



Desarrollo profesional de futuros docentes de matemáticas de educación secundaria

Professional Development of Preservice Secondary School Mathematics Teachers

Mar Moreno, Julia Valls

Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante, Alicante, España
mmoreno@ua.es, julia.valls@ua.es

Gloria Sánchez-Matamoros

Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Sevilla, Sevilla, España
gsanchezmatamoros@us.es

Domingo Felipe Aráuz

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León, Nicaragua
dfac2@alu.ua.es

RESUMEN • El objetivo de esta investigación es caracterizar el desarrollo profesional de tres estudiantes para profesor de Matemáticas en educación secundaria que participaron en un programa de desarrollo profesional diseñado *ad hoc*. Este estudio se apoya en el modelo teórico de trayectoria documental de Rocha (2021), dentro del enfoque documental de la didáctica. El análisis cualitativo de los datos, de carácter deductivo, se llevó a cabo en dos etapas. Los resultados muestran los desarrollos profesionales de los tres estudiantes para profesor, a través de sus experiencias documentales inferidas y representadas mediante trayectorias documentales. Se concluye que las competencias más complejas de desarrollar para los estudiantes para profesor son la de dirigir discusiones productivas e interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes y la toma de decisiones en el aula.

PALABRAS CLAVE: Estudiante para profesor de Matemáticas de educación secundaria; Génesis documental; Enfoque documental de la didáctica; Trayectoria documental; Desarrollo profesional.

ABSTRACT • This research aims to characterise the professional development of three pre-service secondary school mathematics teachers participating in a professional development programme designed *ad hoc*. The research is based on Rocha's (2021) theoretical model of «documental trajectory», within the Documental Approach to Didactics. The qualitative analysis of the data, of a deductive nature, was carried out in two stages. The results show the professional development of the three pre-service teachers, through their inferred «documental experiences», represented by means of «documental trajectories». It is concluded that the most complex competences for the pre-service teachers to develop are those related to leading productive discussions, interpreting students' mathematical thinking, and decision-making in the classroom.

KEYWORDS: Pre-service secondary school mathematics teacher; Documental genesis; Documental approach to didactics; Documental trajectory; Professional development.

Recepción: octubre 2024 • Aceptación: marzo 2025 • Publicación: junio 2025

Moreno, M., Valls, J., Sánchez-Matamoros, G. y Aráuz, D. F. (2025). Desarrollo profesional de futuros docentes de matemáticas de educación secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 43(2), 61-80. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.6320>

INTRODUCCIÓN

El desarrollo profesional (DP), según Little (1987), es cualquier actividad que tiene la intención, parcial o principal, de preparar a los profesores para un mejor desempeño de su docencia en las aulas escolares, aumentando sus conocimientos y habilidades, así como de favorecer su crecimiento personal, social y emocional (Desimone, 2009). La literatura evidencia un amplio conjunto de actividades que contribuyen al DP del docente, por ejemplo, discurso y práctica comunitaria (Putnam y Borko, 2000), club de lectura (Grossman et al., 2001), interacción con materiales curriculares (Remillard, 2005), red de maestros o grupo de estudio (Greenleaf et al., 2001), etc.

Tradicionalmente, el término DP se ha vinculado a la formación continua de profesores en ejercicio; sin embargo, desde una perspectiva sociocultural, el aprendizaje y el DP se entienden como cambios, al participar en las prácticas matemáticas que se generan en el aula y cómo los docentes las comprenden (Llinares et al., 2008), favoreciendo una coordinación entre la formación inicial y continua. Al no ser esperable que los docentes recién egresados sean expertos en la enseñanza, los programas formativos se estructuran sobre los mismos modelos de aprendizaje de los contextos de DP de los profesores en ejercicio (Llinares et al., 2008). Esta manera de concebir los programas formativos está en consonancia con el modelo conceptual de DP propuesto por Sancar et al. (2021), definido como un proceso que se inicia con el programa formativo de los futuros profesores, donde las prácticas de aula proporcionan oportunidades de evidenciar características de su futura vida profesional, y continúa a lo largo de toda su vida profesional.

Actualmente, la investigación se ha focalizado en el desarrollo profesional efectivo (DPE), entendido como «el aprendizaje profesional estructurado que da lugar a cambios en las prácticas docentes y mejoras en los resultados de aprendizaje de los estudiantes» (Darling-Hammond et al., 2017, p. v). Estas investigaciones se centran en el diseño de programas de DP (e. g., Darling-Hammond et al., 2017), con el objetivo de identificar características de este desarrollo asociadas a la mejora del conocimiento y de la práctica de los docentes, así como de los resultados de aprendizaje de los estudiantes.

Las características fundamentales de DPE compartidas por algunos autores (Darling-Hammond et al., 2017; Desimone, 2009) son: enfoque en el contenido (centrado en el contenido de la materia, en el aprendizaje de los estudiantes y en su representación significativa); aprendizaje activo (participación activa de los profesores en un análisis significativo de la enseñanza-aprendizaje, por ejemplo, planificando lecciones, observando a profesores expertos o siendo observados); participación colectiva (grupos de docentes de un mismo grado, asignatura o escuela involucrados en actividades de DP); y duración (participación regular durante un período prolongado de tiempo en sesiones de DP). Desimone (2009) incorpora a las características anteriores la de coherencia (consistencia del contenido, las metas y las actividades del DP con las instituciones educativas, así como con el conocimiento y las creencias de los docentes). Darling-Hammond et al. (2017) añaden otras tres características a las cuatro primeras: uso de modelo y modelización (utilización de modelos curriculares e instruccionales y modelización a través de videos o casos escritos de enseñanza, lecciones de demostración, materiales curriculares, etc.); *coaching* y apoyo de expertos (modelización de prácticas de instrucción, apoyo a la discusión grupal y análisis colaborativo del trabajo de los estudiantes); y, finalmente, retroalimentación y reflexión (avance reflexivo hacia visiones expertas de las prácticas docentes aprendidas o vistas modeladas durante el desarrollo profesional).

Existen investigaciones que han analizado y evaluado el DP de los futuros profesores a través de alguna actividad del desarrollo profesional como, por ejemplo: uso de recursos de aprendizaje como recursos de enseñanza (Assis et al., 2018); diseño de diagramas interactivos (Naftaliev, 2018); diseño de lecciones (Earnest y Amador, 2019). No nos constan estudios que analicen los cambios en los procesos de aprendizaje de los estudiantes para profesor participantes en programas de DPE. En este estudio

nos centraremos en el DP de tres estudiantes para profesor de Matemáticas en educación secundaria (EPS) desde la perspectiva del desarrollo efectivo (Darling-Hammond et al., 2017, p. v), a través del análisis de las interacciones de estos con los recursos que usan para planificar e implementar lecciones en contextos de aulas reales.

Por tanto, el objetivo de esta investigación es caracterizar el DP de tres EPS participantes en un programa formativo diseñado *ad hoc*.

MARCO TEÓRICO

En esta investigación utilizaremos como marco teórico la trayectoria documental (Rocha, 2021), dentro del enfoque documental de la didáctica (Trouche et al., 2018), que nos permitirá analizar el desarrollo profesional de tres EPS.

Enfoque documental de la didáctica

A principios de siglo, los investigadores sugirieron la necesidad de prestar atención al estudio de los procesos de interacción de los profesores con los recursos disponibles para preparar la enseñanza y la influencia de estos en el aprendizaje de los estudiantes (e. g., Adler, 2000; Lloyd, 2008; Remillard, 2005; Sherin y Drake, 2009). Este nuevo foco de atención dio lugar a la génesis documental, proceso en el que los recursos implicados y el conocimiento del profesor evolucionan, originando un documento para enseñar algo. Posteriormente, Gueudet y Trouche (2012) y Trouche et al. (2018) teorizaron la génesis documental como *Documentational Approach to Didactics*, traducido como enfoque documental de la didáctica (EDD). El EDD analiza las interacciones entre un docente (sus conocimientos y creencias) y un conjunto de recursos (sus potencialidades, posibilidades y limitaciones) para enfrentar situaciones de enseñanza. De los distintos conceptos que propone el EDD, en esta investigación usamos: recursos, sistema de recursos y trabajo documental.

Los *recursos* «son todos los desarrollados y utilizados por los profesores para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, dentro y fuera del aula» (Pepin y Gueudet, 2020, pp. 172-173). Estos autores clasifican los recursos curriculares en: textuales (e. g., libros de texto, guías docentes, etc.), materiales (e. g., materiales manipulables, calculadora), recursos digitales (e. g., *applets*, libros electrónicos), sociales (conversaciones directas con colegas o a través de foros/chats) y cognitivos (e. g., documentos teóricos usados en sesiones de desarrollo profesional para desarrollar una competencia específica). Según Trouche et al. (2018), al conjunto formado por todos los recursos usados por el profesor, en una situación de enseñanza o en un tiempo específico de su vida profesional, se denomina sistema de recursos.

El docente interactúa con los recursos, los selecciona y trabaja con ellos (recopilándolos, interpretándolos, diseñándolos, adaptándolos, revisándolos, reorganizándolos, etc.), dentro de procesos donde el diseño y la puesta en marcha se entrelazan. La expresión *trabajo documental* engloba todas estas interacciones (Gueudet y Trouche, 2012).

Trayectoria documental

La trayectoria documental, dentro del EDD, fue definida por Rocha (2021) para analizar el desarrollo profesional del profesor, y se entiende como «un camino (que expresa continuidades y cambios) que articula los *Eventos Profesionales* (individuales y/o colectivos) vividos por el docente y las transformaciones en su *Trabajo Documental* a lo largo del tiempo» (p. 462). De los elementos conceptuales que conforman la trayectoria documental, en esta investigación usaremos: evento, evento profesional,

experiencia documental, rasgo de experiencia documental y representación de una trayectoria documental (Rocha, 2021), que describimos a continuación.

El *evento* se define como toda situación o acontecimiento que podría llevar a un docente a transformar su trabajo documental (sistema de recursos y su uso) (Rocha, 2021).

El *evento profesional* se define como un marcador en un momento específico en el que hubo una transformación en el trabajo documental de los docentes (Rocha, 2021). En esta investigación consideraremos los eventos profesionales inferidos, definidos como los momentos de la vida profesional del docente, determinados por el investigador, a través del análisis del trabajo documental de este, y que han causado transformación en su trabajo documental.

La *experiencia documental* es la acumulación y apropiación, por parte del profesor, de su trabajo documental. Esta experiencia se construye y transforma a través de actividades constructivas y productivas, porque es a través de la actividad que se construye el sujeto (Rocha, 2021).

El *rasgo de experiencia documental* es lo que el docente considera (usa) como guía de su trabajo documental en un período determinado (Rocha, 2021). Los rasgos se fortalecen con la experiencia documental de otros docentes, se relacionan con las experiencias vividas por estos y se sitúan en el tiempo para describir los cambios o continuidades de su trabajo documental.

Para representar el *trabajo documental* de los profesores, durante un periodo determinado de tiempo de la actividad profesional inferida por los investigadores, Rocha (2021) usa el mapeo inferido de la trayectoria documental (figura 1).

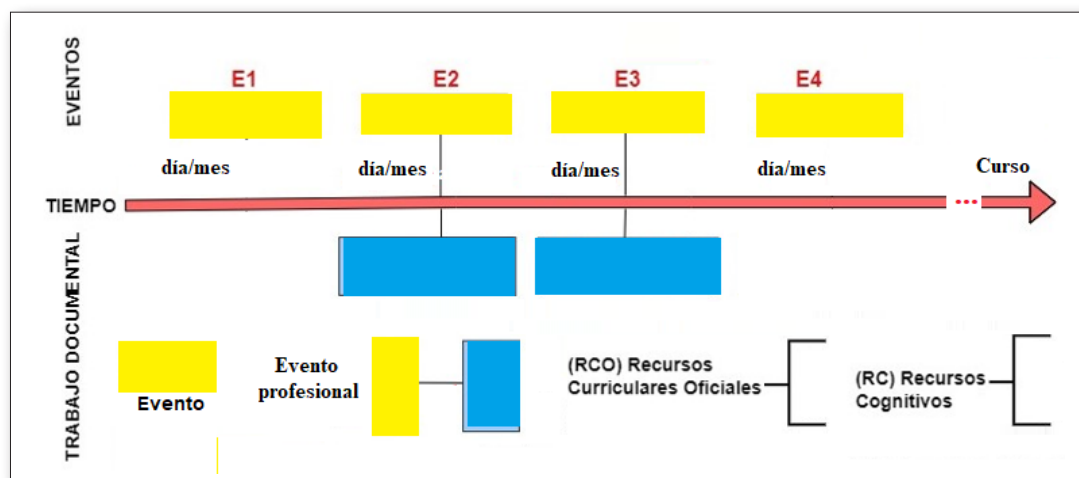


Fig. 1. Estructura de un mapeo inferido de la trayectoria documental.

En la figura 1 (Moreno et al., 2025), se representan (a) *Eventos* (E1, E4, ...), que son aquellos cursos, conferencias, etc., en los que la participación del (futuro) docente no ha supuesto una transformación del trabajo documental; y (b) *Eventos profesionales* (E2, E3...), que son aquellos en los que la participación del (futuro) docente en el curso, conferencia, etc., ha supuesto una transformación en su trabajo documental. En nuestro estudio, los eventos profesionales corresponden a las actividades (planificación e implementación de lecciones y seminarios colectivos) en las que participaba el EPS y que podrían llevarle a transformar su trabajo documental (modificación y secuenciación de tareas, discusión y gestión de un aula, reflexión sobre su actuación en el aula, etc.). Además, en la leyenda de la figura 1 también se incluyen los (c) *Recursos curriculares oficiales* con lo que ha interactuado el (futuro) docente. En nuestro estudio estos han sido: libro de texto, guía del docente y currículo; y (d) los *Recursos cognitivos* que se les ha proporcionado y con los que han interactuado. En nuestro estudio estos

proviene de la síntesis de investigaciones sobre cómo planificar lecciones (Jones y Edwards, 2016) (DOC5), secuenciar tareas para favorecer el pensamiento relacional (Hoch y Dreyfus, 2006) (DOC1 y DOC2), modificar tareas (Lee et al., 2019) (DOC4) y planificar una gestión de aula que favorezca la discusión productiva (Stein et al., 2008) (DOC3).

Relación entre trayectoria documental y desarrollo profesional

La trayectoria documental, según Rocha (2021), permite comprender ciertas prácticas del docente en el aula y cuestiones relacionadas con su DPE, en el sentido de que el (futuro) docente se apropia de todos los acontecimientos vividos para darles significado, lo que supone, según Pastre (2011), considerar no solo las situaciones de formación, sino también el desarrollo del (futuro) docente al hacer su trabajo. El análisis del trabajo del (futuro) docente en el aula puede ayudar a entender cómo se está desarrollando profesionalmente, ya que durante las prácticas de aula se enfrenta a situaciones diferentes: alumnado con dificultades, organización del tiempo y de los contenidos, etc., lo que según Sancar et al. (2021) permite evidenciar características inherentes a la vida profesional de un docente.

Por tanto, en este estudio y en función del objetivo formulado, nos hemos planteado la siguiente pregunta de investigación:

- ¿Qué características de DP se pueden inferir a través de las trayectorias documentales de tres EPS durante las prácticas de enseñanza en aulas de 10.º grado de Educación Secundaria?

METODOLOGÍA

En esta sección, en primer lugar, se describen los participantes y el contexto; a continuación, el programa de DP del cual proceden los instrumentos y datos del estudio. Finalmente, se describe el análisis de datos.

Participantes y contexto

En este estudio participaron tres EPS, renombrados como «José», «Jaqui» y «Patry», matriculados durante el curso 2020-21 en la asignatura Prácticas Profesionales IV del tercer año de la licenciatura para profesor de Matemáticas de una universidad pública de Nicaragua. El objetivo de esta asignatura era que los EPS aprendieran a planificar lecciones e implementarlas en aulas de 10.º grado (15-16 años) durante sus prácticas de enseñanza. Previamente, los EPS habían cursado asignaturas de Matemáticas y Didáctica de la Matemática, otras del ámbito educativo y psicopedagógico, y Prácticas Profesionales (I, II y III).

Estructura del programa de desarrollo profesional

Para la asignatura Prácticas Profesionales IV se diseñó un programa de DP de una duración de diez semanas (60 horas, septiembre-noviembre de 2020), conforme a las características de Desimone (2009) y Darling-Hammond et al. (2017). En las cuatro primeras semanas (16 horas), dos sesiones por semana, los EPS realizaron tareas profesionales (TP) como aproximaciones a la práctica docente: identificar/anticipar evidencias del pensamiento matemático de los estudiantes (TP1 y TP2); diseñar, secuenciar y modificar tareas matemáticas (TP3 y TP7); anticipar una gestión de aula (TP6); planificar lecciones y anticipar su gestión (TP8), apoyándose en la información teórica (recursos cognitivos) proporcionada y en los recursos curriculares oficiales. Estas primeras semanas se desarrollaron en la universidad. En las seis semanas restantes (44 horas), los EPS, durante las prácticas de enseñanza en las aulas de 10.º grado de Educación Secundaria, planificaron e implementaron tres lecciones y reflexio-

naron, junto con el tutor universitario, sobre las planificaciones e implementaciones de cada una de las lecciones. Estas planificaciones debían seguir la plantilla de Jones y Edwards (2016, p. 92) proporcionada como recurso cognitivo (DOC5), incluyendo: *i*) información general (grupo, escuela, fecha, asistencia, duración, tema de la lección, referencias del tema en el currículo, competencia de conceptos, habilidades y actitudes); *ii*) objetivos y aprendizajes esperados; *iii*) recursos que utilizar (materiales, TIC, vocabulario); *iv*) tareas matemáticas (DOC1, DOC2 y DOC4), con sus tiempos de ejecución previstos y las interacciones alumno-profesor según las prácticas de Stein et al. (2008) (DOC3); y *v*) evaluación formativa de los aprendizajes previstos (figura 2, Moreno et al., 2025).

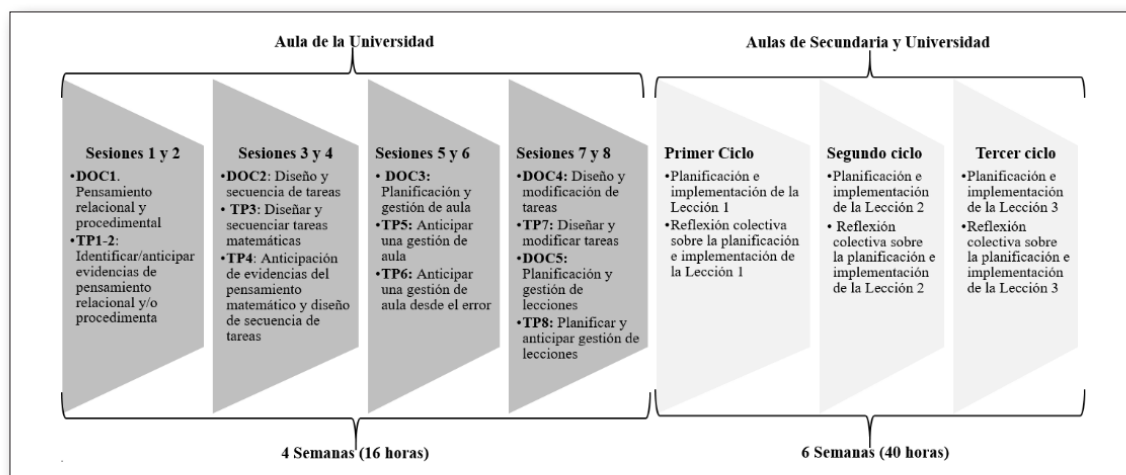


Fig. 2. Estructura del programa de desarrollo profesional

Datos del estudio

Los datos del estudio son los generados en las seis últimas semanas (40 horas) del programa de DP. Estos proceden de las tres planificaciones de las lecciones, de las videograbaciones de sus implementaciones y de los tres seminarios de reflexión colectiva correspondientes a cada EPS.

Análisis de datos

Se realizó un análisis cualitativo, de carácter deductivo, en dos etapas. En la primera etapa se analizaron los datos para identificar si los eventos, formados por las prácticas docentes y los seminarios de reflexión correspondientes en cada uno de los ciclos, habían dado lugar a eventos profesionales, identificados por los cambios producidos en el trabajo documental de cada EPS. Para ello se analizó, en primer lugar, cada una de las planificaciones realizadas para constatar si se había: *a*) usado el modelo de planificación de lecciones (Jones y Edwards, 2016); *b*) secuenciado las tareas de la guía del docente (Hoch y Dreyfus, 2006); *c*) modificado o incorporado nuevas tareas (Lee et al., 2019); y *d*) planificado una gestión de aula que favoreciera la discusión productiva (Stein et al., 2008). En segundo lugar, se analizó cada una de las transcripciones de las implementaciones de las lecciones para determinar la coherencia de estas en relación con la planificación y el tratamiento de imprevistos. Finalmente, se analizaron las transcripciones de cada uno de los seminarios para corroborar los cambios evidenciados en el trabajo documental de cada uno de los EPS.

Por ejemplo, para José, participar en el evento E1: Práctica docente-Lección 1 y Seminario de reflexión-Lección 1 (primer ciclo), supuso un evento profesional (figura 3).

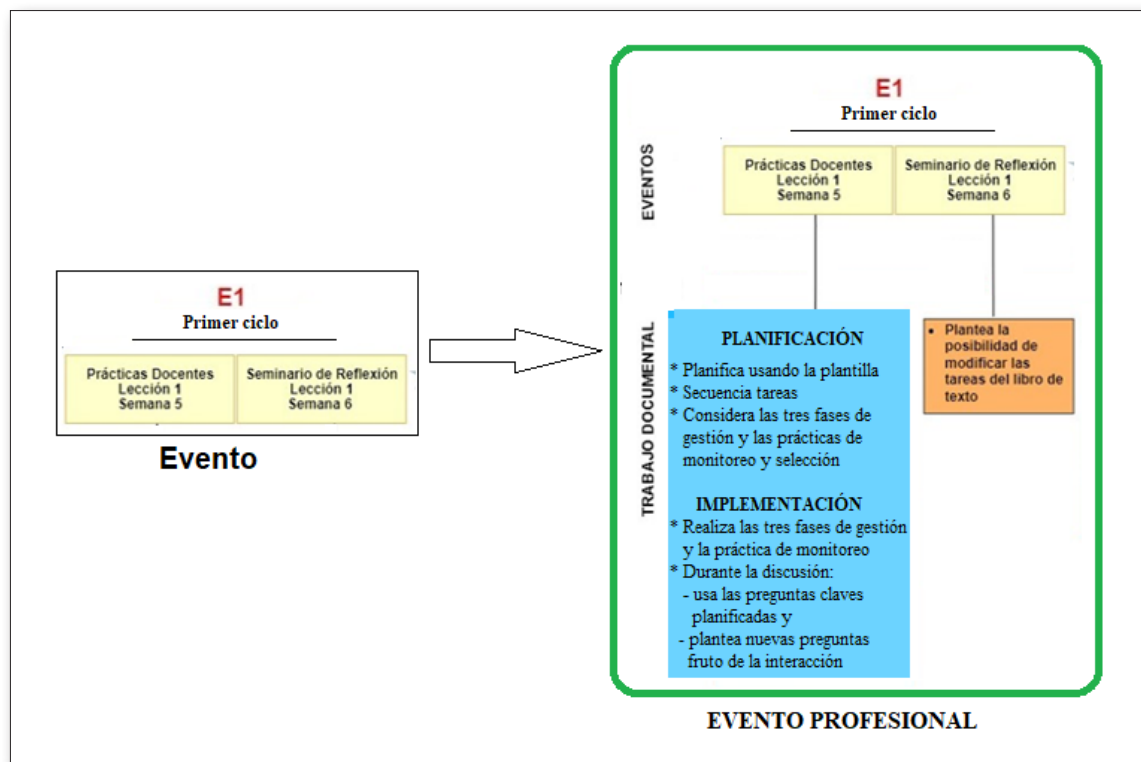


Fig. 3. Evento profesional de la participación de José en el primer ciclo de enseñanza

En la figura 3 (Moreno et al., 2025), se muestra el Evento 1 (primer ciclo), donde la participación de José conllevó una transformación de su trabajo documental, dando lugar al Evento Profesional 1. José transformó su trabajo documental al planificar usando la plantilla, secuenciar las tareas de la guía del docente y gestionar la discusión en el aula explicitando las fases de Stein et al. (2008). Al implementar la lección, aplicó las tres fases de la gestión de discusiones productivas: presentación, exploración –incluyendo la práctica de monitoreo– y discusión, en la que usó las preguntas claves planificadas y otras que surgieron durante la interacción con los estudiantes. Durante el seminario de reflexión grupal, José fue consciente de la necesidad de modificar las tareas resueltas del libro de texto para favorecer la discusión y la participación de los estudiantes.

En la segunda etapa, se obtuvo el mapeo inferido de la trayectoria documental (MITD) de cada EPS a partir de los eventos profesionales identificados en la etapa anterior. En el trabajo documental de cada evento profesional, solo se han incluido los cambios generados en relación con los eventos profesionales precedentes. A partir del MITD de cada EPS se infirieron los rasgos de experiencia documental de cada uno de ellos, observando lo que estos consideraban (usaban como) guía de su trabajo documental en los eventos profesionales posteriores, en relación con las siguientes competencias docentes: planificar lecciones; planificar una gestión y dirigir discusiones en el aula; interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes y tomar decisiones. Los rasgos de experiencia documental son indicadores del desarrollo profesional de cada uno de los EPS.

Por ejemplo, en el esbozo de MITD de José se observa un rasgo de experiencia documental entre los eventos Profesional 1 y 2, al incorporar en su planificación la modificación e introducción de nuevas tareas, fruto de la experiencia y reflexión del evento profesional anterior. Por tanto, la modificación de tareas es un rasgo de la experiencia documental de José y, en consecuencia, una característica de su desarrollo profesional (figura 4, Moreno et al., 2025).

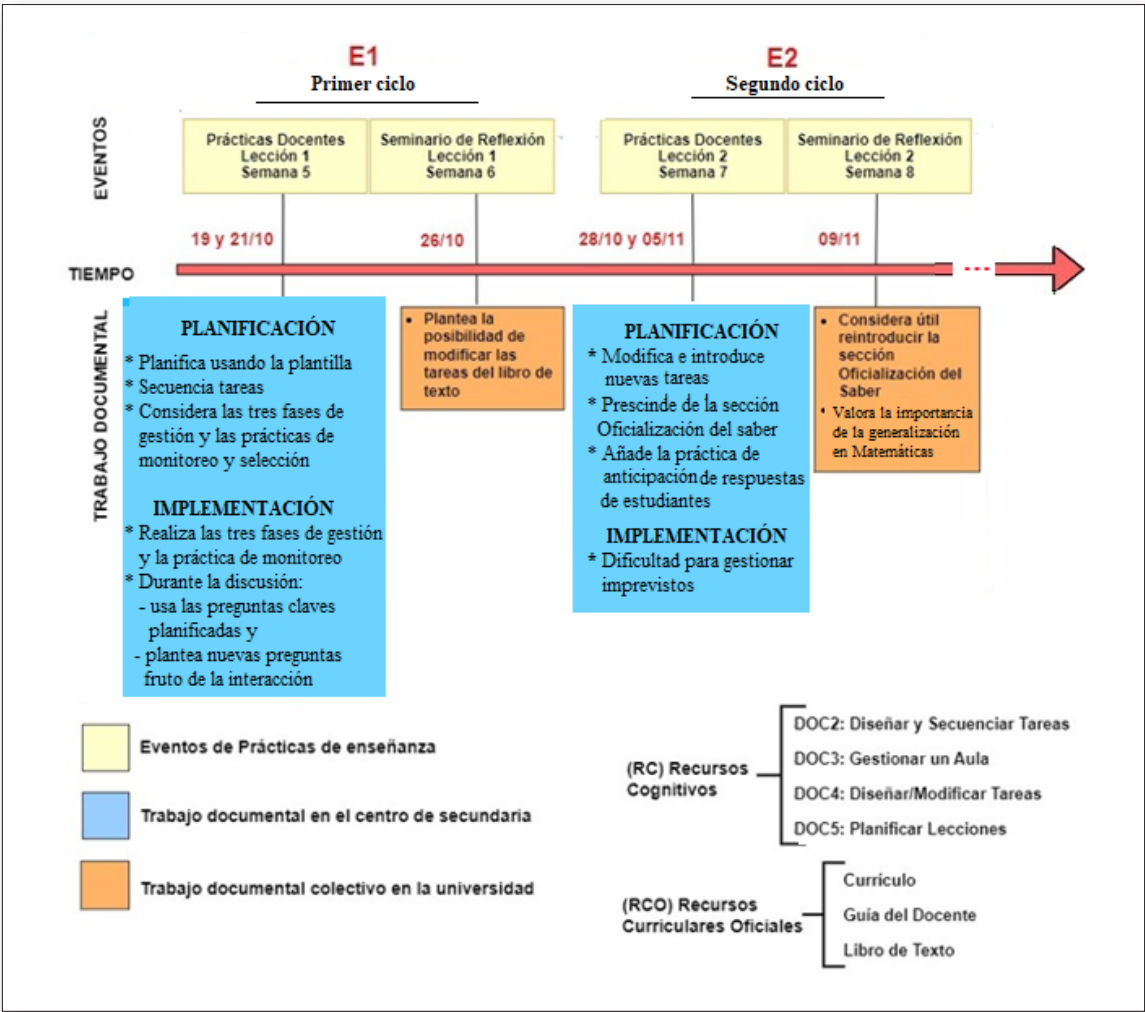


Fig. 4. Esbozo del MITD de José

RESULTADOS

Esta sección se ha organizado en tres apartados, en los que se describen las características de desarrollo profesional de cada uno de los EPS a partir de los rasgos de experiencia documental identificados en sus MITD, como resultado de sus acciones y reflexiones durante el programa formativo, y descritos en función de las competencias docentes consideradas.

El MITD de cada EPS está formado por tres eventos profesionales vinculados con los tres eventos correspondientes a los tres ciclos de enseñanza en los que participaron, al hacer uso tanto de los recursos cognitivos proporcionados en el programa formativo como de los recursos curriculares oficiales en sus planificaciones e implementaciones de las lecciones desarrolladas sobre trigonometría.

Características del desarrollo profesional de José

En el MITD de José se identificaron rasgos de experiencia documental referidos a la planificación de lecciones y a la gestión del aula (figura 5, Moreno et al., 2025).

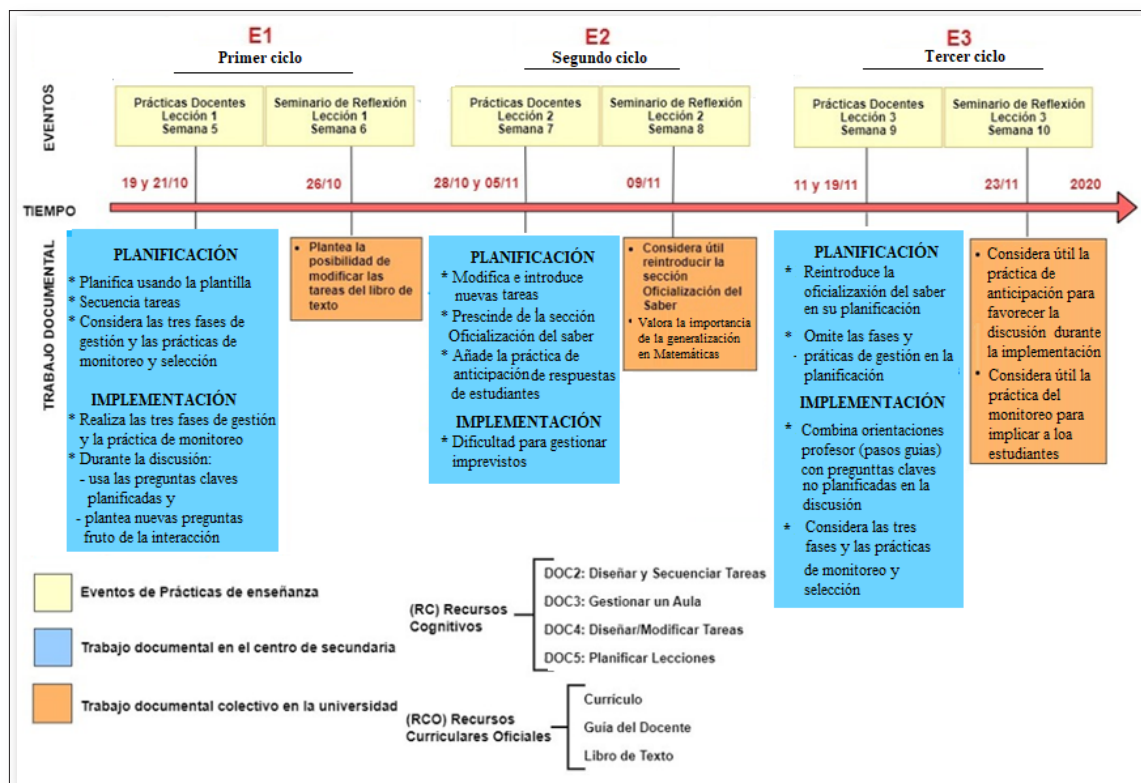


Fig. 5. MITD de Enseñanza de José (19-10-20 al 23-11-20)

En relación con la planificación de las lecciones, José fue capaz de organizarlas según la plantilla proporcionada (Jones y Edwards, 2016), considerando la estructura de los recursos curriculares oficiales (guía del docente y libro de texto). Asimismo, secuenció las tareas de las tres lecciones, atendiendo a criterios de dificultad de estas en función del contenido matemático, tal como se evidencia en su planificación de la lección 1: «Aplicación de la razón trigonométrica tangente del ángulo en problemas del entorno» siguiendo la guía del docente (Espinoza et al., 2019, p. 84).

José planificó la lección 1 usando las cinco secciones que indican los recursos curriculares oficiales (resolución de la tarea; oficialización del saber; ejercitación del saber; evaluación del aprendizaje; consolidación del aprendizaje). En cuanto a la secuenciación de las tareas, mantuvo el ejemplo resuelto en la resolución de la tarea de la guía del docente, añadiendo preguntas clave para dirigir la discusión en el aula. Decidió usar para la sección de ejercitación del saber la tarea «b», al añadir esta una variación en la posición del observador (posición vertical), respecto de la tarea «a» de la guía, asegurándose la resolución grupal de dos tipos de tareas diferentes. Además, en su planificación de esta sección, anticipó una resolución de la tarea «b». José dejó la tarea «a» para la sección de evaluación del saber, añadiendo nuevamente preguntas clave para dirigir la discusión en el aula.

El diseño y modificación de tareas se evidenció a partir del segundo ciclo de enseñanza. Por ejemplo,

al planificar la lección 2: «Valores de las razones trigonométricas utilizando la $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ y la identidad $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ », José modificó la primera tarea de la guía del docente cambiando los datos de las funciones trigonométricas, para evitar que los estudiantes copiaran la respuesta del libro de texto tal como habían hecho en la primera lección. Esta modificación fue consecuencia de su propia experiencia durante la implementación de la lección 1 y de la discusión colectiva en el seminario de reflexión del ciclo 1, don-

de José comentó: «Me di cuenta de que debí modificar o cambiar los datos del problema de la lección para evitar esa situación [que copien la respuesta del libro]...». Por tanto, la secuenciación y la modificación de tareas al planificar lecciones constituyó una característica del desarrollo profesional de José.

En relación con la competencia planificar la gestión del aula, José, para la lección 1 del ciclo 1 de enseñanza, planificó posibles preguntas que haría a los estudiantes en cada uno de los problemas propuestos. Preguntas que usó durante la implementación para guiar la discusión del primer problema. Aprovechando la experiencia adquirida en la discusión de esta cuestión, guio la discusión del segundo problema mediante preguntas que no había planificado previamente. En la planificación de la lección 2, anticipó respuestas de estudiantes a las tareas, valorando la utilidad de estas para favorecer la discusión en el aula, en la reflexión realizada en el seminario de discusión del tercer ciclo. Asimismo, previó la práctica del monitoreo en las planificaciones de todas las lecciones, aunque la llevó a cabo a partir de la implementación de la lección 2. En la planificación de la lección 1, José explicitó las fases de presentación y de exploración, a través de las prácticas de monitoreo y selección de respuestas de estudiantes, tal como se evidencia a continuación: «Se realizará un plenario sobre los resultados obtenidos por los estudiantes, a los cuales se seleccionará con anticipación en la fase de exploración», pero no pudo implementarla al no involucrarse los estudiantes en la resolución de los problemas. En la implementación de la lección 3, José realizó las prácticas de monitoreo y selección durante la fase de exploración. En la reflexión grupal del tercer ciclo, consideró la utilidad de la práctica del monitoreo para implicar a los estudiantes en las discusiones en el aula, al permitirle seleccionar y secuenciar las respuestas de los estudiantes. Por tanto, las prácticas de anticipación, de monitoreo y selección constituyeron una característica del desarrollo profesional de José.

En cuanto a interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes, José, durante la fase de exploración en la lección 2, observó que varios estudiantes habían calculado y expresado el valor del $\cos^2 A \left(\cos^2 A = 1 - \frac{4}{49} = \sqrt{\frac{1}{49}} \right)$ erróneamente, al calcular las razones trigonométricas del coseno y de la tangente de un ángulo del primer cuadrante, conociendo el valor de su seno. Pero en vez de interpretar que habían cometido un error aritmético consideró que este provenía de una aplicación sin sentido de la identidad $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$, por lo que José decidió gestionar la demostración de dicha identidad. Por tanto, interpretar el pensamiento de los estudiantes en el contexto del aula no se constituyó como un rasgo de experiencia documental de José.

En la tabla 1 se muestran las características de desarrollo profesional de José.

Tabla 1.
Características del desarrollo profesional de José

- Secuencia las tareas a partir de la lección 1. - Modifica algunas tareas a partir de la lección 2.
- Planifica preguntas claves para favorecer la discusión a partir de la lección 1 y anticipa respuestas de estudiantes para favorecer la discusión a partir de la lección 2. - Monitorea las resoluciones de los estudiantes a partir de la lección 2 y selecciona a estudiantes para la discusión grupal a partir de la lección 3, en la implementación.

Características del desarrollo profesional de Jaqui

En el MITD de Jaqui se identificaron rasgos de experiencia documental referidos a las tres competencias docentes consideradas (figura 6, Moreno et al., 2025).

Con respecto a la planificación de lecciones, Jaqui las organizó según la plantilla proporcionada, considerando la estructura de los recursos curriculares oficiales (guía del docente y libro de texto) desde la lección 1. Asimismo, secuenció y modificó las tareas en todas sus planificaciones, atendiendo a criterios de dificultad de las tareas en función del contenido matemático trabajado, y modificó las tareas bien cambiando los datos de estas, bien introduciendo tareas nuevas procedentes de otras fuentes (webs o libros de matemáticas) en las lecciones, tal como se evidencia en su planificación de la lección 1: «Valores de las funciones trigonométricas utilizando la tangente y la relación fundamental de trigonometría», siguiendo la guía del docente (Espinoza et al., 2019, p. 87).

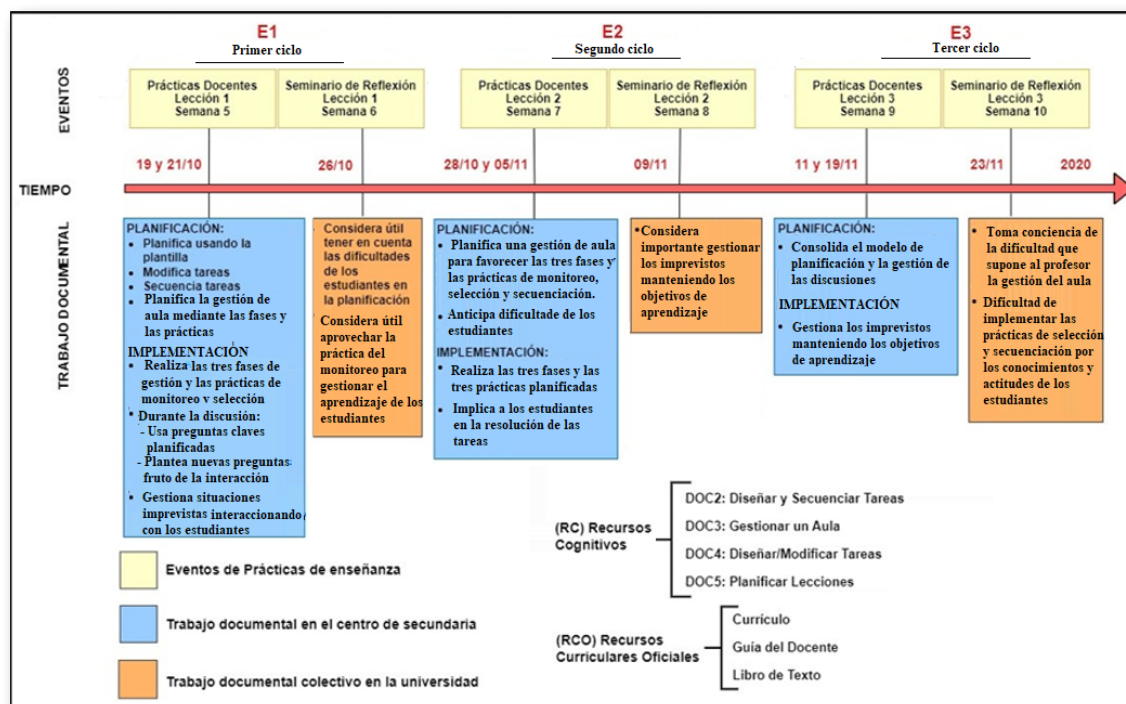


Fig. 6. MITD de Enseñanza de Jaqui (19-10-20 al 23-11-20)

Jaqui planificó la lección 1 en tres secciones: resolución de la tarea, ejercitación del saber y evaluación-consolidación del saber. Modificó el problema inicial de la sección resolución de la tarea de la guía del docente proporcionando el valor del coseno del ángulo A y pidiendo que calcularan los valores del seno y la tangente del ángulo A, para evitar que copiaran la respuesta del libro de texto. Secuenció las tareas en función de la complejidad de los cálculos aritméticos del valor de la tangente del ángulo A (racionalización del resultado) proponiendo como tarea de la sección ejercitación del saber la tarea «b», de la misma sección de la guía del docente, y dejando para la sección de evaluación-consolidación del saber la tarea «a», similar a la primera realizada en el aula. Por tanto, la secuenciación y la modificación de tareas al planificar lecciones constituyeron una característica de su desarrollo profesional.

En relación con la competencia planificar la gestión de aula, Jaqui, desde la planificación de la lección 1 del ciclo 1 de enseñanza, anticipó posibles preguntas que haría a los estudiantes durante la resolución de las tareas para favorecer este proceso, dar sentido a los contenidos previamente explicados en el aula y guiar la discusión. Posteriormente, en las implementaciones de cada lección fue introduciendo progresivamente las prácticas de monitoreo, selección y secuenciación de estudiantes. Por ejemplo, en la planificación de la lección 1 anticipó algunas preguntas e indicó que seleccionaría a uno o dos estudiantes para iniciar la discusión de las tareas propuestas. Asimismo, en la implementación de esta misma

lección, consideró la fase de presentación y de exploración, dejando cinco minutos para la resolución del primer problema, mientras se movía por el aula (práctica de monitoreo) y seleccionaba a una estudiante (Danna). En el seminario de reflexión del ciclo 1 consideró útil favorecer la fase de exploración y las prácticas de monitoreo, selección y secuenciación para implicar a los estudiantes mediante preguntas («pistas») que les ayudaran a resolver las tareas, tal como se evidencia en el siguiente fragmento:

[...] Estos estudiantes [10.º grado] quieren aprender, solo es buscar cómo integrarlos, pero creo que la clave está en la forma como le orientemos el trabajo y a como decía José en dejarlos resolver y dar vueltas por los asientos, dándoles pistas o ayudarles a resolver a aquellos estudiantes que no están integrados, mientras los demás están trabajando. Creo que si los apoyamos cuando estén resolviendo tendremos opciones para elegir respuestas de estudiantes (seleccionar).

Por tanto, la planificación de una gestión de aula mediante las fases de Stein et al. (2008) y su implementación constituyeron una característica del desarrollo profesional.

Con respecto a la interpretación del pensamiento matemático de los estudiantes, Jaqui, desde el ciclo 1, gestionó situaciones imprevistas interaccionando con los estudiantes; por ejemplo, durante la implementación de la lección 1 identificó un error en la respuesta de una estudiante, Danna (seleccionada previamente), al calcular el valor del $\cos A$, e interpretó que esta usaba el signo igual como operación y no como equivalencia, por lo que la sentencia escrita no era adecuada, a pesar de la corrección del resultado, tal como se evidencia en el siguiente diálogo:

Danna: Ya, profesora, esto es lo que yo había realizado.

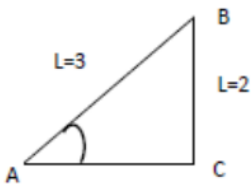
Transcripción respuesta estudiante:

b) Calculé $\cos A$ y $\tan A$ utilizando la conclusión anterior sabiendo que $0^\circ < A < 90^\circ$ y $\sin A = \frac{2}{3}$, y calculé $\cos A$ y $\tan A$.

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\cos^2 A + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1;$$

$$\cos^2 A = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\cos^2 A = 1 - \frac{4}{9} = \frac{9-4}{9} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$


Jaqui: Bien, Danna. Chicos la respuesta de Danna está bien, pero hay dos cosas importantes en el proceso que pueden confundirlos, ¿cuál es una de esas cosas?

David: Danna ha sustituido el valor del $\sin A = \frac{2}{3}$ en el lugar del coseno.

Jaqui: Sí, David, aunque la suma es conmutativa es bueno llevar el orden en la sustitución. También no ha sacado la raíz cuadrada al coseno cuadrado, pone el igual en todo el proceso y no como pasos diferentes. Vean, de esta forma:

$$\sqrt{\cos^2 A} = \sqrt{\frac{5}{9}} \quad \cos A = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Asimismo, durante el seminario de reflexión colectiva del ciclo 2, en relación con la gestión de imprevistos realizada por José que le impidió implementar la planificación prevista, Jaqui ratificó la necesidad de tratar los errores cometidos por los estudiantes y los imprevistos durante la enseñanza, sin olvidar el objetivo de la lección, tal como se evidencia en el siguiente comentario:

Al monitorear yo me hubiese acercado al asiento del estudiante del error y hacerle saber su error para que corrigiera su respuesta y no pasarlo a la pizarra porque el estudiante, aunque se ayudó con el LT [libro de

texto], había comprendido el uso de las dos identidades $[\tan A = \frac{\text{sen} A}{\cos A}; \text{sen}^2 A + \cos^2 A = 1]$, es decir, cuál debía usar primero. [...].

Otra opción hubiese sido, con la resolución errónea del estudiante en la pizarra, corregir la resta y las demás operaciones. Por tanto, interpretar el pensamiento de los estudiantes y tomar decisiones en el contexto del aula también se constituyó como un rasgo de experiencia documental de Jaqui, es decir, una característica de su desarrollo profesional.

En la tabla 2 se resumen las características del desarrollo profesional de Jaqui.

Tabla 2.
Características del desarrollo profesional de Jaqui

– Interpreta el pensamiento de estudiantes en el aula y toma decisiones <i>in situ</i> desde la lección 1. – Modifica las tareas de la guía del docente desde la lección 1. – Secuencia las tareas desde la lección 1.
– Planifica la gestión del aula mediante las fases y la práctica de monitoreo desde la lección 1, la selección de estudiantes desde la lección 2 y la secuenciación de las respuestas desde la lección 3. – Planifica preguntas para gestionar las discusiones desde la lección 1. – Monitorea y selecciona estudiantes durante la fase de exploración desde la lección 1, y secuencia su participación en la fase de discusión desde la lección 2, en la implementación.

Características del desarrollo profesional de Patry

En el MITD de Patry, al igual que en el de Jaqui, se identificaron rasgos de experiencia documental referidos a las tres competencias docentes (figura 7, Moreno et al., 2025).

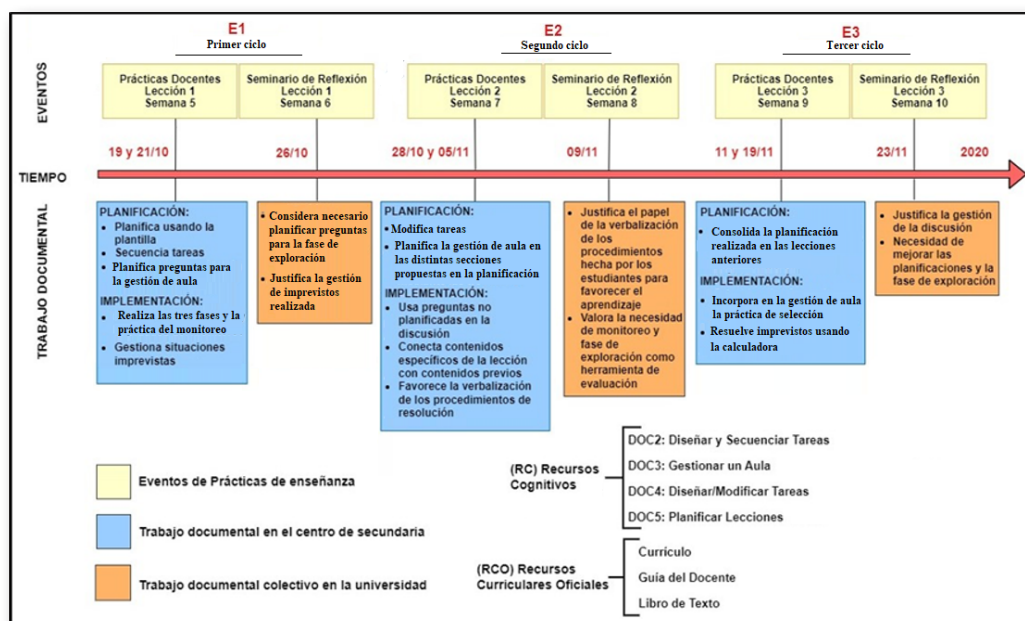


Fig. 7. MITD de Enseñanza de Patry (19-10-20 al 23-11-20)

En relación con la planificación de lecciones, Patry planificó las tres lecciones según la plantilla proporcionada, considerando la estructura de los recursos curriculares oficiales (guía del docente y libro de texto) desde la primera lección. Asimismo, secuenció las tareas de las tres lecciones planificadas, atendiendo a criterios de dificultad de estas en función del contenido matemático trabajado, por ejemplo,

en su planificación de la lección 1: «Valores de las funciones trigonométricas utilizando la tangente y la relación fundamental de trigonometría» siguiendo la guía del docente (Espinoza et al., 2019, p. 87).

Patry planificó la lección 1 en cuatro secciones: resolución de la tarea, ejercitación del saber, evaluación del aprendizaje y consolidación del aprendizaje. Propuso las mismas tareas de la guía del docente, pero cambiando el orden de estas. Para la sección resolución de la tarea, propuso la misma tarea que la sección del mismo nombre de la guía del docente. Para la sección ejercitación del saber, propuso la tarea «b» de esta misma sección de la guía del docente, dejando la tarea «a» para evaluación de aprendizaje. La secuenciación de las tareas estuvo en función de la complejidad de los cálculos aritméticos del valor de la tangente.

El diseño y modificación de tareas se evidenció desde el primer ciclo de enseñanza, al modificar Patry los datos de las tareas. Por ejemplo, Patry, al planificar la lección 2, «Determinación de los valores de las funciones trigonométricas de un ángulo cualquiera», para la sección resolución de la tarea propuso la primera tarea de la guía del docente, modificando el valor del ángulo 120° por 150° e indicando el valor del radio, $r = 2$, para calcular el $\sin A$, $\cos A$ y $\tan A$. Para la sección ejercitación del saber, propuso la tarea «b» de la misma sección de la guía del docente, cambiando el valor de radio, $r = 3$. Estas modificaciones se hicieron para evitar que los estudiantes copiaran la respuesta del libro de texto. Por tanto, la secuenciación y la modificación de tareas al planificar las lecciones constituyó una característica del desarrollo profesional de Patry.

En relación con la competencia planificar la gestión de aula, Patry, desde el ciclo 1 de enseñanza, planificó preguntas para gestionar la discusión, sin mencionar las diferentes fases de la gestión del aula (Stein et al., 2008). En la implementación de las tres lecciones, realizó las tres fases de la gestión del aula: presentación de la tarea, exploración y discusión. Asimismo, realizó el monitoreo desde el ciclo 1 de enseñanza y la selección de estudiantes desde el ciclo 3. Por ejemplo, en la implementación de la lección 1, mientras monitoreaba el trabajo de los estudiantes al observar que estos no eran capaces de resolver la tarea, decidió pasar directamente a la fase de discusión y resolver ella misma la tarea en la pizarra mientras interactuaba con los estudiantes, para favorecer su participación e intentar una resolución grupal:

Patry: Chicos, ¿cómo encontramos la $\tan A$?

Diego: Dividiendo $\frac{2}{3}$ y $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Patry: Correcto, Diego. [Patry borra la pizarra y escribe lo que le dijo Diego]. Entonces tenemos que

$$\tan A = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}. \text{ ¿Cuánto vale la } \tan A \text{ después de realizar la operación?}$$

Diego: $\tan A = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Durante la reflexión colectiva, Patry reconoció la necesidad de anticipar preguntas en la planificación para apoyar la fase de exploración, tal como se evidencia en el siguiente comentario:

Patry: Sí, en mi próxima lección pensaré cómo hacer que los estudiantes resuelvan por ellos mismos, la clave está en las preguntas anticipadas y en las orientaciones que les damos para que empiecen a intentar resolver los problemas, eso me está costando.

Por tanto, la implementación de las lecciones siguiendo el modelo de gestión del aula mediante las fases de Stein et al. (2008) constituyó una característica del desarrollo profesional de Patry.

En relación con la interpretación del pensamiento matemático de los estudiantes, Patry, desde el ciclo 1, gestionó situaciones imprevistas interactuando con los estudiantes, por ejemplo, cuando en la lección 1 no fueron capaces de racionalizar el resultado de $\tan A = \frac{2}{\sqrt{5}}$, tal como se evidencia en el siguiente diálogo:

[...] [...]

Patry: Chicos, ¿es conveniente que la $\sqrt{5}$ quede como denominador de la respuesta?

[Los estudiantes se quedan mirando unos a otros y no contestan]

Chicos, es un contenido que ya vieron en noveno grado, se llama racionalizar el denominador y es multiplicar por $\sqrt{5}$ tanto el numerador como el denominador de la forma siguiente,

$\tan A = \frac{2}{\sqrt{5}} * \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$. Chicos al multiplicar por $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ no estamos alterando nada porque es como

que estemos multiplicando por 1 porque $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$, esta técnica algebraica es para no dejar radical

en el denominador. Ahora multiplicando ¿qué nos da en el denominador?

[No contestan]

Por tanto, interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes y tomar decisiones en el contexto del aula se constituyó como un rasgo de experiencia documental de Patry, es decir, una característica de su desarrollo profesional.

En la tabla 3, se resumen las características del desarrollo profesional de Patry.

Tabla 3.
Características del desarrollo profesional de Patry

– Interpreta el pensamiento de estudiantes en el aula y toma decisiones <i>in situ</i> desde la lección 1.
– Secuencia las tareas desde la lección 1.
– Modifica tareas desde la lección 1.
– Implementa la gestión de aula mediante las fases de Stein et al. (2008), monitoreando desde la lección 1 y seleccionando a estudiantes desde la lección 3.
– Interactúa con los estudiantes planteando preguntas mayoritariamente no planificadas desde la lección 1.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El objetivo de esta investigación era caracterizar el desarrollo profesional de tres EPS participantes en un programa de desarrollo profesional diseñado *ad hoc*.

Los resultados del estudio muestran la influencia de los recursos proporcionados en el desarrollo profesional de los tres EPS, tal como se ha observado en los momentos de cambio y reorganización del trabajo documental de cada uno de ellos, manifestado a través de aspectos específicos de su práctica docente. Por ejemplo, la capacidad de reestructuración de la planificación para adaptarse y dar respuesta a los imprevistos y al contexto del aula. Esta investigación ha proporcionado evidencias empíricas de la potencialidad del modelo de aprendizaje para el desarrollo profesional de los futuros profesores (Trouche et al., 2023), al constatar la evolución de estos durante el programa formativo y comprobar cómo han usado los recursos cognitivos. También se ha evidenciado el aprendizaje de los futuros profesores del conocimiento de la enseñanza y de los estudiantes, a lo largo de los tres ciclos de enseñanza en aulas de educación secundaria.

No obstante, cabe señalar que el desarrollo profesional de José, Jaqui y Patry fue muy diferente en relación con el aprendizaje de las competencias profesionales en un contexto de prácticas de enseñanza. Cada EPS evolucionó con ritmos diferentes. Aunque hemos confirmado dificultades en el aprendizaje y su aplicación en contextos reales de la gestión de discusiones en el aula, así como en la interpretación del pensamiento matemático de los estudiantes, hemos evidenciado que la superación progresiva de estas dificultades se ha visto favorecida por las reflexiones colectivas realizadas al finalizar cada ciclo de enseñanza. Este hecho está en consonancia con Llinares et al. (2022) sobre la relevancia del período de prácticas para apoyar el desarrollo de competencias de los futuros docentes y del papel del formador para crear oportunidades que favorezcan su desarrollo. Las reflexiones colectivas durante las prácticas de enseñanza se han constituido como facilitadores del aprendizaje de los tres EPS y, por tanto, una herramienta útil para apoyar su desarrollo profesional. Esto nos lleva a sugerir el beneficio de incluir las reflexiones colectivas en los programas formativos.

En relación con la gestión de discusiones, ninguno de los tres EPS consiguió dirigir discusiones productivas en el aula en el sentido de Jacobs y Splangler (2017), es decir, no lograron favorecer discusiones entre estudiantes, ni motivarlos para que explicasen sus ideas al hacer preguntas del tipo «¿por qué...?» o «¿cómo lo sabes?», al no estar los estudiantes de educación secundaria habituados a responder este tipo de cuestiones. Ninguno de los tres EPS organizó la discusión para involucrar a todos los estudiantes en esta, considerando diversidad de respuestas. En su gestión de las discusiones tuvieron como único objetivo llegar al resultado correcto de las tareas o hacer explícita la definición de alguno de los conceptos trabajados. Dirigir discusiones productivas es una competencia profesional en la enseñanza de las matemáticas, pero no es innata en el profesor, sino que debe ser aprendida, ya que la forma en la que los profesores organizan el diálogo influye directamente en las oportunidades de los estudiantes para aprender matemáticas (Clarke, 2013; Jacobs y Splangler, 2017). Asimismo, el programa formativo no proporcionó una variedad de ejemplos que ilustraran cómo dirigir discusiones productivas (Tyminski et al., 2014; van Es et al., 2017) que apoyaran el aprendizaje de esta competencia.

El hecho de que la interpretación del pensamiento matemático de los estudiantes por parte de los EPS se centrara en la identificación y resolución de errores aritméticos pudo ser debido a su poca experiencia docente o a las características de las tareas, además de a la preocupación de los EPS por completar la planificación prevista. En este sentido, sería deseable potenciar entrevistas de evaluación formativa entre iguales para favorecer la generación de modelos de pensamiento compartidos con el grupo clase y mejorar la forma de anticipar/plantear preguntas para hacer visibles los razonamientos de los estudiantes (Weiland et al., 2014).

Una posible explicación de que los cambios observados en los EPS estén más vinculados a su gestión del aula y a las prácticas de instrucción que al aprendizaje matemático de los estudiantes puede deberse a que los docentes noveles con poca experiencia priorizan los aspectos de gestión de la enseñanza frente a la actividad matemática que se desarrolla en el aula (e. g., Stockero y Van Zoest, 2013). Además, según Lampert et al. (2013), los profesores noveles pueden tener dificultad a la hora de realizar aproximaciones cercanas a la práctica real por la falta de conocimientos del contexto donde se realiza esta.

El uso del modelo teórico de la trayectoria documental nos ha permitido identificar la relación entre el análisis realizado y los recursos utilizados. El estudio muestra la influencia de los recursos cognitivos proporcionados en el desarrollo profesional de los tres EPS al evidenciar cómo hacen uso de ellos en algún momento del proceso de enseñanza, lo que pone en valor no solo el instrumento de análisis (Rocha, 2021), sino también el propio programa formativo (Llinares et al., 2008).

Por último, cabe señalar que los resultados de la investigación proporcionan información para el diseño de algunos aspectos del programa formativo: *a)* ajustando las tareas profesionales en función de las dificultades manifestadas por los EPS en su puesta en práctica; *b)* recreando discusiones de aula mediante un *role-playing* con el objetivo de dirigir la discusión en el sentido de Jacobs y Splangler (2017);

- c) visionando videos de aulas reales para interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes; y
d) incluyendo seminarios de reflexión durante las prácticas de enseñanza, entre otros.

Sería necesario continuar esta línea de investigación en diferentes contextos para avanzar en la generación de conocimiento sobre el desarrollo de competencias docentes de los estudiantes para profesor.

RECONOCIMIENTO

Esta investigación ha sido realizada a través del proyecto PID2023-149624NB-I00 y PID2020-116514GB-I00, de la Agencia Estatal de Investigación, Ministerios de Ciencia e Innovación, España.

Agradecemos la colaboración y participación de los estudiantes para profesores que quisieron involucrarse en la investigación de manera totalmente altruista y desinteresada.

ANEXOS

Todas las figuras del artículo son accesibles para poner disponer de la información detallada y precisa en:

Moreno, M., Valls, J., Sánchez-Matamoros, G., y Aráuz, D. F. (2025). ANEXOS Research Paper «Professional development of preservice secondary school mathematics teachers». *figshare*. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.28846409.v1>

REFERENCIAS

- Adler, J. (2000). Conceptualising Resources as a Theme for Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(3), 205-224. <https://doi.org/10.1023/A:1009903206236>
- Assis, C., Gitirana, V., y Trouche, L. (2018). The Metamorphosis of resource systems of prospective teacher: from studying to teaching. En V. Gitirana, T. Miyakawa, M. Rafalska, S. Soury-Lavergne, y L. Trouche (Eds.), *Proceedings of the Re(s)ources, International Conference* (pp. 39- 42). ENS de Lyon.
- Clarke, D. J. (2013). Contingent conceptions of accomplished practice: The cultural specificity of discourse in and about the mathematics classroom. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 45(1), 21-33. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0452-8>
- Darling-Hammond, L., Hyler, M. E., y Gardner, M. (2017). *Effective Teacher Professional Development*. Learning Policy Institute.
- Desimone, L. M. (2009). Improving Impact Studies of Teachers' Professional Development: Toward Better Conceptualizations and Measures. *Educational Researcher*, 38(3), 181-199. <https://doi.org/10.3102/0013189X08331140>
- Earnest, D. y Amador, J. M. (2019). Lesson planimation: prospective elementary teachers' interactions with mathematics curricula. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(1), 37-68. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9374-2>
- Espinoza, M., Herrera, P., Ruiz, O. A., Aráuz, D. F., y González, A. (2019). *Matemática 10. Décimo Grado. Guía para el Docente. Educación Secundaria*. Ministerio de Educación (MINED-Nicaragua).
- Greenleaf, C. L., Schoenbach, R., Cziko, C., y Mueller, F. L. (2001). Apprenticing adolescent readers to academic literacy. *Harvard Educational Review*, 71(1), 79-129. <https://doi.org/10.17763/haer.71.1.q811712577334038>
- Grossman, P. L., Wineburg, S., y Woolworth, S. (2001). Toward a theory of teacher community. *Teachers College Record*, 103, 942-1012. <https://doi.org/10.1111/0161-4681.00140>

- Gueudet, G., y Trouche, L. (2012). Teachers' Work with Resources: Documentational Geneses and Professional Geneses. En G. Gueudet, B. Pepin, y L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: Mathematics curriculum materials and teacher development* (pp. 23-41). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_2
- Hoch, M., y Dreyfus, T. (2006). Structure sense versus manipulations skills: an unexpected result. En J. Novotná, H. Moraova, M. Krátká, y N. Stehliková (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3* (pp. 305-312).
- Jacobs, V. R. y Spangler, D. A. (2017). Research on core practices in K-12 mathematics teaching. En J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (pp. 766-792).
- Jones, K. y Edwards, R. (2016). Planning for mathematics learning. En S. Johnston-Wilder, P. Johnston-Wilder, D. P. And y C. Lee (Eds.), *Learning to Teach Mathematics in the Secondary School*.
- Lampert, M., Franke, M. L., Kazemi, E., Ghouseini, H., Turrou, A. C., Beasley, H., ... y Crowe, K. (2013). Keeping it complex: Using rehearsals to support novice teacher learning of ambitious teaching. *Journal of teacher education*, 64(3), 226-243. <https://doi.org/10.1177/0022487112473837>
- Lee, E. J., Lee, K. H., y Park, M. (2019). Developing preservice teachers' abilities to modify mathematical tasks: Using noticing-oriented activities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(5), 965-985. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9891-1>
- Llinares, S., Valls, J., y Roig, A. I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación matemática*, 20(3), 59-82. <https://doi.org/10.24844/EM2003.03>
- Lindvall, J., Helenius, O., Eriksson, K., y Ryve, A. (2022). Impact and Design of a National-scale Professional Development Program for Mathematics Teachers. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 66(5), 744-759, <https://doi.org/10.1080/00313831.2021.1910563>
- Little, J. W. (1987). Teachers as colleagues. In V. Richardson-Koehler (Ed.), *Educators' handbook: A research perspective* (pp. 491-518). Longman.
- Llinares, S., Breda, A., Rodríguez, N. C., Fernández, C., Font, V., Gómez, J. L. L., ..., y Sánchez, A. (2022). Formación y desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En L. Blanco, N. Climent, M. T. González, A. Moreno, G. Sánchez-Matamoros, C. de Castro, y C. Jiménez (cords.), *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (pp. 481-530). Editorial Universidad de Granada.
- Lloyd, G. (2008). Curriculum use while learning to teach: One student teacher's appropriation of mathematics curriculum materials. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(1), 63-94. <https://doi.org/10.2307/30034888>
- Moreno, M., Valls, J., Sánchez-Matamoros, G., y Aráuz, D. F. (2025). *ANEXOS Research Paper «Professional development of preservice secondary school mathematics teachers»*. figshare.
<https://doi.org/10.6084/m9.figshare.28846409.v1>
- Naftaliev, E. (2018). Prospective Teachers' Interactions with Interactive Diagrams: Semiotic Tools, Challenges and Well-Trodden Paths. En L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat, y J. Visnovska (Eds.). *Research on mathematics textbooks and teachers' resources: Advances and issues (ICME-13 monograph)* (pp. 145-164). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_14
- Pastre, P. (2011). *La didactique professionnelle. Approche anthropologique du developpement chez les adultes* (Professional didactics: Anthropological approach to adult development). Presses Universitaires de France (PUF).
- Pepin, B. y Gueudet, G. (2020). Curriculum Resources and Textbooks in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 172-176). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_40

- Putnam, R. T. y Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29(1), 4-15.
<https://doi.org/10.3102/0013189X029001004>
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246. <https://doi.org/10.3102/00346543075002211>
- Rocha, K. (2021b). O uso do conceito de trajetória documental para analisar as relações entre recursos e desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(3), 455-481. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i3p455-481>
- Sancar, R., Atal, D., y Deryakulu, D. (2021). A new framework for teachers' professional development. *Teaching and teacher education*, 101, 103305. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103305>
- Sherin, M. G. y Drake, C. (2009). Curriculum strategy framework: investigating patterns in teachers' use of a reform-based elementary mathematics curriculum. *Journal of Curriculum Studies*, 41(4), 467-500. <https://doi.org/10.1080/00220270802696115>
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., y Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical thinking and learning*, 10(4), 313-340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Stockero, S. L., y Van Zoest, L. R. (2013). Characterizing pivotal teaching moments in beginning mathematics teachers' practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(2), 125-147.
<https://doi.org/10.1007/s10857-012-9222-3>
- Trouche, L., Adler, J., y Remillard, J. T. (2023). Conceptualizing teachers' interactions with resources in crossing languages and cultures. *ZDM-Mathematics Education*, 55(3), 497-519.
<https://doi.org/10.1007/s11858-023-01488-1>
- Trouche, L., Gueudet G., y Pepin, B. (2018). Open Educational Resources: A Chance for Opening Mathematics Teachers' Resource Systems? En L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat, y J. Visnovska (Eds.), *Research on mathematics textbooks and teachers' resources: Advances and issues (ICME-13 monograph)* (pp. 3-27). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_1
- Tyminski, A. M., Zambak, V. S., Drake, C., y Land, T. J. (2014). Using representations, decomposition, and approximations of practices to support prospective elementary mathematics teachers' practice of organizing discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17, 463-487.
<https://doi.org/10.1007/s10857-013-9261-4>
- van Es, E. A., Cashen, M., Barnhart, T., y Auger, A. (2017). Learning to notice mathematics instruction: Using video to develop preservice teachers' vision of ambitious pedagogy. *Cognition and Instruction*, 35(3), 165-187. <https://doi.org/10.1080/07370008.2017.1317125>
- Weiland, I. S., Hudson, R. A., y Amador, J. M. (2014). Preservice formative assessment interviews: The development of competent questioning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12, 329-352. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9402-3>

Professional Development of Preservice Secondary School Mathematics Teachers

Mar Moreno, Julia Valls

Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante, Alicante, España
mmoreno@ua.es, julia.valls@ua.es

Gloria Sánchez-Matamoros

Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Sevilla, Sevilla, España
gsanchezmatamoros@us.es

Domingo Felipe Aráuz

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León, Nicaragua
dfac2@alu.ua.es

This research investigates the professional development of pre-service secondary school mathematics teachers (PSTs). We adopt a socio-cultural perspective, defining learning and professional development as changes in how teachers participate in and understand the mathematical practices of the classroom (Llinares et al., 2008; Sancar et al., 2021). This approach highlights the importance of aligning initial teacher training with the ongoing professional development of experienced teachers, structuring pre-service programmes around similar learning models (Llinares et al., 2008).

Much of the current research focuses on «effective professional development» (Darling-Hammond et al., 2017, p. v) to examine the design of professional development programmes and identify the characteristics that contribute to improve teachers' knowledge, classroom practice, and student learning. However, there is a lack of research analysing how pre-service teachers' learning processes are affected by specific professional development programmes. Therefore, the objective of this research is to characterise the professional development of three secondary school pre-service teachers participating in a training programme designed *ad hoc*.

This study is based on Rocha's (2021) theoretical model of «documental trajectory» within the Documental Approach to Didactics (Trouche et al., 2018), which allows for the analysis of the interactions between a teacher (their knowledge and beliefs) and a set of resources (their potential, possibilities, and limitations) in addressing teaching situations.

The research involved three PSTs participating in a 60-hour course designed to equip them with the skills to plan and deliver lessons in 10th-grade classrooms (ages 15-16) during their teaching internships. The course included 16 hours of university-based training, focusing on: designing a sequence of mathematical tasks and modifying, anticipating classroom management, etc. The remaining 44 hours took place in 10th-grade secondary school classrooms, and the PSTs planned and implemented three lessons. They also participated in reflection sessions with a university tutor to discuss the planning and implementation of each lesson.

The data for the study come from the three lesson plans, video recordings of their implementation, and the three collective reflection seminars corresponding to each PST. The qualitative analysis of the data, of a deductive nature, was carried out in two stages. In the first stage, the data were analysed to identify whether the events, consisting of the teaching practices and the corresponding reflection seminars in each of the cycles, had given rise to professional events. In the second stage, the «Inferred Mapping of the Documental Trajectory» of each PST was obtained from the professional events identified in the previous stage.

The study provides empirical evidence of how provided resources on the pre-service teachers' influence development, particularly during periods of change and reorganisation in their «documental work». The pre-service teachers also demonstrated the capacity to adapt their lesson plans in response to unforeseen events and the specific classroom context.

The study found that the pre-service teachers' professional development varied in relation to their learning of professional competences during their teaching practice. They progressed at different rates. The most challenging competences for them to develop were: leading productive discussions, interpreting students' mathematical thinking, and making decisions in the classroom. The collective reflection sessions at the end of each teaching cycle were found to support the pre-service teachers in overcoming these challenges. In addition, the research findings offer insights for refining teacher training programmes. However, it would be necessary to continue this line of research in different contexts in order to make progress in the generation of knowledge about the pre-service teachers' development of teaching competences.