\frac{4}{10} < \frac{1}{2}$ *falta* $\frac{1}{10}$ *para* $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{8} > \frac{1}{10}$ *luego* $\frac{3}{8} > \frac{4}{10}$

$\frac{9}{8} < \frac{4}{3}$ $\frac{8}{8} + \frac{1}{8} > 1$ $\frac{3}{3} + \frac{1}{3} > 1$

¿Considera que resolvió correctamente cada una de las alternativas? ¿Es matemáticamente correcta la explicación del estudiante? Justifique cada una de las soluciones de Carlos.

Fig. 2. Tarea de formación – Magnitud de las fracciones (elaboración propia).

Se solicitaba que las operaciones fueran resueltas sin recurrir al algoritmo, con el objetivo de promover discusiones que permitan cuestionar la adecuación de las estrategias utilizadas y favorecer la reconstrucción de su significado matemático. En este sentido, distinguimos entre calcular, entendido como la obtención de un resultado exacto mediante procedimientos algorítmicos, y estimar, como la anticipación de un valor aproximado a partir del razonamiento sobre magnitudes y relaciones numéricas.

Diversos estudios señalan que, en muchas ocasiones, tanto estudiantes como docentes presentan resultados incorrectos o carentes de sentido debido a la dificultad de anticipar y estimar las soluciones (Brocardo et al., 2003). Desde esta perspectiva, el uso exclusivo del algoritmo tradicional resulta limitado, mientras que el desarrollo de la capacidad de estimación permite dotar de sentido a los resultados y favorece una comprensión más profunda de las fracciones (Serrazina y Rodrigues, 2018). Para abordar este aspecto, se propuso una progresión en la complejidad de las divisiones: primero con números enteros, después con dividendo entero y divisor fraccionario, y finalmente con ambas cantidades fraccionarias.

La cuestión 1b) tenía como objetivo analizar los procedimientos utilizados por los docentes, con el objetivo de hacer visibles sus limitaciones y generar la necesidad de reinterpretar el sentido de la división de fracciones y conocer los procedimientos utilizados por los docentes para resolver la división de fracciones presentando cuatro operaciones. Por ejemplo, el algoritmo de «invertir y multiplicar» (IM) se refiere al procedimiento en el que la fracción correspondiente al divisor se invierte y el dividendo se multiplica por esta nueva fracción. Este procedimiento se expresa mediante la relación: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$, donde «a», «b», «c» y «d» son números enteros, y «b» y «d» son distintos de cero.

La Parte 2, centrada en la estimación, la comparación y la interpretación de estrategias, propone en la cuestión 2 una reflexión inicial sobre la estimación en contextos operacionales. Se problematiza si la estimación es o no un contenido realmente enseñado en la escuela (muchos profesores perciben que es «implícita» o incluso negligenciada). Se discute el papel de la estimación en el desarrollo del sentido numérico y de las operaciones. Se invita a los profesores a reflexionar sobre la diferencia entre el cálculo exacto y el cálculo aproximado (estimación).

Ya en la cuestión 3 se presenta una tarea típica de estudiantes sobre la comparación de fracciones, con el objetivo de explorar diferentes estrategias de comparación más allá del algoritmo. Se busca identificar y problematizar las estrategias utilizadas, promoviendo el cuestionamiento de aquellas basadas en interpretaciones inadecuadas de la magnitud (como la comparación directa de numeradores y denominadores) y favoreciendo la reconstrucción y resignificación de estrategias más potentes, como el uso de fracciones equivalentes, la referencia a la unidad (1 entero) y el razonamiento proporcional. Asimismo, se pretende evidenciar posibles dificultades comunes, como la idea de que cuanto mayor es el denominador, mayor es la fracción (error frecuente), o la comparación sin un sentido claro de unidad.

La cuestión 4, basada en el análisis interpretativo de la producción de un alumno, busca desarrollar la capacidad del profesorado para interpretar el pensamiento del estudiante, y no limitarse a clasificar la respuesta como «correcta» o «incorrecta». Además de discutir la validez matemática de las justificaciones presentadas por el estudiante, se pretende identificar posibles razonamientos implícitos, errores conceptuales o estrategias alternativas, y promover la reflexión sobre cuestiones como: «¿El alumno se equivocó o utilizó otra lógica?», «¿La estrategia es inválida o solo está incompleta?» o «¿Cómo intervendría yo para avanzar en este pensamiento?».

En conjunto, esta secuencia establece una progresión conceptual que transita desde la resolución de operaciones hacia la estimación, la comparación y la interpretación de estrategias, articulándose en torno al desarrollo del sentido numérico y, en particular, de la comprensión de la magnitud de las

fracciones. De este modo, la tarea constituye una propuesta formativa coherente e intencionalmente secuenciada, en la que la comparación de fracciones se fundamenta en la comprensión conceptual de los números fraccionarios y no únicamente en destrezas procedimentales. Resulta fundamental que el profesorado desarrolle tanto la comprensión de la magnitud de las fracciones como la capacidad de estimación, ya que estos elementos favorecen una postura crítica frente a los resultados obtenidos. La evaluación de la plausibilidad de las respuestas, a partir del sentido numérico, permite una comprensión más profunda de las relaciones entre fracciones, más allá de la aplicación mecánica de algoritmos.

Asimismo, la tarea, junto con las discusiones asociadas, pretende que el profesorado confronte situaciones concretas de enseñanza vinculadas al trabajo en el aula. De este modo, se espera que los docentes tengan la oportunidad de explorar diversas estrategias y analizar distintas producciones, ampliando su conocimiento matemático especializado para la enseñanza. Este aspecto resulta especialmente relevante, dado que la habilidad para comparar fracciones constituye una componente fundamental del desarrollo del sentido numérico fraccionario (Powell, 2023).

Implementación de la tarea formativa

Contexto

Este artículo se centra en explorar una tarea de formación con profesorado de educación primaria y secundaria (que trabaja con estudiantes de 6 a 16 años), cuyo enfoque es la magnitud de las fracciones. El grupo de docentes participantes estaba compuesto por siete profesores que formaban parte de un proyecto de investigación, con el objetivo de ampliar sus conocimientos y mejorar la enseñanza de las matemáticas. Por tanto, se trataba de docentes habituados a participar en discusiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de distintos contenidos matemáticos.

En nuestra investigación, estos profesores se identifican mediante pseudónimos, indicados por los nombres: Edna, Ana, Rosa, Sueli, Saulo, Patrícia y Luis.

Edna: profesora de educación secundaria (estudiantes de 12 a 16 años) con 7 años de experiencia docente y 5 en el proyecto de investigación colaborativa, licenciada en Matemáticas, con un máster en investigación en enseñanza de matemáticas y un máster para docentes de educación secundaria.

Ana: profesora de educación secundaria con 15 años de experiencia docente, 22 años como inspectora de educación, licenciada en Matemáticas, con un máster en investigación en enseñanza de matemáticas y un máster para docentes de educación secundaria. Forma parte del proyecto de investigación colaborativa desde hace 23 años.

Rosa: con 15 años de experiencia docente en educación infantil (3-5 años). Su formación inicial fue en educación primaria, pero toda su experiencia docente ha sido en educación infantiL. Participa en el proyecto de investigación colaborativa desde hace 16 años.

Sueli: profesora de educación primaria (estudiantes de 6 a 12 años) con 22 años de experiencia, formada inicialmente como docente de primaria. Participa en el proyecto desde hace un año.

Saulo: profesor de educación secundaria con 26 años de experiencia docente, licenciado en Física. Participa en el proyecto desde hace un año.

Patrícia: profesora de educación primaria en el último año de su formación, sin experiencia docente previa.

Luís: profesor de educación secundaria con 28 años de experiencia docente, licenciado en Estadística, doctor en Matemáticas y con un máster para docentes de educación secundaria. Participa en el proyecto de investigación colaborativa desde hace 8 años.

Recogida y análisis de datos

En este contexto, enviamos anticipadamente a los participantes la Parte 1 de la Tarea de formación - División de fracciones, solicitando que enviaran sus soluciones por correo electrónico, lo que permitió su análisis previo a la sesión de formación en línea.

A partir de las producciones escritas del profesorado, de los conocimientos evidenciados y de las dificultades detectadas, decidimos centrar la discusión en la magnitud de las fracciones y en las estimaciones, teniendo en cuenta los obstáculos identificados y el tiempo disponible para la sesión en línea. De este modo, al iniciar la formación con el profesorado, se discutieron en plenario las producciones relativas a la Parte 1 de la tarea. En este punto, es importante aclarar que los «comentarios del profesorado» hacen referencia a estas discusiones en plenario.

A continuación, se solicitó a los participantes que resolvieran la Parte 2 de la tarea. Esta fue presentada de manera secuencial: se proponía una cuestión, se resolvía, se discutía en grupo y, solo entonces, se presentaba la siguiente. Esta estrategia fue adoptada con el fin de evitar que una cuestión posterior, como la cuestión 4, influyera en la resolución de las anteriores.

Para el análisis se consideraron las producciones escritas y los comentarios del profesorado en plenario, teniendo en cuenta los tipos de soluciones presentadas, así como las justificaciones y discusiones realizadas durante la formación. El análisis consistió en identificar las evidencias en cada una de las respuestas del profesorado, agrupar dichas evidencias en torno a conocimientos comunes y establecer relaciones entre estas evidencias y la literatura sobre fracciones, específicamente en lo relativo a división de fracciones, magnitud de fracciones y estimación.

Resultados

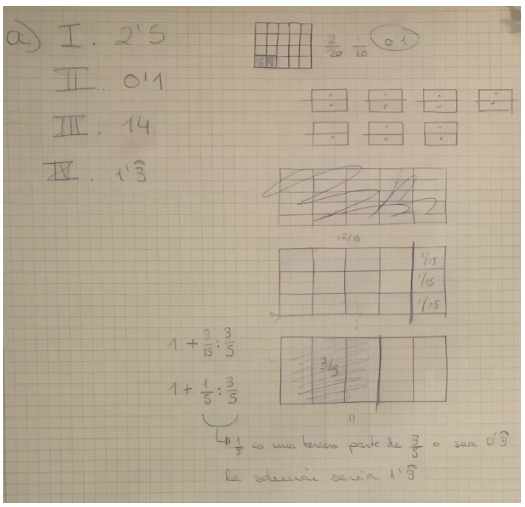
Los resultados se interpretan como procesos de emergencia y reconfiguración de significados matemáticos en la práctica docente, evidenciando tensiones, transiciones y cuestionamientos en la enseñanza de la división de fracciones. Se organizan a partir del análisis de producciones escritas y discusiones del profesorado, en el marco del *Mathematics Teacher's Specialized Knowledg*e (MTSK), específicamente desde los subdominios del conocimiento matemático (MK) y del conocimiento pedagógico del contenido (PCK).

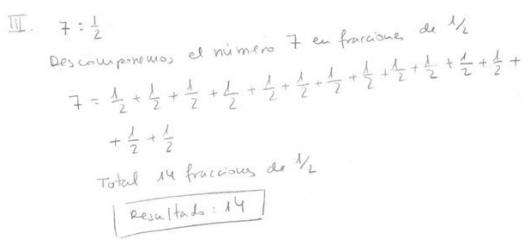
Esta organización no reproduce la estructura de la tarea, sino que responde a la identificación de evidencias del conocimiento especializado del profesorado, como el conocimiento de los tópicos (KoT), las conexiones entre conceptos (KSM) y los procesos de estimación, representación y comparación de fracciones. Cada subapartado agrupa episodios en los que se observan patrones de movilización del conocimiento docente, permitiendo una interpretación coherente con el marco teórico adoptado.

Estimar el resultado de divisiones en las que intervienen fracciones

En relación con la estimación del resultado de las operaciones, se observa que la estimación no se constituye como un objeto explícito de enseñanza en las producciones analizadas, lo que sugiere un campo de movilización potencial del conocimiento docente en la resolución de fracciones. En su lugar, los profesores recurren a procedimientos de cálculo exacto, utilizando representaciones pictóricas y aritméticas para justificar sus respuestas, así como la transformación de fracciones en números decimales y el uso del algoritmo de «invertir y multiplicar». Estas producciones se ilustran en la figura 3.

Rosa

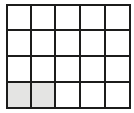




a)

I- 2,5

II-0,1

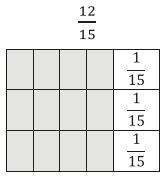


$\frac{2}{20}$ $\frac{1}{10}$ 0,1

III- 14

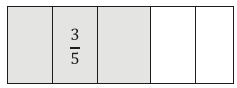


IV- 1,3...



$1+\frac{3}{15}:\frac{3}{5}$

$1+\frac{1}{5}:\frac{3}{5}$



$\frac{1}{5}$ es una tercera parte de $\frac{3}{5}$ o sea 0.333...

La solución sería 1,3333...

$7:\frac{1}{2}$

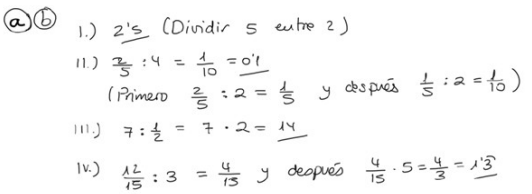
Descomponemos el número 7 en fracciones de $\frac{1}{2}$

$7=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

Total 14 fracciones de $\frac{1}{2}$

Resultado: 14

Edna



a)-b)

I) 2,5 (dividir 5 entre 2)

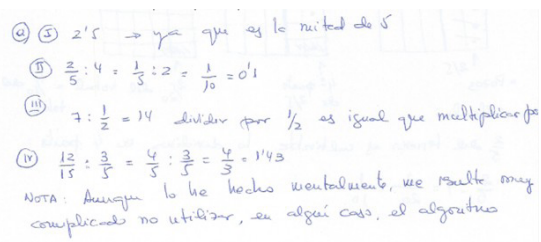
II) $\frac{2}{5}:4=\frac{1}{10}=0,1$

(Primero $\frac{2}{5}:2=\frac{1}{5}$ y después $\frac{1}{5}:2=\frac{1}{10}$)

III) $7:\frac{1}{2}=7\cdot 2=14$

IV) $\frac{12}{15}:3=\frac{4}{15}$ y después $\frac{4}{15}\cdot 5=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$

Ana



a)

① $2\div 5=\frac{1}{2}$, ya que es la mitad de 5

② $\frac{2}{5}:4=\frac{1}{10}=0,1$

$\frac{2}{5}:2=\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{5}:2=\frac{1}{10}$

③ $7:\frac{1}{2}=14$, dividir por $\frac{1}{2}$ es igual que multiplicar por 2

④ $\frac{12}{15}:3=\frac{4}{15}$ $\frac{4}{15}:\frac{1}{5}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$

Nota: Aunque lo he hecho mentalmente, me resulta muy complicado no utilizar, en algún caso, el algoritmo.

Saulo	a) I. 5:2 Tengo 5 elementos a repartir en grupos de 2 elementos. En total obtengo 2 grupos de 2 elementos y me sobra 1 elemento. $5 = \mathbf{2} + \mathbf{2} + 1$ → 2 grupos de 2 elementos Resultado: $2 + \frac{1}{2}$.
II $\frac{2}{5} \div 4$ Aplicamos el método gráfico, primero hacemos la gráfica de $\frac{2}{5}$ y después lo dividimos en 4 partes iguales y cogemos 1. Lo que se ha cogido finalmente es $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$, luego es el resultado $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$	II. $\frac{2}{5}:4$ Aplicamos el método gráfico: primero hacemos la gráfica de $\frac{2}{5}$, después la dividimos en 4 partes iguales y cogemos 1. $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ Lo que se ha cogido finalmente es $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$, luego es el resultado.

Fig. 3. Producción de los profesores en la tarea 1a) (elaboración propia).

En las producciones y en la discusión plenaria se observa que las operaciones I (5 ÷ 2), II (2/5 ÷ 4) y III (7 ÷ 1/2) son percibidas como de menor complejidad por los docentes, lo que parece estar relacionado con la posibilidad de movilizar relaciones numéricas conocidas, como la equivalencia entre la mitad y la división por 2 o la multiplicación por 2 (ver figura 4). Este tipo de razonamiento sugiere una interpretación basada en relaciones estructurales simples, más que en la aplicación de procedimientos algorítmicos formales.

En contraste, la operación IV (12/15 ÷ 3/5), que implica la división entre fracciones, es resuelta mayoritariamente mediante el algoritmo «invertir y multiplicar», lo que indica una fuerte presencia de procedimientos convencionales cuando la estructura del problema se percibe como menos transparente. Este hecho sugiere una movilización restringida de estrategias alternativas en contextos de mayor complejidad conceptual.

Sin embargo, las producciones y las intervenciones de los docentes muestran tensiones en la construcción de representaciones gráficas de la división de fracciones. En palabras de la profesora Patricia: «Me cuesta visualizar una representación para la división cuando hay fracciones en el divisor y explicar gráficamente esa operación a los alumnos». Esta tensión se intensifica cuando el divisor y el dividendo no son números enteros o fracciones unitarias.

En este contexto, el algoritmo «invertir y multiplicar» aparece como el procedimiento predominante, funcionando como recurso de sustitución de la representación visual en situaciones de mayor complejidad. Ana refuerza esta idea al señalar: «Cuando necesito dividir una fracción entre otra, me resulta complicado comprender la idea de resto. Para mí, la representación gráfica es esencial para entender».

Asimismo, los docentes señalan la ausencia de modelos gráficos consolidados en la enseñanza escolar. Patricia comenta: «Es fácil imaginar una división cuando el divisor es un número entero. Pero cuando hay decimales o fracciones en el divisor, se vuelve difícil imaginar una representación gráfica».

En la misma línea, Sueli indica: «En los libros de texto, las representaciones de la división generalmente involucran números enteros». Además, se identifica una mayor familiaridad con fracciones como 1/2, 1/3 y 1/4, en contraste con fracciones menos frecuentes como 3/5. Luis afirma: «Dividir entre 3/5 es más trabajoso que entre 1/4 y 1/3», mientras que Rosa coincide: «Para mí también es más difícil trabajar con 3/5 que con 1/2». Esto sugiere que la familiaridad curricular influye en la disponibilidad de estrategias de representación y en la interpretación de la magnitud de las fracciones.

En conjunto, estos resultados ponen de manifiesto el potencial de la tarea para hacer emerger diferentes niveles de comprensión de la división de fracciones, desde estrategias basadas en relaciones numéricas simples hasta el uso predominante de procedimientos algorítmicos en contextos de mayor complejidad. Asimismo, la tarea favorece la visibilización de tensiones entre la interpretación conceptual y procedimental de las fracciones, especialmente en relación con la representación gráfica y la comprensión de la magnitud.

De este modo, la secuencia propuesta no solo permite identificar dificultades del profesorado, sino que actúa como un dispositivo de problematización del conocimiento especializado, al poner en evidencia la influencia de la familiaridad curricular, la disponibilidad de representaciones y el peso del algoritmo en la resolución de tareas con fracciones.

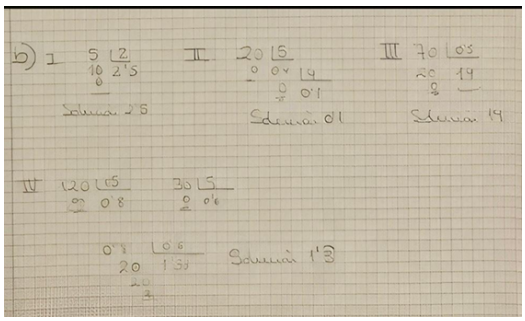
Calcular el resultado de divisiones con fracciones

En relación con la resolución de la división de fracciones en su forma exacta (tarea 1b), se observa que los docentes movilizan un repertorio diverso de procedimientos, que incluye el cálculo mental, la transformación a expresiones decimales, el uso del inverso multiplicativo y el algoritmo de «invertir y multiplicar» (ver figura 4).

En el caso de la profesora Rosa, se identifica una tendencia a la transformación de las fracciones en números decimales, lo que sugiere una aproximación numérica a la división, en la que la operación se interpreta principalmente como cálculo del valor exacto. Este tipo de procedimiento evidencia un predominio de estrategias de cálculo frente a interpretaciones estructurales de la división.

Por su parte, Luis y Saulo recurren con mayor frecuencia al algoritmo «invertir y multiplicar», lo que muestra la centralidad de este procedimiento como recurso de resolución en la división de fracciones. En estos casos, el algoritmo funciona como un recurso que organiza la resolución a partir de reglas operativas.

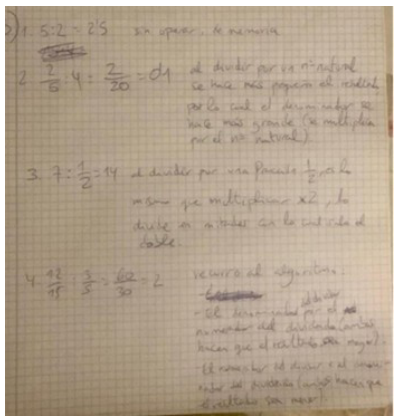
Asimismo, se observa que algunos docentes justifican sus procedimientos mediante propiedades operativas, como la idea de que dividir por un número natural reduce el resultado o que dividir por una fracción equivale a multiplicar por su inverso. Estas explicaciones sugieren la coexistencia de procedimientos y formas de justificación, aunque no siempre articulados de manera conceptual.

<table>
<tr>
<td>Rosa
</td>
<td>b) I 5 |2
10 2,5
0
Solución = 2,5

II 20 |5
0 4|4
0,1
Solución = 0,1

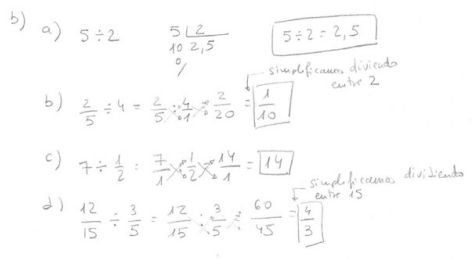
III 70 |0,5
20 14
0
Solución = 14

IV
120 |15 30 |5
0 0,8 0 0,6

0,8 |0,6
20 1, 33
Solución. = 1, 3...</td>
</tr>
<tr>
<td>Luís
</td>
<td>1. 5: 2 = 2,5 sin operar, de memoria.

2. $\frac{2}{5} : 4 \quad \frac{2}{20} = 0,1$
al dividir por un número natural se hace más pequeño el resultado por lo cual el denominador se hace más grande (se multiplica por el número natural).

3. 7: $\frac{1}{2} = 14$
(al dividir por una fracción $\frac{1}{2}$ es lo mismo que multiplicar por 2, lo divide en mitades, con lo cual sale el doble).

4. $\frac{12}{15} \div \frac{3}{5} = \frac{60}{30} = 2$
recurro al algoritmo. El denominador del divisor por el numerador del dividendo (ambas hacen que el resultado sea mayor). El numerador del divisor por el denominador del dividendo (ambos hacen que el resultado sea menor).</td>
</tr>
<tr>
<td>Saulo
</td>
<td>b) a) 5 ÷ 2
5 | 2
10 2,5 5 ÷ 2 = 2,5

b) $\frac{2}{5} \div 4 = \frac{2}{5} \times \frac{4}{1} \times \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$
Simplificamos, dividiendo entre 2.

c) $7 \div \frac{1}{2} = \frac{7}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{14}{1} = 14$

d) $\frac{12}{15} \div \frac{3}{5} = \frac{12}{15} \times \frac{3}{5} \times \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$
Simplificamos, dividiendo entre 15.</td>
</tr>
</table>

Fig. 4. Producciones de los profesores en la tarea 1b) (elaboración propia).

En relación con la estimación en el contexto de las fracciones, los profesores participantes señalan que la estimación no ha estado presente de manera sistemática ni en su formación inicial ni en su práctica profesional, lo que sugiere una escasa presencia de esta práctica en el tratamiento de la división de fracciones. Edna afirma: «para estimar es necesario el cálculo mental y muchos alumnos no tienen esa capacidad de cálculo mental, sin un lápiz o un patrón de lo que tienen que hacer». Esta afirmación evidencia una concepción de la estimación centrada en el cálculo mental, entendido como una práctica

dependiente de la realización de operaciones internas, lo que pone de manifiesto una forma particular de movilización de este tipo de actividad matemática en el contexto docente. No obstante, los propios docentes reconocen su importancia para valorar la razonabilidad de los resultados obtenidos mediante algoritmos, lo que sugiere una tensión entre su reconocimiento discursivo y su escasa presencia en la práctica escolar.

Desde esta perspectiva, la limitada presencia de actividades de estimación se asocia a una escasa integración de esta práctica en los procesos de enseñanza de la división de fracciones, lo que restringe la movilización de estrategias de validación y control de resultados.

Los profesores afirman que, para identificar la magnitud de una fracción, resulta más habitual su transformación a forma decimal. Por ejemplo, la profesora Edna señala: «Yo pienso en la fracción como una división para encontrar el valor, porque me ayuda también a relacionarla con el porcentaje». En esta intervención se observa el uso del sentido de cociente de la fracción como recurso para interpretar su magnitud y establecer conexiones con el porcentaje. Los docentes coinciden en que recurren frecuentemente a la forma decimal para ubicar o comparar fracciones, especialmente en la recta numérica.

En conjunto, se observa que la resolución de la división de fracciones moviliza un repertorio diverso de procedimientos, en el que coexisten el cálculo mental, la conversión a decimales, el uso del inverso multiplicativo y el algoritmo de «invertir y multiplicar». Estas estrategias se articulan con distintas formas de justificación, basadas en propiedades operativas y en relaciones numéricas conocidas por los docentes.

Comparar fracciones

Al responder a la cuestión 3) ¿Qué fracción es mayor?, los profesores indicaron que los ítems (a) y (b) resultaban más accesibles. En el ítem (a), en el que las fracciones tienen el mismo numerador, se moviliza la idea de que, manteniéndose constante el numerador, la fracción con mayor denominador representa una menor cantidad. Sueli afirmó: «Como los numeradores son iguales, tenemos 4 dividido en 5 partes iguales y en la segunda fracción 4 dividido en 9 partes iguales», evidenciando una comprensión basada en la interpretación parte-todo y en la relación entre el número de particiones y la magnitud de la unidad fraccionaria.

En el ítem (b), con denominadores iguales, la comparación se presenta como más directa, atribuyéndose mayor valor a la fracción con numerador mayor. Ana destacó: «Es más visual ver cuál es mayor en este caso en que los numeradores son iguales», lo que muestra la movilización de estrategias basadas en la estructura sintáctica de las fracciones y en representaciones visuales.

Para los ítems (c) y (d), considerados menos intuitivos, se movilizan procedimientos alternativos como la obtención de fracciones equivalentes o la conversión a expresiones decimales. Edna afirmó: «Pienso en dividir la fracción para comparar», mientras que Patricia indicó: «Yo también la pasaría a decimal», y Sueli añadió: «Yo buscaría las fracciones equivalentes». Estas respuestas evidencian la movilización de procedimientos algorítmicos como recursos de comparación cuando las estructuras no son directamente comparables.

Esta tendencia también se observa en tareas de estimación y representación en la recta numérica, como se discute en Wang y Siegler (2013), lo que sugiere la presencia de tensiones en la construcción de la magnitud de las fracciones en relación con el uso de representaciones decimales. Asimismo, la mayor familiaridad con la representación decimal puede estar asociada a su proximidad con los números enteros, lo que orienta su uso como recurso recurrente en la comparación de fracciones (Hurst y Cordes, 2018; Wang y Siegler, 2013).

Ante las dificultades en la comparación de fracciones con numeradores y denominadores distintos, la profesora Ana plantea: «Si la fracción no tiene el mismo numerador ni denominador, ¿cómo pode-

mos trabajar esto en la escuela sin recurrir a las fracciones equivalentes ni a la forma decimal?». Esta intervención desplaza la atención hacia la búsqueda de estrategias alternativas de interpretación de la magnitud de las fracciones.

En el análisis de la producción ficticia del estudiante, los profesores reconocen como correctas las soluciones de los ítems (a), (b) y (d), mientras que el ítem (c) genera tensiones en la justificación del error.

Cuando se les solicitó justificar, surgieron dificultades para articular argumentos conceptuales sobre la comparación entre fracciones unitarias y no unitarias, como se evidencia en el diálogo siguiente. Rosa afirmó: «Si falta 1/8 para llegar a la mitad y 1/10 para llegar a la mitad, entonces 1/8 es mayor que 1/10...». Su argumentación se basa en la distancia a un referente (1/2), lo que indica la movilización de una estrategia de comparación por aproximación a un punto de referencia. Sin embargo, esta estrategia no se apoya en una explicitación formal de la relación entre las magnitudes de las fracciones y sus distancias al referente, lo que dificulta su interpretación por parte de los demás participantes, como evidencia la reacción de Ana: «No entendí. ¿Cómo así? ¿Cómo llegaste a esa conclusión?».

A continuación, Patricia intenta reconstruir el razonamiento de Rosa: «Es que falta menos para que 4/10 llegue a la mitad. Entonces… será mayor que 3/8». El diálogo evidencia un proceso de coconstrucción de significados en el que se intenta validar una estrategia no algorítmica de comparación, aunque persiste una inestabilidad en la justificación matemática, particularmente en la articulación entre la noción de distancia a un referente y la comparación directa de fracciones.

La intervención de Rosa introduce una estrategia de comparación basada en la distancia a un punto de referencia (1/2), lo que genera procesos de negociación de significado entre las participantes. Estas interacciones evidencian tensiones en la validación de estrategias no algorítmicas.

En conjunto, los resultados sugieren una reconfiguración del papel de los procedimientos algorítmicos, que coexisten con intentos de movilización de estrategias de comparación basadas en relaciones de referencia y estructuras de la fracción.

Conocimiento especializado del profesorado movilizado desde el modelo MTSK

A partir del análisis de las producciones del profesorado y de las discusiones durante la implementación de la tarea, se observa la movilización del conocimiento especializado en relación con la división, comparación y estimación de fracciones, evidenciándose cuestionamientos y tensiones en la interpretación de la magnitud de las fracciones en la resolución de tareas.

En este contexto, se identifican recursos de mediación como la tira de fracciones, utilizada para la representación y comparación mediante superposición de unidades. Su uso se asocia principalmente a procesos de justificación más que a una exploración conceptual sistemática de la magnitud.

Con el fin de interpretar estas evidencias en coherencia con el marco teórico, se presenta una síntesis del conocimiento especializado movilizado según los subdominios del MTSK (ver tabla 2). Esta síntesis no refleja aprendizajes consolidados, sino evidencias de cuestionamientos, tensiones y reconfiguración incipiente del conocimiento del profesorado en la interacción con la tarea.

Tabla 2.
Procesos de cuestionamiento y reconfiguración del conocimiento especializado del profesorado sobre la magnitud de las fracciones a partir de una tarea formativa

MK	*Categoría*	*Descripción*	*PCK*	*Categoría*	*Descripción*
KoT	Registros de representación	Se observan articulaciones entre representaciones aritméticas, decimales y pictóricas, con predominio de la forma algorítmica y decimal como vía de resolución y verificación.	**KFLM**	Modos de aprendizaje y dificultades percibidas	Se reconocen dificultades en la representación gráfica, estimación y comparación de fracciones, especialmente cuando se rompe con la referencia de los números enteros.
KoT	Procedimientos	Se movilizan principalmente procedimientos operativos (algoritmos, conversión a decimales y fracciones equivalentes), que estructuran la resolución de las tareas propuestas. Predomina el uso del algoritmo de «invertir y multiplicar» como estrategia estabilizadora en la resolución de divisiones de fracciones, coexistiendo con explicaciones informales basadas en reglas operativas.			
KSM	Conexión de simplificación	El conocimiento sobre la estructura emerge en la distinción entre números naturales y fraccionarios, especialmente en términos de magnitud, densidad y comportamiento operativo, aunque de forma poco sistematizada.	**KMLS**	Nivel de conocimiento conceptual y procedimental esperado	Las expectativas de aprendizaje sobre el aprendizaje de la división y comparación de fracciones se manifiestan de forma implícita, centradas principalmente en el dominio procedimental más que en la construcción de significados conceptuales.

Fuente: elaborada por los autores.

La síntesis presentada en la tabla 2 permite identificar la movilización del conocimiento especializado del profesorado en la interacción con la tarea formativa. El conocimiento matemático emerge principalmente a través de procedimientos como algoritmos, equivalencias y conversiones decimales, que funcionan como recursos de apoyo en la resolución de tareas, aunque no siempre articulados con interpretaciones conceptuales de la magnitud de las fracciones.

De forma complementaria, se observan indicios de conocimiento estructural del sistema numérico, especialmente en la distinción entre números naturales y fraccionarios, lo que sugiere conexiones conceptuales aún incipientes. En el conocimiento pedagógico del contenido destacan tensiones sobre las dificultades del alumnado en la estimación, comparación y representación de fracciones, entendidas como puntos de inflexión que orientan la reflexión docente.

En conjunto, los resultados muestran un conocimiento docente en proceso de movilización y cuestionamiento, donde el énfasis procedimental convive con la emergencia de interrogantes sobre la relación entre representaciones, significados y estrategias de enseñanza. La interacción con la tarea formativa actúa, así como un dispositivo de problematización del conocimiento especializado, al hacer visibles tensiones, activar subdominios del MTSK y favorecer una reconfiguración incipiente de la comprensión de la magnitud de las fracciones, evidenciando su potencial como propuesta de innovación en la formación docente.

CONCLUSIÓN

En síntesis, los resultados muestran que la implementación de la tarea formativa favoreció la problematización del conocimiento especializado del profesorado sobre la magnitud de las fracciones, respondiendo a la pregunta de investigación planteada. Desde la perspectiva del modelo MTSK, se evidencia una fuerte presencia de conocimientos de carácter procedimental, especialmente en el subdominio *Knowledge of Topics* (KoT), manifestados en el uso de algoritmos, la conversión a números decimales y la aplicación de fracciones equivalentes como estrategias predominantes de resolución.

Asimismo, se identifican tensiones relevantes en la movilización de la estimación, la representación de la división de fracciones y la articulación entre distintos registros de representación, así como en la comprensión conceptual de la magnitud de las fracciones. Estas tensiones no se interpretan como déficits del conocimiento docente, sino como indicadores de procesos de reorganización y reconfiguración incipiente del conocimiento especializado en el contexto de la interacción con la tarea formativa.

Los hallazgos se alinean con investigaciones previas que señalan la persistencia de dificultades en la comprensión de la magnitud de las fracciones tanto en estudiantes como en docentes (Siegler et al., 2011; Ni y Zhou, 2005), así como con la tendencia a recurrir a los números decimales como vía de acceso más estable o «segura» para la comparación y estimación (Wang y Siegler, 2013). En este sentido, se refuerza la idea de que la enseñanza de las fracciones continúa fuertemente influenciada por un sesgo hacia los números enteros.

En contraste con el papel teórico atribuido a la recta numérica como representación central para la comprensión de la magnitud de las fracciones, los datos muestran que esta no emerge como un recurso estructurante en la resolución de la tarea. En su lugar, predominan estrategias basadas en la conversión a decimales, la equivalencia y procedimientos algorítmicos, lo que sugiere una articulación aún limitada entre representaciones y significados matemáticos.

Desde la perspectiva de la innovación didáctica, la tarea formativa mostró su potencial para promover la problematización de enfoques predominantemente procedimentales, favoreciendo la movilización del conocimiento especializado del profesorado en torno a la estimación, la comparación y la representación de las fracciones. En este sentido, se observan indicios de reconfiguración incipiente del conocimiento docente, especialmente en la forma en que se interpretan las relaciones entre procedimientos, representaciones y significados de la magnitud fraccionaria.

Finalmente, se proponen como líneas de investigación futura profundizar en el papel de la forma decimal en la determinación de la magnitud de las fracciones, su relación con el énfasis curricular en los números decimales, así como el diseño de propuestas formativas que promuevan de manera más sistemática el uso de la recta numérica y el desarrollo del sentido numérico fraccionario, emergiendo las siguientes cuestiones: ¿por qué el profesorado recurre a la forma decimal para determinar la magnitud de las fracciones?, ¿en qué medida esta tendencia se relaciona con la mayor dificultad conceptual de las fracciones o con un énfasis curricular en los números decimales?, y ¿cómo pueden diseñarse propuestas formativas que promuevan el uso de la recta numérica y el desarrollo del sentido numérico fraccionario?

AGRADECIMIENTOS

Este estudo foi parcialmente financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código Financeiro 88887.696474/2022-00.

Proyectos PID2021–122180OB-I00 del Ministerio de Ciencia e Innovación de España y Proyecto PID2024-158877NB-I00, financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033/FEDER, UE, gru-

po de investigación DESYM (HUM-168), Centro de Investigación COIDESO de la Universidad de Huelva y Red MTSK, financiada por la AUIP.

REFERENCIAS

Ball, D., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Beswick, K., Callingham, R. y Watson, J. (2012). The nature and development of middle school mathematics teachers' knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*, 131-157. https://doi.org/10.1007/s10857-011-9177-9

Brocardo, J., Di, L. y Kraemer, J. (2003). Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática*, *75*, 11-15.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Àvila, D. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236-253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Carvalho, R. (2011). Calcular de cabeça ou com a cabeça? En *Atas do ProfMat2011: Encontro de Professores de Matemática* (pp. 1-8). Associação de Professores de Matemática.

Carrapiço, R. (2016). *Cálculo mental com números racionais: Um estudo com alunos do 6.ºano de escolaridade* [Tesis de doctorado]. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Contreras, M. (2012). *Problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones: un estudio sobre su enseñanza y aprendizaje*. [Tesis doctoral]. Universitat de València.

Depaepe, F., Torbeyns, J., Vermeersch, N., Janssens, D., Janssen, R., Kelchtermans, G., Verschaffel, L. y Van Dooren, W. (2015). Teachers' content and pedagogical content knowledge on rational numbers: A comparison of prospective elementary and lower secondary school teachers. *Teaching and Teacher Education*, *47*, 82-92. https://doi.org/10.1016/j.tate.2014.12.009

Ervin, H. K. (2017). Fraction multiplication and division models: A practitioner reference paper. *International Journal of Research in Education and Science*, *3*(1), 258-279. https://eric.ed.gov/?id=EJ1126700

Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Long, J., Namkung, J., Hamlett, C. L., Cirino, P. T., Jordan, N. C., Siegler, R. S., Gersten, R. y Changas, P. (2013). Improving at-risk learners' understanding of fractions. *Journal of Educational Psychology*, *105*(3), 683-700. https://doi.org/10.1037/a0032446

Flores, M. M., Hinton, V. M., y Meyer, J. M. (2018). Teaching Fraction Concepts Using the Concrete-Representational-Abstract Sequence. *Remedial and Special Education*, *41(3),* 165-175. https://doi.org/10.1177/0741932518795477

Gabriel, F. C., Szucs, D. y Content, A. (2013). The development of the mental representations of the magnitude of fractions. *PLoS One*, *8*(11), Article e80016. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0080016

Gersten, R., Schumacher, R. F. y Jordan, N. C. (2016). Life on the number line: Routes to understanding fraction magnitude for students with difficulties learning mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, *50*, 655-657. https://doi.org/10.1177/0022219416662625

Hurst, M. A. y Cordes, S. (2018). A systematic investigation of the link between rational number processing and algebra ability. *British Journal of Psychology*, *109*(1), 99-117. https://doi.org/10.1111/bjop.12244

Jordan, N. C., Resnick, I., Rodrigues, J., Hansen, N. y Dyson, N. (2016). Delaware longitudinal study of fraction learning implications for helping children with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *50*, 621-630. https://doi.org/10.1177/0022219416662033

Lemonidis, C., Tsakiridou, H. y Meliopoulou, I. (2018). In-service teachers' content and pedagogical content knowledge in mental calculations with rational numbers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(6), 1127-1145. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9822-6

Ni, Y. y Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, *40*(1), 27-52. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4001_3

Obersteiner, A., Dresler, T., Bieck, S. M. y Moeller, K. (2019). Understanding fractions: Integrating results from mathematics education, cognitive psychology, and neuroscience. En A. Norton y M. W. Alibali (Eds.), *Constructing number: Merging perspectives from psychology and mathematics Education* (pp. 135-162). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_7

Powell, A. B. (2023). Enhancing students' fraction magnitude knowledge: A study with students in early elementary education. *Journal of Mathematical Behavior*, *70*, 101042. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101042

Segovia, I., Castro, E., Castro, E. y Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Síntesis.

Serrazina, L. y Rodrigues, M. (2018). Formação de professores e desenvolvimento do sentido do número. En R. F. Carneiro, A. C. Souza y L. F. Bertini (Orgs.), *A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: práticas de sala de aula e de formação de professores* (pp. 137-161). SBEM.

Siegler, R. S. y Lortie-Forgues, H. (2014). An integrative theory of numerical development. *Child Development Perspectives*, 8(3), 144-150. https://doi.org/10.1111/cdep.12077

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, *57*, 1-22. https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Wang, Y. y Siegler, R. S. (2013). Representations of and translation between common fractions and decimal fractions. *Chinese Science Bulletin*, *58*(36), 4630-4640. https://doi.org/10.1007/s11434-013-6035-4

Wu, H. (2014). Teaching fractions according to the common core standards. Retrieved from http://math.berkeley.edu/~wu/CCSS-Fractions.pdf

Valles, J. R. (2014). Using multiple representations. *Mathitudes*, *1*, 1-14.

A Formative Activity about the Magnitude of Fractions

Gabriela Gibim, Laura Rifo
Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Brasil
gabi.gibim@gmail.com, laurarifo@unicamp.br
ORCID: https://org/0000-0002-7588-3579, https://orcid.org/0000-0002-1579-8073

Nuria Climent
Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía, Universidad de Huelva, España
climent@ddcc.uhu.es
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0064-1452

Miguel Ribeiro
Departamento de Ensino e Práticas Culturais (DEPRAC), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Brasil
miguelr@unicamp.br
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3505-4431

This study aims to analyse how a formative activity focused on fraction magnitude can promote questioning processes and the reconfiguration of Mathematics teachers' specialised knowledge. The proposal, which relates to in-service teacher education, is based on the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) model and promotes fraction magnitude as a key concept for understanding rational numbers.

The research was conducted with seven primary and secondary school teachers (whose students are aged six to sixteen) at a Spanish university, within the context of an innovative instructional experience. The formative activity was structured in two parts: the first was focused on fraction division, a task that was completed in advance by the participants; and the second was oriented toward the estimation, comparison and interpretation of solution strategies and the students' productions. Written productions and collective discussions were analysed from an interpretative qualitative perspective based on the MTSK framework.

The results show a strong predominance of algorithmic procedures in solving fraction division tasks, particularly the use of the "invert and multiply" algorithm and the conversion of fractions into decimals as reference strategies. Estimation appeared marginally and was mainly understood as mental calculation, without being explicitly developed as a tool for result validation. In addition, difficulties were identified in representing fraction division and in interpreting fraction magnitude, especially when non-unit fractions were involved.

In comparison tasks, teachers initially relied on simple structural criteria (same numerator or denominator), while in more complex situations, they used equivalent fractions or decimal conversions. These strategies coexisted with emerging forms of reasoning based on reference points, such as the whole or the half, although with difficulties in mathematical justification. Overall, tensions were observed between procedural and conceptual approaches in understanding fraction magnitude.

From the MTSK perspective, the data evidence a predominance of teachers' procedural knowledge, alongside emerging questioning about the relationship between representations, meanings and teaching strategies. The formative task functioned as a problematising device, fostering the explicit recognition of difficulties and creating opportunities for collective reflection.

It is concluded that the formative proposal has the potential to promote the mobilisation of teachers' knowledge regarding fraction magnitude, particularly by challenging calculation-centred approaches and encouraging discussion about estimation, comparison and representation. These findings highlight the need to strengthen teacher education experiences that integrate the number line and fraction number sense as structuring axes for learning rational numbers.