ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS 42-3 (2024), 75-96
Investigaciones didácticas
https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5990
ISSN (impreso): 0212-4521 / ISSN (digital): 2174-6486

Resolución de un problema de generalización por alumnado con trastorno del espectro autista

Solution of a Generalisation Problem by Students with Autism Spectrum Disorder

Ángeles Chico Gómez
Departamento de Didácticas Integradas, Universidad de Huelva, Huelva, España
angeles.chico@ddi.uhu.es

Irene Polo-Blanco
Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, Universidad de Cantabria, Santander, España
irene.polo@unican.es

Nuria Climent Rodríguez
Departamento de Didácticas Integradas, Universidad de Huelva, Huelva, España
climent@uhu.es

Inmaculada Gómez Hurtado
Departamento de Pedagogía, Universidad de Huelva, Huelva, España
Inmaculada.gomez@dedu.uhu.es

RESUMEN • Este estudio aborda el proceso de generalización de cuatro estudiantes (11-12 años) con trastorno del espectro autista durante una sesión de un taller de resolución de problemas en el que se usan distintos tipos de representación: manipulativos, pictogramas y tablas. La videograbación de la sesión y las producciones de los participantes se analizan según el nivel de generalización de relaciones funcionales que evidencian y el tipo de representación empleado. Su resolución muestra saltos entre términos y niveles de generalización que coinciden con el uso de distintas representaciones o relaciones funcionales. Se ha evidenciado que el uso de diferentes tipos de representación influye en el proceso de generalización de los estudiantes, y que se alcanzan niveles más altos cuando usan tablas.

PALABRAS CLAVE: Generalización; Resolución de problemas; Trastorno del espectro autista; Material TEACCH; Educación Primaria.

ABSTRACT • This study addresses the generalization process manifested by four 11 or 12-year-old children with autism spectrum disorder during a session of a problem-solving workshop in which several types of representation are used: manipulative ones, pictograms and tables. The videorecording of the session and the productions of the participants are analysed according to the levels of generalisation of functional relationships. The children's resolution process shows gaps regarding terms and levels, corresponding to functional relationships or representational changes. Using different types of representation has shown to influence the students' generalisation process, which reaches higher levels when tables are used.

KEYWORDS: Generalisation; Problem-solving; Autism spectrum disorder; TEACCH material; Elementary Education.

Recepción: junio 2023 • Aceptación: mayo 2024 • Publicación: noviembre 2024

Chico Gómez, Á., Polo-Blanco, I., Climent Rodríguez, N. y Gómez Hurtado, I. (2024). Resolución de un problema de generalización por alumnado con trastorno del espectro autista. *Enseñanza de las Ciencias*, *42*(3), 75-96
https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5990

INTRODUCCIÓN

Hacer matemáticas significa resolver problemas (Duval, 2016), lo que permite abordar los diferentes contenidos curriculares (Real Decreto 157/2022). La resolución de problemas requiere habilidades de monitoreo y planificación, que pueden verse afectadas en el alumnado con trastorno del espectro autista (en adelante, TEA) (Bae et al., 2015). Por ello, se hace necesaria la búsqueda de estrategias didácticas que los consideren (Klaren et al., 2017).

El DSM-V (2013) se refiere al TEA como un trastorno del neurodesarrollo caracterizado por déficits persistentes en la comunicación e interacción social y patrones de conductas, intereses o actividades restrictivas y repetitivas. Estos síntomas causan limitaciones significativas en determinadas áreas. El DSM-V (2013, p. 16) establece una clasificación de TEA en función del nivel de gravedad, considerando los niveles: 3 («requiere apoyo muy sustancial»), 2 («requiere apoyo sustancial») y 1 («requiere apoyo», en los que nos centraremos en este estudio, denominándolo, en adelante, TEA-1).

La revisión de Root et al. (2021) sobre estrategias de resolución de problemas con alumnado con TEA subraya el uso de la representación y el desarrollo de técnicas para mejorar la comprensión, el uso de la memoria y la organización. El empleo del medio visual para esquematizar el enunciado y las distintas fases de resolución puede mejorar la comprensión del problema y la organización de su resolución por parte del alumnado con TEA-1 (Root et al., 2018). Este apoyo visual está en sintonía con los principios del diseño universal de aprendizaje (en adelante, DUA): diferentes formas de presentar la información, de comunicación y expresión, y de motivación (CAST, 2018). En el contexto de resolución de problemas, los principios del DUA defienden específicamente el acceso a múltiples estrategias y representaciones para simplificar la notación de fórmulas y problemas verbales (criterios R.LS.3.4 y AE.EC.1.4 del CAST, 2018), entre otros aspectos.

El DUA es un enfoque didáctico centrado en diseñar recursos que permitan la accesibilidad del currículum al máximo número de personas (Rose y Gravel, 2010), estimulando la creación de diseños flexibles que presenten opciones personalizables a todos los estudiantes (CAST, 2018). Siguiendo sus principios, se sitúa el material del método TEACCH (siglas en inglés de «tratamiento y educación de niños con autismo y problemas asociados de comunicación», Schoppler et al., 2013), un apoyo visual que ayuda a anticipar las tareas y actividades, crear rutinas y dar autonomía en el trabajo.

Esta investigación forma parte de una tesis doctoral cuyo objetivo es profundizar en estrategias didácticas beneficiosas para estudiantes con síndrome de Asperger. Este diagnóstico se realizaba conforme a los criterios del DSM-IV, y aún se utiliza como diagnóstico educativo en algunas comunidades autónomas, como en la de los participantes de este estudio. Sin embargo, en la última clasificación del DSM-V (APA, 2013) se incorpora al trastorno del espectro autista, específicamente en el TEA-1.

En este trabajo nos enfocamos en la resolución de un problema de generalización que involucra relaciones funcionales usando material TEACCH, como tablas, pictogramas y material manipulativo, con estudiantes con TEA-1. Los estudiantes con este diagnóstico muestran una mayor intencionalidad comunicativa (oral, escrita y visual) en comparación con otros estudiantes con TEA, especialmente aquellos con discapacidad intelectual, lo que nos brinda información relevante sobre sus procesos de generalización (Goñi-Cervera et al., 2022). La pregunta genérica que marca nuestro estudio y que será concretada tras el marco teórico es cómo generalizan los estudiantes con TEA-1 cuando emplean distintos tipos de representación al resolver un problema en el que intervienen relaciones funcionales.

MARCO TEÓRICO

Fundamentamos nuestra investigación en estudios que apoyan nuestro análisis de los procesos de generalización y en estrategias que puedan favorecerlos en alumnado con TEA-1.

Generalización

Consideraremos la generalización como el proceso de descubrir regularidades en un conjunto de casos, lo que nos permite describir las relaciones funcionales entre dos o más variables, expresadas de manera verbal o simbólica (Blanton, 2008). Conocer el proceso que sigue un estudiante, desde focalizar la atención en los casos concretos hasta descubrir la característica común, supone un acercamiento al desarrollo del sentido algebraico. En el actual currículo de Educación Primaria de España, este sentido está relacionado con el reconocimiento de patrones y relaciones entre variables, la expresión de regularidades y la modelización de situaciones con expresiones algebraicas (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2022). Dado que generalizar debe estar presente en las aulas de primaria, es necesario comprender el desarrollo de procesos de generalización y estrategias para impulsarlos (Strachota, 2016), entre las que se sitúa el empleo de distintos tipos de representación (Pinto y Cañadas, 2021). Las relaciones funcionales que vinculan un conjunto de variables constituyen una estructura matemática que puede resultar abstracta para los estudiantes de primaria. Carraher et al. (2007) consideran que se requiere un contexto análogo a la relación funcional que los estudiantes puedan descomponer de manera cercana y manipulativa: el problema verbal. Una vez superada la fase de comprensión del problema, los estudiantes necesitan oportunidades para abordar la generalización mediante distintos tipos de representaciones (verbales, pictóricas, gráficas, etc.) (Pinto y Cañadas, 2021), hasta ser capaces de emplear distintas notaciones por sí mismos e incorporar gradualmente símbolos algebraicos.

Generalización y TEA

En la resolución de tareas de generalización, es necesario un buen manejo del lenguaje para representar verbalmente las regularidades observadas (Blanton, 2008; Radford et al., 2002), un aspecto afectado en el alumnado con diagnóstico de TEA (APA, 2013). Aprender álgebra puede representar dificultades significativas para los estudiantes con TEA-1 (Cleary y Barnett, 2015; Ozonoff y Schetter, 2007) porque requiere la comprensión de conceptos abstractos y comprender reglas que no se han enseñado explícitamente. Se recomienda aprovechar las fortalezas de estos estudiantes, como su habilidad visoespacial.

Algunas investigaciones han implementado estrategias didácticas para favorecer la actividad matemática de alumnado con TEA-1 empleando métodos como: *Schema Based Instruction* y sus modificaciones (e. g. Cox y Root, 2020), *SOLVE IT!* (Whitby, 2013) y otros compaginados con la inclusión de diferentes tipos de representaciones gráficas y material manipulativo (Delisio et al., 2018). Entre las representaciones que han mostrado su eficacia en la resolución de problemas por estudiantes diagnosticados con TEA-1 (Root et al., 2018), se encuentran las tablas para ordenar la información (Stylianou, 2011) o los diagramas que muestran las posiciones de las cantidades y la relación que las une (Root et al., 2018). Las representaciones gráficas facilitan expresar la solución, y la exploración, el registro y la monitorización del proceso de resolución (Stylianou, 2011), se adecúan al pensamiento visual, característico del alumnado con TEA, y, en problemas de generalización, propician el reconocimiento de similitudes entre los elementos de una secuencia (Steele y Johanning, 2004). En particular, las tablas permiten crear un vínculo concreto y visual entre los datos, favoreciendo la observación de patrones (Duval, 2016) y una mejora en la organización. Su empleo requiere una enseñanza explícita (Ayabe et al., 2021; Root et al., 2018). El uso conjunto de tablas y materiales manipulativos ha mostrado ser beneficioso como apoyo a la resolución de problemas con alumnado con TEA-1 (Chico et al., 2022). Al considerarlos metodológicamente aptos para estudiantes con TEA, en esta investigación planteamos el uso de distintas representaciones, como tablas, pictogramas y material manipulativo, todos ellos material TEACCH, para resolver un problema de generalización.

Niveles de generalización

Para estudiar con detalle el proceso de generalización y el papel que juegan los tipos de representación empleados, se considerarán los niveles de generalización de Blanton et al. (2015), que pretenden captar la capacidad de generar relaciones cada vez más complejas y su expresión.

Estos autores diferencian ocho niveles de generalización, que aluden a límites flexibles en función del tipo de tarea (Stephens et al., 2017), más que a estadios fijos. Así, ante una misma tarea de generalización, un estudiante podría mostrar evidencias de distintos niveles en el desarrollo de su resolución. En el nivel preestructural (nivel 1) se continúa una secuencia sin establecer relaciones matemáticas entre los casos. En los niveles recursivos se establecen relaciones aditivas descritas para ejemplos concretos (nivel 2) o con una regla general (nivel 3). A partir de este nivel, el estudiante basa sus argumentos en relaciones funcionales. Puede hacerlo refiriendo solo a casos concretos (nivel 4, funcional particular) o al caso general, pero empleando representaciones incompletas (nivel 5, funcional general primitiva). Si ya se establece una relación funcional general, el estudiante puede reflejar la regla general de modo incompleto (nivel 6, funcional general emergente) o describir explícitamente una relación funcional completa entre cantidades generales utilizando notación simbólica o palabras (nivel 7, funcional general condensada). Si es capaz de jugar con los límites de la norma descubierta, generando nuevas generalizaciones, se le asociaría el nivel 8 (función como objeto). Estos niveles se ejemplifican, en relación con el problema de generalización de esta investigación, en la tabla 1.

Blanton et al. (2015) construyeron los niveles de generalización al abordar, con estudiantes de seis años, tareas de generalización que involucraban distintas funciones lineales, como $f(x) = x+3$, $f(x) = x+2$ o $f(x) = x+x$. Investigaciones posteriores han ahondado en los niveles de generalización en funciones lineales con estudiantes de primaria con desarrollo típico (Stephens et al., 2017) y con TEA (Goñi-Cervera et al., 2022), detallando el papel de la generalización en el desarrollo del álgebra temprana en estudiantes de esta etapa.

Una vez definido el marco teórico, concretamos las preguntas de investigación: ¿qué niveles manifiestan los estudiantes de tercer ciclo de primaria con diagnóstico TEA-1 cuando resuelven un problema de generalización que involucra relaciones funcionales lineales y cuadráticas?, y ¿cómo apoya el progreso en los niveles de generalización el uso de tablas, pictogramas y material manipulativo?

METODOLOGÍA

Esta investigación se enmarca en un estudio de caso con cuatro estudiantes de tercer ciclo de educación primaria con TEA-1. Estos estudiantes participaron en un taller de resolución de problemas compuesto por 12 sesiones (una de introducción, una de prueba inicial, ocho de desarrollo y dos de evaluación). En cada sesión, los problemas eran primero abordados por los estudiantes individualmente y después discutidos entre ellos. Se fomentaba una actitud abierta hacia diversos métodos de resolución y estrategias. Se incorporaron distintos tipos de representación (material manipulativo, pictogramas y tablas), desde la instrucción explícita en las primeras sesiones hasta un uso progresivamente autónomo.

En las sesiones participaron como docentes tres autoras de este trabajo y una estudiante como maestra colaboradora, que apoyaban a los estudiantes en función de sus necesidades, para favorecer la aparición de estrategias espontáneas.

Participantes

Los participantes estaban escolarizados en distintos centros ordinarios y pertenecían a una asociación de TEA y síndrome de Asperger local. Los datos personales de Raúl, Noa, Elio y Omar (pseudónimos) se eliminan de la descripción para mantener su privacidad. Ninguno de ellos presentaba desnivel de competencia curricular en matemáticas. De acuerdo con el informe psicopedagógico, el informe clínico y la evaluación psicológica de la asociación, presentaban afectación en las funciones ejecutivas y dificultades para mantener la atención sostenida y la concentración en más de dos tareas seguidas. Respecto a la resolución de problemas, los informes señalaban afectación en la toma de decisiones y en la inhibición, que interferían en el control de sus pensamientos y generaban distracción, así como dificultades de organización y planificación. En la sesión de evaluación inicial se observaron dificultades en la monitorización del proceso de resolución, posiblemente debidas a un bajo perfil en memoria de trabajo, pues, aunque establecían asociaciones entre los datos, les costaba enlazar las fases de la resolución o distintas estrategias. Las características individuales también influyeron en el proceso de resolución de problemas. En el caso de Raúl (12 años), mostró mucha literalidad al interpretar los enunciados, y dificultades para expresar de forma clara y ordenada los datos y las soluciones, así como para inferir información, aunque era muy autónomo en su trabajo. Elio (12 años) mostraba dificultades en la planificación, agravadas por una falta de conciencia temporal y dificultades en los cálculos con cifras elevadas, aunque su capacidad de razonamiento y lógica era destacable. Omar (11 años) era muy responsable con su trabajo, aunque cuando se enfrentaba de manera autónoma mostraba dificultades de comprensión, por lo que necesitaba ayuda y supervisión, sobre todo en el razonamiento multiplicativo. Noa (11 años) mostraba dificultades para razonar o para supervisar su propio proceso, presentando conductas impulsivas.

En el contexto escolar reglado de los estudiantes no se habían abordado problemas de generalización ni era habitual el uso de material manipulativo ni pictogramas. Los estudiantes estaban familiarizados con la estructura aditiva y multiplicativa, si bien, como hemos señalado, Omar se movía en patrones más aditivos que multiplicativos.

Recogida de datos

Para este artículo se ha seleccionado un problema verbal de generalización abordado durante la sesión 8 (figura 1), por ser la última sesión del taller previa a las de evaluación. Durante dicha sesión no hubo instrucción, ya que los participantes ya estaban familiarizados con el material empleado. Los estudiantes habían resuelto en sesiones previas problemas de generalización con funciones lineales [$f(x) = 2+2x$; $f(x) = x+11$; $f(x) = x(x+1)/2$)]. En la sesión 8 se planteó un problema (*Minecraft*) que abordaba más variables y relaciones funcionales más complejas (cuadráticas y lineales). El objetivo era que los estudiantes avanzaran en el proceso de generalización usando, si necesitaban, las tablas, los pictogramas y el material manipulativo (piezas de goma Eva) de forma autónoma.

El problema de *Minecraft* involucra cuatro funciones diferentes: F1, …, F4, entre tres variables: H (número de bloques de hierba), P (número de bloques de piedra) y M (número de la muralla). La función F1 relaciona el número de bloques de piedra y de bloques de hierba ($H^2 = P$); F2 vincula el número de la muralla con los bloques de hierba ($M + 2 = H$); F3 conecta el número de la muralla y los bloques de piedra ($(M + 2)^2 = P$); y F4 relaciona las tres variables ($M +2 + (M + 2)^2 = H + P$).

El problema se adaptó al perfil TEA de los estudiantes teniendo en cuenta: 1) sus centros de interés, entre los que se encontraban los videojuegos; 2) sus dificultades de lectura y comprensión, mediante la secuenciación del enunciado, el uso de imágenes de apoyo, tablas plastificadas, piezas de goma Eva para construir las murallas y pictogramas con velcro que representaran distintas murallas que se podían adherir a la tabla (figura 1).

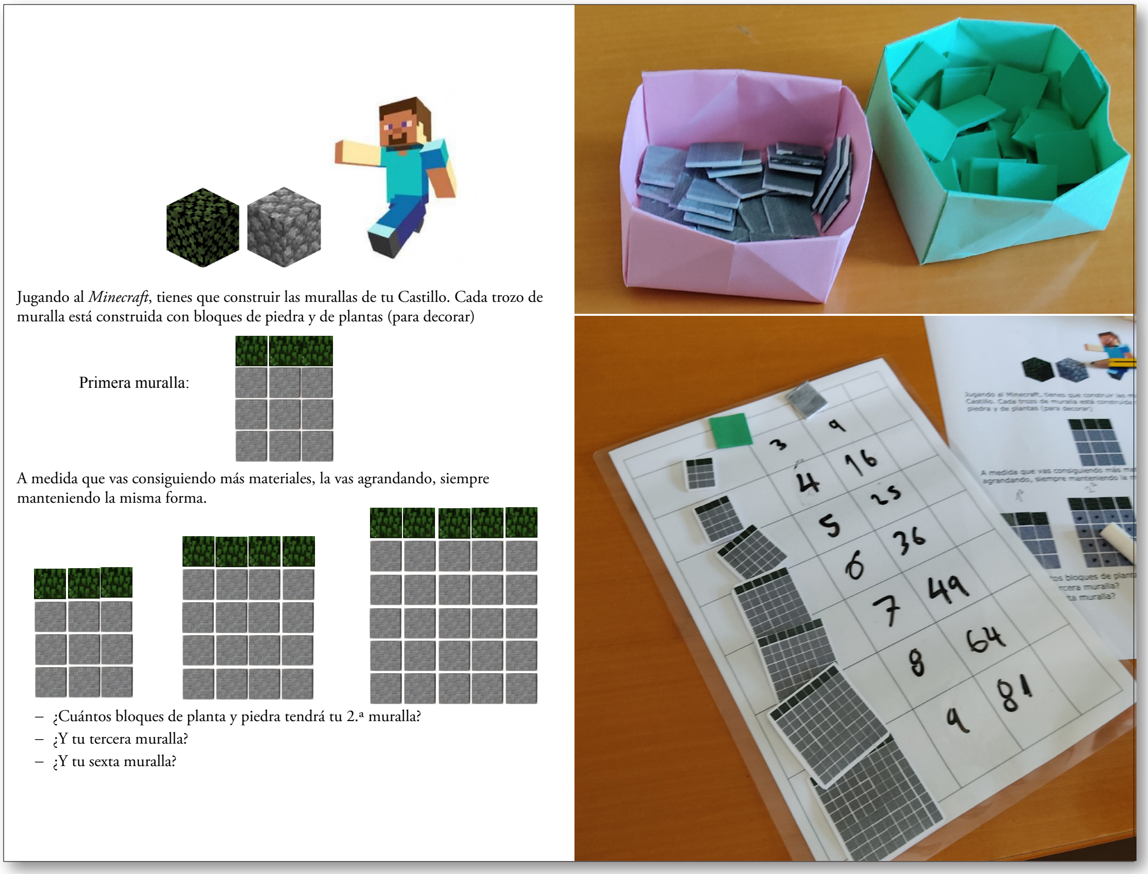


Fig. 1. Enunciado del problema de *Minecraft* y tipos de representación usados (material TEACCH). Las plantas, en color verde, constituyen la fila superior de la figura, y las piedras se corresponden con el gris.

Tras cinco minutos de lectura conjunta, se inició el trabajo individual, disponiendo si lo deseaban de los materiales. Como se aprecia en la figura, se les preguntó primero por escrito por los términos 2, 3 y 6. Las docentes planteaban individualmente a los estudiantes otros términos de la secuencia (fase de resolución individual guiada). Tras 15 minutos, se les invitó a que compartieran los resultados entre ellos para iniciar una interacción y que, de manera libre, exploraran otros términos de la secuencia si así lo deseaban (fase de resolución cooperativa).

La sesión, que tuvo lugar en un aula de la Universidad de Huelva, libre de distracciones, fue grabada audiovisualmente, contando con el consentimiento parental.

Análisis de los datos

A partir de las producciones de los estudiantes y de las transcripciones de la sesión, se obtienen unidades de información sobre la resolución de los participantes, que se analizan atendiendo a los 8 niveles de generalización de Blanton et al. (2015) (desde el nivel 1, preestructural, hasta el nivel 8, función como objeto). Se considera, además, el tipo de representación, distinguiendo si usa *a*) el dibujo o las piezas de goma Eva, *b*) la tabla, *c*) el dibujo o goma Eva y la tabla, *d*) pictogramas, *e*) pictogramas y tabla, o *f*) no usa material.

El análisis ha sido efectuado por las investigadoras de manera independiente, y se ha realizado una triangulación *a posteriori*. Organizamos los resultados atendiendo a los niveles de generalización y funciones involucradas, y el uso de distintos tipos de representación durante la resolución del problema.

Previo al análisis, elaboramos la tabla 1, que concreta los niveles de generalización (Blanton et al., 2015) a sus posibles manifestaciones en la resolución del problema de *Minecraft*, respecto a las cuatro funciones involucradas (ilustrándolo con algunos ejemplos hipotéticos). Las distintas manifestaciones de cada nivel no se corresponden con subniveles ni están graduadas según su complejidad, sino que hacen referencia a distintas formas de expresión posibles de cada nivel de generalización.

Tabla 1.
Concreción de los niveles de generalización en el problema de *Minecraft*

Niveles de generalización	*Manifestaciones de cada nivel*	*Ejemplo sobre una función*
1. Preestructural	1.a No describen ni utilizan ninguna relación matemática al hablar de los datos del problema.	F2(M +2 = H): Cuentan las piezas verdes de cada muralla, sin establecer relaciones entre las cantidades.
	1.b Pueden observar regularidades no basadas en relaciones funcionales.	F1(H^2 = P): Dicen que si hay más hierba, tiene que haber más piedras.
	1.c Responden sin explicar su razonamiento o usan estrategias de conteo o modelización en las que no se observa que relacionen las variables.	F4((M + 2) + $(M + 2)^2$ = H + P): Sobre el dibujo, cuentan el total de bloques de cada muralla.
2. Recursivo particular	2.a Entienden el patrón desde el conteo, secuenciando un conjunto de ejemplos concretos, sin articular el patrón como generalidad.	F2(M + 2 = H): Construyen con las piezas cada muralla añadiendo un bloque de hierba más a cada término.
	2.b La respuesta alude a la relación recursiva aplicada en el término anterior, sin evidencia de generalizar a otros términos.	F3($(M + 2)^2$ = P): Añaden (con dibujo o piezas) una fila/columna de piedras a la estructura anterior para formar la siguiente muralla, indicando, por ejemplo: «para pasar de la primera muralla a la segunda he añadido cinco piedras más».
3. Recursivo general	3.a Comprenden el patrón recursivo como una regla general, sin referirse a ejemplos o casos concretos.	F2(M + 2 = H): Comparan los pictogramas para afirmar que la hierba de una muralla a la siguiente aumenta «de uno en uno».
	3.b Pueden utilizar los casos numéricos para describir un patrón que refleja una regla general.	F4((M + 2)+$(M + 2)^2$ = H + P): Expresan que «hay que sumar siempre la fila de hierba, estos 5, y la de piedras, estos 5, para conseguir el total de la tercera muralla».
	3.c Identifican el patrón recursivo en una o dos variables.	F1(H^2 = P): Expresan que «si añades uno a los bloques de hierba, tienes que añadir una *L* de cuadraditos de goma Eva a las piedras».
4. Funcional particular	4.a. Establecen una relación funcional entre valores específicos, sin reflejar una generalización.	F3($(M + 2)^2$ = P): Expresan que «la muralla 2, tiene 4 filas de piedras, o sea, 16».
	4.b. Se apoyan en el caso particular anterior para responder sobre el término general.	F4($(M + 2)^2$+(M + 2) = P + H): Expresan que «si en la fila anterior (de la tabla) eran 4 hierbas, ahora serían 5 de hierba, 5x5, entonces 30 en total».

Niveles de generalización	*Manifestaciones de cada nivel*	*Ejemplo sobre una función*
5. Funcional general primitivo	5.a Pueden conceptualizar una relación general entre dos cantidades a partir de un conjunto de casos, aunque sus representaciones tengan características primitivas e incompletas.	F1(H^2 = P): Señalando sobre las filas y columnas de la tabla, expresan que «aquí hay 3 hierbas, entonces 3x3 piedras; en esta hay 4 de hierba: 4x4 piedras; En esta hay 5: 5x5…».
	5.b Expresan la relación funcional aludiendo al contexto, sin describir la transformación matemática o mencionar las variables.	F3($(M + 2)^2$ = P): Expresan que «se multiplica por el lado de la muralla para hacer un cuadrado de piedras».
6. Funcional general emergente	6.a Reflejan atributos clave de una relación funcional generalizada, pero de manera incompleta: e. g. refiriéndose solo a una variable, o incluyendo cantidades generales, pero no la relación matemática entre ellas.	F2(M + 2 = H): Expresan que «hay que sumar 2 a esta columna de la tabla, que es el número de muralla».
	6.b Especifican las variables y comprenden la operación entre ellas, pero no describen la transformación matemática.	F3($(M + 2)^2$ = P): Expresan que «el número de la muralla siempre va a tener dos hierbas más, que se multiplica».
7. Funcional general condensado	7.a Conceptualizan las funciones como una relación general entre dos cantidades arbitrarias.	F4($(M + 2) + (M + 2)^2 = H + P$): Expresan que «el número de hierba multiplicado por sí mismo es el número de piedras. Se suman y se obtiene el total».
	7.b Describen las cantidades generales y la transformación matemática entre ellas a través de una relación funcional representada con notación simbólica.	F3($(M + 2)^2$ = P): Expresan que $(M + 2)^2 = P$.
8. Función como objeto	Perciben límites en la generalización de una relación y son capaces de comprender cómo se transforma la regla y construir dicha transformación.	F2(M + 2 = H): Expresan que «si la muralla fuera rectangular, se sumaría la hierba de un lado del rectángulo».

Nota: Elaboración propia a partir de la investigación de Blanton et al. (2015).

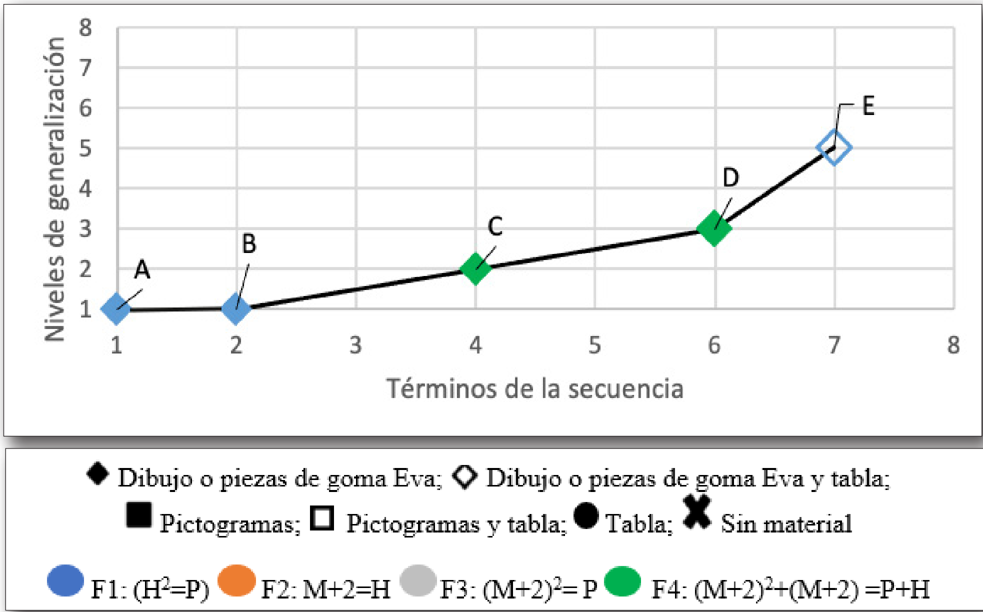
Analizamos el desempeño de los participantes en relación con las categorías anteriores, y describimos en mayor detalle el de Noa y Elio, por ser los que evidencian generalización en términos mayores y una relación funcional inversa.

RESULTADOS

Desarrollamos a continuación los resultados del estudio, apoyándonos en las figuras 2, 3, 4 y 5, donde queda registrado el proceso de resolución, cuyo orden viene indicado por las etiquetas A, B, C… Los términos que abordan los participantes no son coincidentes, al ser fruto de su proceso de resolución individual.

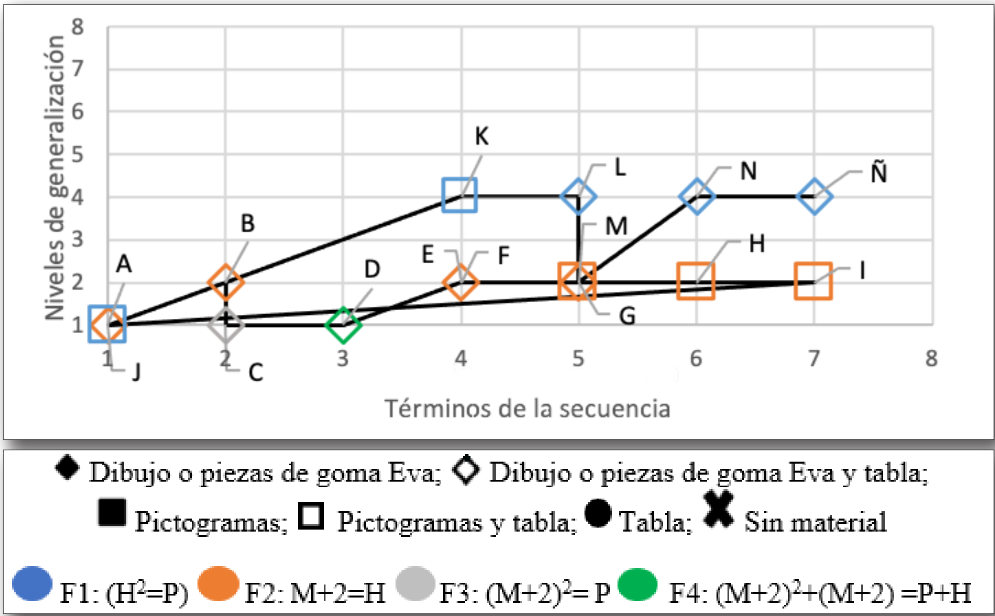
Presentamos los resultados atendiendo a los niveles de generalización alcanzados y tipo de representación empleada. Se describen los niveles que manifiestan los estudiantes cuando resuelven el problema, y cómo influye el uso de tablas, pictogramas y material manipulativo en la manifestación de dichos niveles. Además, se hace referencia a las funciones que los estudiantes referencian, pues han influido en los distintos niveles de generalización que evidencian.

Cada apartado considera la fase de resolución individual guiada y de resolución cooperativa en la que a partir de una conversación espontánea se describen los retos que se plantearon entre sí Elio y Noa: «averiguar qué murallas tendrían 100, 121 y 500 piedras».



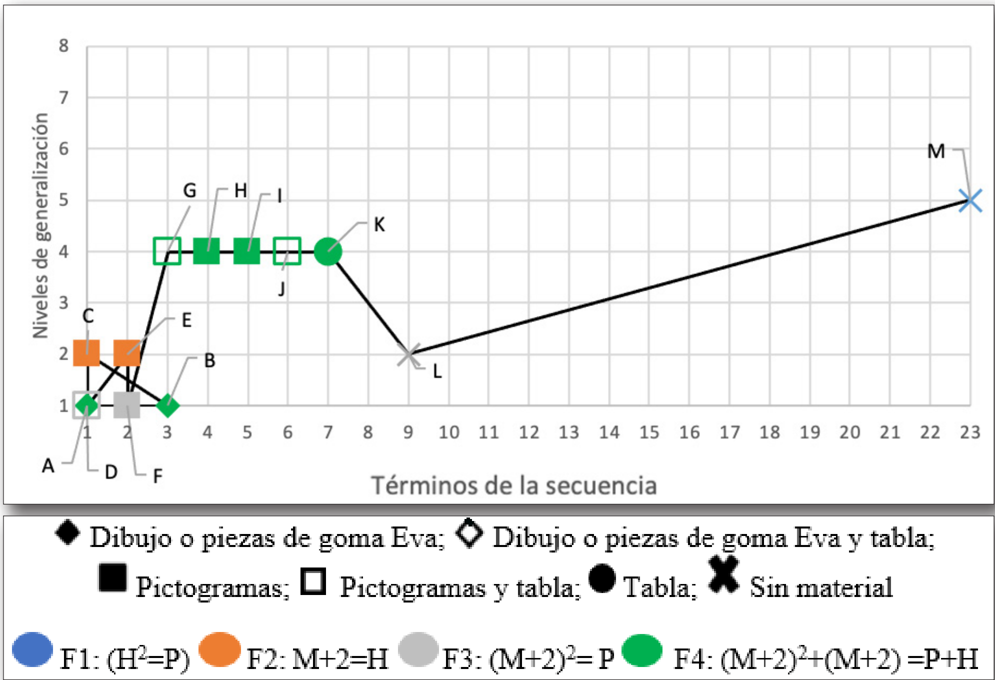
PASO	A	B	C	D	E
Símbolo	◆	◆	◆	◆	◇
Función	F1	F1	F4	F4	F1

Fig. 2. Resolución de Raúl.



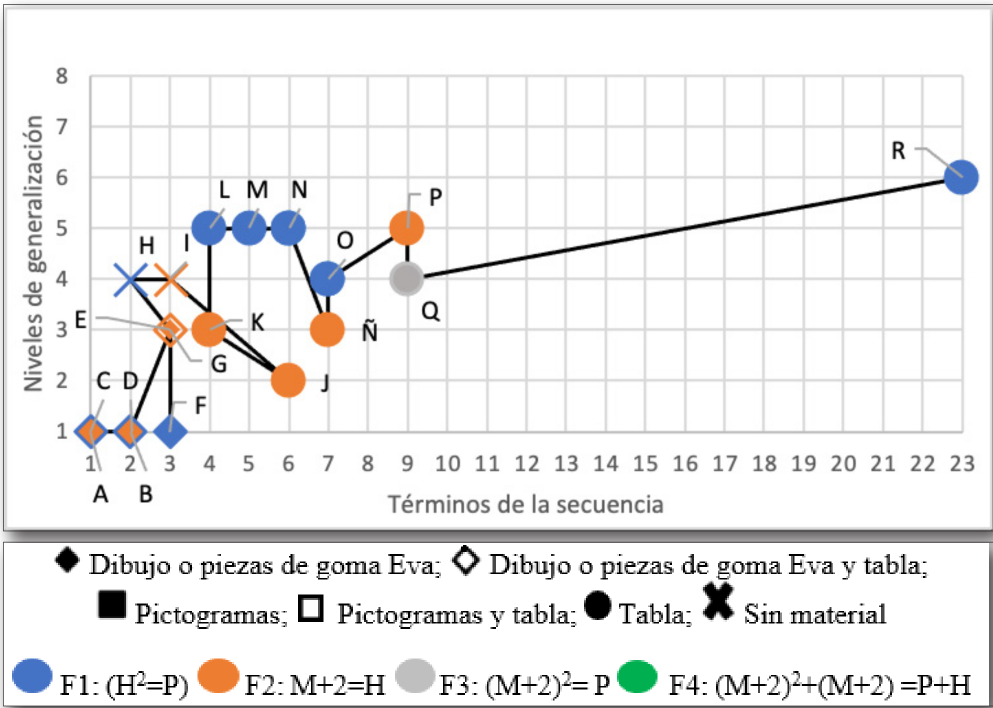
PASO	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ
Símbolo	◇	◇	◇	◇	◇	◇	□	□	□	□	□	◇	◇	◇	◇
Función	F2	F2	F3	F4	F3	F2	F2	F2	F2	F1	F1	F1	F2	F1	F1

Fig. 3. Resolución de Omar.



PASO	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Símbolo	◆	◆	■	□	■	■	□	■	■	□	●	✖	✖
Función	F4	F4	F2	F3	F2	F3	F4	F4	F4	F4	F4	F3	F1

Fig. 4. Resolución de Noa.



PASO	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R
Símbolo	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◇	✖	✖	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
Función	F2	F2	F1	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F2	F2	F1	F1	F1	F2	F1	F2	F3	F1

Fig. 5. Resolución de Elio.

Niveles de generalización

Durante la fase individual guiada, la resolución de los tres primeros términos se sitúa entre los niveles 1 (preestructural) y 2 (recursivo particular).

Así, Raúl (figura 2), quien no necesitó o reclamó ayuda ni apoyo externo, cuenta apoyándose en las ilustraciones del enunciado, considerando la función F1 al relacionar las plantas y las piedras de cada muralla (preestructural, 1.c: «ha sido contar directamente las plantas y las piedras que tienen debajo»). Muestra una progresión lineal (figura 2) por los niveles preestructural (pasos A y B) y recursivos (pasos C –recursivo particular– y D –recursivo general–), hasta alcanzar el nivel funcional particular (nivel 4) en el último término que aborda (paso E).

Noa (figura 4), comenzando por los términos 1 y 3, considera los bloques de hierba y piedras como un conjunto, sumándolos (F4). Aunque descubre que las filas de hierba van aumentando de uno en uno, considera esa suma de manera lineal, obviando la estructura cuadrada de la muralla. Se sitúa, pues, en un nivel preestructural. Extiende su estrategia hasta el término 6, con objeto de contestar rápidamente a las preguntas del problema. Al darse cuenta de que su muralla no tiene la misma forma que la del enunciado, intenta corregir su error añadiendo una fila para respetar la forma cuadrada (figura 6), pero no encuentra una estrategia que le permita hallar la respuesta correcta para la sexta muralla, no evidenciando niveles de generalización. En este punto retrocede al término 1 (paso C de la figura 4), cambiando su estrategia. Presentamos un extracto de su interacción con la docente.

N (Noa): Tendríamos que añadirle una línea [columna] un poco más grande [refiriéndose a cómo pasar de M = 3 a M = 5]. De 7. Así que a 25 le sumo 7 y hacemos la cuarta [refiriéndose a M = 4]. Serían 32. A 32 le sumo 8 y serían 40 [refiriéndose a M = 5]. […] Y la última, 40+9 [refiriéndose a M = 6]. Pues 49. Y ya está.

D (Docente): ¿Y qué pasa aquí? [hay un solo cuadrado en la fila 7].

N: Que… le tenemos que meter más […]. [Dibuja 5 más para completar la fila que quedaba suelta con el cuadrado solitario]. Vale, entonces sería 32 no, sino 37. Y aquí en vez de 40, serían 46.

Fig. 6. Estrategia de Noa para el término 6 de la secuencia.

Los niveles funcionales se evidencian en distintos momentos de las resoluciones, normalmente precedidos por la manifestación de niveles recursivos. Sin embargo, destacamos el caso de Omar y Noa, quienes muestran un nivel preestructural previo al funcional (pasos J-K de la figura 3 y F-G de la figura 4, respectivamente). En el caso de Elio, Omar y Noa, los niveles funcionales coinciden, además, con el retroceso a términos previos de la secuencia. Por ejemplo, Elio (figura 5) se detiene en un argumento recursivo respecto a F2 (2.b, tabla 1) sin lograr hallar las piedras en M = 6 (paso J). Revisa entonces M = 4, mostrando nivel recursivo general (3.a) en F2 (paso K) («La cuarta [muralla] va a tener 6 [bloques de hierba] porque también se va sumando 1, 1, 1…»). Esta reflexión le lleva a establecer una relación basada en el lado del cuadrado (paso L), hasta alcanzar en F1 un nivel funcional general primitivo (5.b): «Ahora va a tener 6x6 [bloques de piedra]. Siempre va a tener así el lado. La cuarta muralla va a tener seis plantas. Y de piedras 6x6 porque tiene seis de lado. 36 piedras».

Durante la fase de resolución cooperativa, Noa y Elio discuten sus estrategias. Noa (figura 4) evidencia un nivel funcional general primitivo en F1 (5.c), al describir la relación funcional sin mencionar las variables (paso M: «¿Tú has multiplicado por el mismo número?», refiriéndose a los bloques de piedra). Elio (figura 5), por su parte, muestra un nivel general primitivo en F2 relacionando el número de bloques de hierba con las murallas (5.a), al describir el papel de una de las variables en un conjunto de casos (paso P: «Son 11 [de hierba]. Porque si la séptima muralla son 9, la octava tiene 10 y la novena tiene 11»). Intenta entonces conectar la variable hierba con las piedras de la muralla (F1), evidenciando un nivel funcional general emergente (paso R de la figura 5), puesto que menciona las variables y describe cómo se transforman unas en otras, siendo capaz de trabajar con términos mayores («10x10 es la octava muralla y dan 100 piedras. […] Voy a pasar directamente al 15. 15 plantas»).

La resolución de ambos participantes en esta fase de resolución cooperativa se caracteriza por abordar la inversa de las funciones. Describir el primer reto de manera verbal y sin indicar que 100 hace referencia a las piedras («¿Y si tuviera 100?») provoca que Noa olvide a qué variable se le aplicaba la función (F1) y además confunda elevar al cuadrado con multiplicar por dos (téngase en cuenta que las potencias no forman parte del contenido de su nivel educativo). En el segundo reto (121 piedras), la docente hace explícitas las variables que se estaban considerando, para así reducir las dificultades observadas en el reto anterior. En este caso, Noa evidencia un nivel 6 al responder correctamente aplicando la inversa a F4. Sin embargo, muestra dificultades para generalizar («Serían… si son 121 serían 21 de plantas y 100 de piedras.»). En el caso de Elio, hace la inversa a F1, lo que le dificulta averiguar el número de la muralla («Sería la muralla 11. 11x11 son 121…»). Cuando cambia su percepción considerando F2 y F3, alcanza un nivel funcional (pasos P y Q).

La frecuencia de evidencias de las cuatro funciones respecto a los niveles se recoge en la tabla 2. Los datos muestran más evidencias de las funciones F2 y F1 en las resoluciones de los participantes, con tendencia de F2 a los niveles recursivos (niveles 2 y 3) (71 % respecto al total de evidencias de funciones), mientras que de las 18 evidencias de F1 se vincula un 33 % al nivel preestructural con tendencia a los niveles funcionales (del 4 en adelante) (67 %).

Tabla 2.
Frecuencia de las funciones respecto a los niveles de generalización

Funciones	*Niveles*						*Total*
	1	2	3	4	5	6	
F1: $H^2 = P$	6			6	5	1	18
F2: $(M + 2) = H$	3	9	3	1	1		17
F3: $(M + 2)^2 = P$	3	1		1			5
F4: $(M + 2) + (M + 2)^2 = H + P)$	3	1	1	5			10
Total	15	11	4	13	6	1	

Las gráficas muestran cómo los niveles superiores se relacionan con F1 y cómo los cuatro estudiantes alcanzan su máximo nivel de generalización y término de secuencia con F1. Esta frecuencia puede explicarse porque, aunque las cuatro funciones representan distintas interpretaciones de las relaciones entre las variables del problema, cada una de ellas adquiere un matiz en la resolución de los participantes. La F4, que vincula las tres variables a la vez, se observa principalmente en la resolución de Raúl y Noa. Este último es el único que evidencia un nivel funcional (4.b) en F4, al apoyarse en casos anteriores (paso G: «En la tercera serían 5 y 25, que serían 30») o no menciona las variables al describir la multiplicación en casos concretos (paso H: «En la cuarta, siguiendo lo que hay aquí serían 6 [cuenta solo la columna del pictograma de la tercera muralla], que lo multiplicamos por 6 veces y serían 42 en total»).

La F2, que se visualiza a partir del dibujo proporcionado en el problema, es usada en varios términos de manera complementaria a F1 como forma de comprender cómo se construye la muralla (Elio: «Tiene que ser una línea de plantas. Vamos añadiendo 1 a cada planta. Y luego serían 32 piedras [las cuenta]»). La F3, que involucra una multiplicación, se aborda inicialmente por los estudiantes mediante estrategias de conteo como resultado de la presencia de los bloques, como Noa (pasos D y F) contando las piedras sobre los pictogramas (nivel preestructural, 1.c).

Como se observa en las figuras 3, 4 y 5, la resolución de tres de los participantes no es lineal, sino que se aprecian saltos de nivel y de términos, en línea con lo observado en investigaciones similares con estudiantes de desarrollo típico (Blanton et al., 2015). En el caso de Omar encontramos un salto del término 7 (figura 3, paso I) hacia el 1 (paso J) coincidente con un cambio de función (de F2 a F1). Noa y Elio evidencian saltos tanto en la fase individual guiada como en la cooperativa. Encontramos un salto de nivel ascendente en Noa (figura 4, paso G) y uno descendente (paso L). Coinciden con un cambio de función, de F3 a F4 y viceversa, y de material, pasando de utilizar solo pictogramas a añadir la tabla, y de esta a no usar ningún tipo de representación. El proceso de resolución de Elio viene marcado por saltos de términos relacionados con la comprobación de su propia estrategia (figura 5, pasos B y C o G y H) y cambios de función (pasos K y L o Ñ y O).

Tipos de representación

Ante la libertad de elección del tipo de representación, los estudiantes muestran una tendencia inicial al uso de las piezas de goma Eva y el dibujo sobre el enunciado, lo que desemboca en estrategias basadas en el conteo. La tabla 3 señala que los dibujos y pictogramas tienen el 41,3 % de representación en los tres primeros niveles, frente al 10,4 % de uso de la tabla; mientras que esta adquiere un mayor protagonismo de uso (con un 47 %) a partir del nivel 4, coincidiendo con los niveles funcionales. El porcentaje restante corresponde al empleo conjunto de los recursos, que se mantiene en ambos casos (48,3 y 41,2 % en los tres primeros niveles y los dos últimos, respectivamente). También en las gráficas se ilustra cómo los niveles más altos van ligados siempre al uso de la tabla, que en algunos casos se combina con otro material y en otros no (Noa y Elio).

Tabla 3.
Frecuencia de los tipos de representación en cada nivel de generalización

Niveles	*Tipos de representación*						
	Dibujo o piezas de goma Eva	Dibujo o piezas de goma Eva y tabla	Pictograma	Pictograma y tabla	Tabla	Sin material	Total
1	7	5	1	2			15
2	1	3	2	3	1	1	11
3	1	1			2		4
4		3	2	3	3	2	13
5		1			4	1	6
6					1		1
Total	9	13	5	8	11	4	

Durante la fase individual guiada, los tipos de representación juegan distintos papeles en la manifestación de los niveles de generalización. Omar encontró muchas dificultades en el proceso, condicionado por frecuentes errores de cálculo asociados a su dificultad con las estructuras multiplicativas. Tras iniciar la resolución dibujando, la docente le guía en el uso de las distintas representaciones. Noa construye las murallas en forma de C y anota los datos en su tabla, lo que parece contribuir a su comprensión de la estructura multiplicativa. Mantiene esta estrategia hasta el término 7 (figura 7):

Docente: ¿Cómo pasas de 6 verdes a 36 grises (señala la tabla)?
Omar: Porque 6x6 son 36.
D: ¿Y por qué era 6x6?
O: Porque aquí (en su construcción de goma Eva) no paraba de haber 6 y 6 y 6…

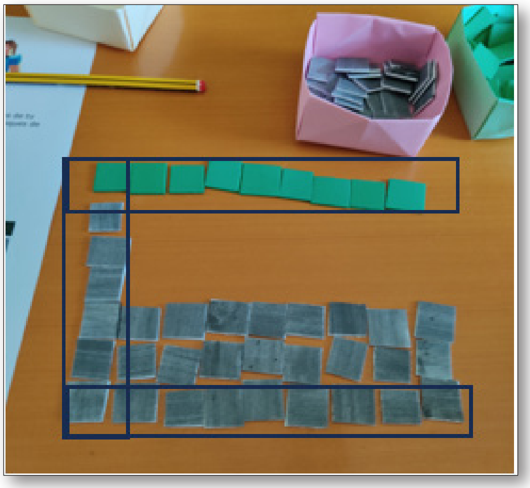
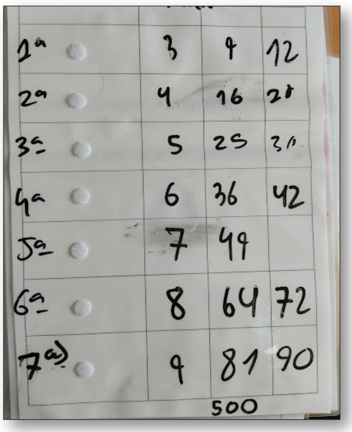


Fig. 7. Estructura de Omar para construir la muralla 7.

Tras mostrar dificultades para respetar la estructura de la muralla (figura 6), Noa retrocede al término 1 (paso C), esta vez anotando en la tabla los datos que va descubriendo al contar sobre los pictogramas. Aunque establece una relación funcional entre el lado del cuadrado y el número de piedras de la muralla, tiende a contar el lado del cuadrado sobre los pictogramas (pasos G, H e I). Para evitar que base su estrategia en los pictogramas de las murallas, la docente sugiere escribir los términos de la secuencia en una nueva columna a la izquierda de la tabla, plasmando así las tres variables (paso J). Anotar en cada fila los números del 1 al 6 (figura 8) y ver su relación con las otras dos variables permite al estudiante continuar, y llegar a retarse a sí mismo a resolver el término 7 (F4) (paso K: «¿Y si hacemos una séptima? A ver si me sale. [Sin pictogramas, escribe «7ª» en el lateral de la tabla]. Sería 9 [verdes]: 9x9, 81. Y serían 90»). Tras este, Noa se planteará el caso de murallas más alejadas, como explicaremos en el epígrafe final de los resultados.



1ª	3	4	12
2ª	4	16	[illegible]
3ª	5	25	[illegible]
4ª	6	36	42
5ª	7	49	
6ª	8	64	72
7ª)	9	81	90

500

Fig. 8. Tabla de Noa, donde la columna del número de término sustituye a los pictogramas.

Elio alcanza el nivel funcional en los pasos H e I («Muy fácil. 5x5, 25 de piedras»), pero a continuación parece olvidar su estrategia cuando aborda el término 6. Recurre entonces a crear su propio esquema (figura 9), registrando los resultados que había obtenido y organizando los cálculos en su folio. Pese a manifestar niveles de generalización funcionales al usar esta representación (figura 5), el desorden del esquema le llevó a cometer numerosos errores de cálculo que influyeron en su proceso de resolución y motivación.

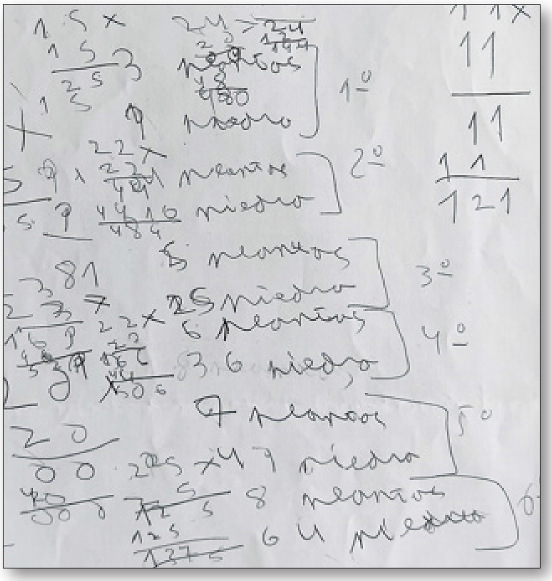


Fig. 9. Esquema de resolución de Elio.

Durante la fase cooperativa, la tabla parece mejorar el proceso de resolución apoyando las necesidades de los niños respecto a sus dificultades de memoria de trabajo y atención y les permite alcanzar niveles más altos de generalización. Elio y Noa parecen olvidar sus estrategias tras ser retados a descubrir la séptima muralla (Elio: «Nueve de plantas porque siempre es así… [Se queda mirando los dibujos del enunciado]») o en el reto de 500 piedras (Noa: «Pero es que tengo que ver cuántos [bloques de hierba] serían»). La docente les propone recurrir a su esquema y tabla, respectivamente, lo que parece impulsar a Elio a retomar la resolución de M = 7 («¡Ah sí! [gira su folio, mirando de nuevo su esquema]»). Noa consigue recordar su propia estrategia para calcular las piedras («Multiplico el número de plantas»), lo que evidencia un nivel funcional general primitivo (5b), al hacer una referencia incompleta de la relación funcional sin mencionar las variables. Sin embargo, hallar la solución se convierte en un proceso arduo para él. La tabla le ayuda a situar el 500 como variable piedras, y recordar cómo había obtenido el número de piedras de cada muralla, haciendo un recorrido por los diferentes ejemplos registrados en él (paso L).

D: Por ejemplo, ¿el 36 de dónde sale?
N: De 6x6.
D: Este de aquí que no está escrito, ¿cuál sería? [Noa se saltó el quinto término en la tabla, dejando una fila libre].
N: 7x7, que son [tras algunos errores de la tabla de multiplicar] 49.
D: ¿Y este 64?
N: De 8x8.
D: Entonces, ¿el 500 de dónde saldrá?
N: ¡De la tabla del 10!

A pesar de tener clara la estrategia, y tras varios intentos aplicando el ensayo y error (Noa: 11, 20, 40, 30, 21, 22, 23; Elio: 15, 35, 20, 25), ambos estudiantes acaban desistiendo debido a los numerosos intentos y fallos de cálculo.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Hemos estudiado los niveles de generalización que evidencian cuatro alumnos de tercer ciclo de educación primaria con diagnóstico de TEA-1 al realizar un problema de generalización empleando distintos tipos de representación mediante material TEACCH. La riqueza del problema en cuanto al número y tipo de funciones implicadas ha permitido profundizar en el razonamiento de los estudiantes, que han mostrado distintos niveles de generalización.

Atendiendo a la primera pregunta de investigación, los participantes han mostrado una progresión a través de los niveles, manifestando una tendencia a los niveles funcionales conforme mayores son los términos, frente a los niveles preestructural y recursivo en los términos 1, 2 y 3, coincidiendo con la investigación de Goñi-Cervera et al. (2022) y con investigaciones de desarrollo típico (Pinto y Cañadas, 2021). Los participantes de este estudio demuestran alcanzar la generalización, coincidiendo con estudios previos con participantes con desarrollo ordinario de edades análogas (Pinto y Cañadas, 2021) y con TEA (Goñi-Cervera et al., 2022). La fase individual guiada proporcionó un espacio para la reflexión y el desarrollo de estrategias vinculadas a los niveles preestructural, recursivos y funcionales.

Las cuatro funciones involucradas en el problema de *Minecraft* han sido una herramienta de análisis para comprender los argumentos de los estudiantes, y han encontrado cierta relación entre estas y los niveles de generalización (tabla 2). Así, F1 se relaciona con argumentos del nivel preestructural en el término 1, y han llegado al nivel funcional al utilizar la tabla (tabla 3). El carácter aditivo de F2 puede haber influido en que todos los participantes evidencien un nivel recursivo en sus argumentos, a excepción de Elio, que establece una relación funcional entre el número de muralla y el número de bloques de hierba. F3 se usa junto a las otras funciones para referirse a los bloques de piedra y F4 es empleada principalmente por Noa (figura 4), quien alcanza el nivel funcional particular (nivel 4) al interpretar la muralla como un todo.

Las funciones involucradas posibilitan cuatro formas de pensamiento distintas que pueden complementarse entre sí para alcanzar la generalización. Los saltos a F1 (Raúl, Omar y Elio) y F4 (Noa) coinciden con la manifestación de niveles de generalización más altos. Resulta destacable que estas dos funciones sean las que establecen relaciones entre las variables hierba y piedra. Frente a F2 y F3, centradas en la línea de bloques de hierba y el cuadrado de piedra, F1 y F4 proporcionan una visión más global de la estructura de la muralla y el patrón, lo que puede haber beneficiado el proceso de generalización de los estudiantes, considerando las dificultades para comprender la globalidad de las figuras asociada al TEA-1 (Klaren et al., 2017).

Respecto a la segunda pregunta de investigación, las manifestaciones de los niveles en el proceso de resolución de cada niño han sido además influidas por los tipos de representación (tabla 3). La implicación de diferentes estrategias de representación pudo impulsar la aparición espontánea de interacción entre los estudiantes y la propia fase cooperativa, caracterizada por los niveles funcionales, así como distintas estrategias en cada nivel (Hunter y Miller, 2022; Pinto y Cañadas, 2021). Así, por ejemplo, en el tercer nivel, recursivo general, encontramos que Raúl utiliza el dibujo y Elio emplea la tabla y la construcción con las piezas de goma Eva. Al abordar el término general sin ejemplos concretos, Noa y Elio alcanzan el nivel funcional en la transición desde el dibujo o construcción hacia las operaciones. Esto también se observó con tres de los seis participantes de edad análoga con diagnóstico de TEA del estudio de Goñi-Cervera et al. (2022).

Dotar de libertad contando con materiales que ya conocían de sesiones anteriores ha favorecido que cada participante recurra a distintas formas de representación para descubrir regularidades, a la vez que se han apoyado posibles limitaciones vinculadas a la comprensión oral y uso del lenguaje que la literatura asocia al TEA (Klaren et al., 2017).

Los tres tipos de representación se adaptan a las necesidades que puedan tener los estudiantes en cada momento, desde la comprensión del problema hasta la organización de datos o revisión del proceso de resolución. Emplear distintas representaciones ha posibilitado abordar secuencialmente el problema y adaptarlas a las cuatro funciones.

A pesar de que una de las características asociadas al TEA, y en concreto al TEA-1, es la rigidez de pensamiento (Bae et al., 2015; Klaren et al., 2017), los participantes de este estudio han mostrado flexibilidad para cambiar de estrategia, función y tipo de representación. La progresión de pensamiento de los estudiantes no es lineal (Stephens et al., 2017), sino que avanzan y retroceden, tanto en los términos de la secuencia como en los niveles de generalización que evidencian. Los resultados han mostrado una relación entre los saltos y los cambios de representación y de función.

La incorporación de la tabla se vincula con niveles más altos o con una revisión de la estrategia que les permite avanzar en el proceso de generalizar (paso I de la figura 3; paso B de la figura 4; paso J de la figura 5). Este tipo de representación aporta una visualización más esquemática de los datos, mejorando la organización y el establecimiento de relaciones entre las variables, lo que ha evidenciado impulsar el pensamiento algebraico de los estudiantes.

El contexto de aula-taller, aunque favoreció el trabajo colaborativo y la motivación, pudo dificultar la concentración de los estudiantes, que sumado a los persistentes errores de cálculo (probablemente debidos a dificultades de atención sostenida y rigidez mental, Bae et al., 2015), obstaculizaron la extensión del problema a otros términos (Omar y Raúl) o hallar la solución de los retos (Noa y Elio).

Hemos usado los niveles de generalización de Blanton et al., (2015), con el añadido de desarrollar un marco de evidencias (tabla 1) de cada uno en el contexto de enseñanza de alumnado con TEA-1. Los ejemplos de funciones del problema de *Minecraft* contribuyen a la definición de cada uno de los niveles. Además, frente a los numerosos estudios recogidos en las revisiones de Gevarter et al. (2016) y Root et al. (2021) que utilizan el problema verbal como medio para abordar la aritmética con estudiantes con TEA, nuestra investigación enriquece el conocimiento sobre el proceso de generalización de este alumnado. Contextualizar la tarea de generalización mediante un problema verbal ha impulsado la motivación de los estudiantes al considerar su idiosincrasia, así como la comprensión de las relaciones funcionales involucradas en la tarea. La investigación ha señalado el papel tan importante de utilizar distintos tipos de representación (Pinto y Cañadas, 2021; Stephens et al., 2017). Sin embargo, recalcamos la necesidad de guiar a los estudiantes para que las empleen comprendiendo las ideas matemáticas subyacentes (Hunter y Miller, 2022).

En conclusión, nuestro estudio ha desarrollado una descripción del proceso de generalización de alumnado con TEA-1, destacando la influencia de los tipos de representación y aportando un marco de evidencias para los niveles de Blanton et al. (2015). Señalamos, además, el papel de las estrategias de enseñanza y aprendizaje para fomentar el pensamiento funcional. La investigación debe profundizar en estrategias de resolución de tareas de generalización con alumnado con TEA-1 en el contexto de aulas ordinarias. Dada la necesidad de formación del profesorado para llevarlas a cabo (Root et al., 2021) y la importancia de la generalización en el desarrollo del álgebra escolar (Hunter y Miller, 2022), nuestro estudio continuará colaborando con un grupo de docentes en activo en la implementación de estrategias pedagógicas inclusivas.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido realizado en el marco de un contrato predoctoral FPU20-05070 del Gobierno de España, asociado al Centro de Investigación COIDESO de la Universidad de Huelva y del grupo de investigación DESYM (HUM-168) y el proyecto de Innovación Docente de la Universidad de Huelva «Resolución de problemas desde la perspectiva inclusiva» (curso 2022-23), el proyecto INCLUREC de la Universidad de Huelva y los proyectos PID2021-122180OB-I00 y PID2022-136246NB-I00.

REFERENCIAS

American Psychiatric Association, APA (2013). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders (5th ed.). DSM-5*. American Psychiatric Publishing. https://doi.org/10.1176/appi.books.9780890425596

Ayabe, H., Manalo, E., Fukuda, M. y Sadato, N. (2021). What diagrams are considered useful for solving mathematical word problems in Japan? En A. Basu, G. Stapleton, S. Linker, C. Legg, E. Manalo y P. Viana (Eds.), *Diagrammatic Representation and Inference. Diagrams*. Lecture Notes in Computer Science, 12909. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86062-2_8

Bae, Y. S., Chiang, H. M. y Hickson, L. (2015). Mathematical word problem solving ability of children with Autism Spectrum Disorder and their typically developing peers. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, *45*(7), 2200-2208. https://doi.org/10.1007/s10803-015-2387-8

Blanton, M. L. (2008). *Algebra and the Elementary Classroom: Transforming Thinking, Transforming Practice*. Heinemann.

Blanton, M., Brizuela, B., Gardiner, A. M., Sawrey, K. y Newman-Owens, A. (2015). A learning trajectory in 6-year-olds' thinking about generalising functional relationships. *Journal for Research in Mathematic Education*, *46*, 511-558. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.5.0511

CAST (2018). *Universal Design for Learning Guidelines version 2.2*. CAST.

Carraher, D., Martinez, M. y Schliemann, A. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM*, *40*(1), 3-22. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0067-7

Chico, A., Gómez-Hurtado, I. y Climent, N. (2022). Problem-solving by students with Asperger's Syndrome. En J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi y F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (pp. 1-8). Free University of Bozen-Bolzano / ERME.

Cleary, S. y Barnett J. H. (2015). Using research-based strategies to teach algebraic problem solving skills to students with autism spectrum disorder. *INQUIRE: An Undergraduate Research Journal*, *1*(5), 57-77.

Cox, S. K. y Root, J. R. (2020). Modified schema-based instruction to develop flexible mathematics problem solving strategies for students with autism spectrum disorder. *Remedial and Special Education*, *41*, 139-151. https://doi.org/10.1177/0-0741932518792660

Delisio, L., Bukaty, C. y Taylor, M. (2018). Effects of a graphic organizer intervention package on the Mathematics word problem solving abilities of students with Autism Spectrum Disorders. *The Journal of Special Education Apprenticeship*, *7*(2), 1-22.

Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval y A. Sáenz-Ludlow (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: Perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Énfasis.

Gevarter, C., Bryant, D. P., Bryant, B., Watkins, L., Zamora, C. y Sammarco, N. (2016). Mathematics interventions for individuals with Autism Spectrum Disorder: A systematic review. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, *3*, 224-238. https://doi.org/10.1007/s40489-016-0078-9

Goñi-Cervera, J., Cañadas, M. C. y Polo-Blanco, I. (2022). Generalisation in students with autism spectrum disorder: an exploratory study of strategies. *ZDM Mathematics Education*, *54*, 1333-1347. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01415-w

Hunter, J. y Miller, J. (2022). The use of cultural contexts for patterning tasks: supporting young diverse students to identify structures and generalise. *ZDM Mathematics Education*, *54*, 1349-1362. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01386-y

Klaren, M., Pepin, B. y Thurlings, M. (2017). Autism and mathematics education. En A. Bikner-Ahsbahs, M. Haspekian, A. Bakker y M. Maracci (Eds.), *Proceedings of the CERME 10* (pp. 629-636). CERME.

Pinto, E. y Cañadas, M. C. (2021). Generalizations of third and fifth graders within a functional approach to early algebra. *Mathematics Education Research Journal*, *33*(1), 113-134. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00300-2

Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written: A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, *22*(2), 14-23.

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, *52*, de 2 de marzo de 2022.

Root, J., Henning, B. y Boccumini, L. (2018). Teaching Students with Autism and Intellectual Disability to Solve Algebraic Word Problems. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, *53*(3), 325-338. https://www.jstor.org/stable/10.2307/26563472

Root, J. R., Ingelin, B. y Cox, S. K. (2021). Teaching mathematical word problem solving to students with autism spectrum disorder: a best-evidence synthesis. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, *56*(4), 420-436. https://doi.org/10.1177/00400599221116821.

Rose, D. H. y Gravel, J. W. (2010). *Universal Design for Learning.* En E. Baker, P. Peterson, y B. McGaw (Eds.), *International Encyclopedia of Education* (3.ª ed., pp. 119-124). Elselvier. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.00719-3

Schoppler, E., Mesibov, G. y Hearsey, K. (2013). Structured teaching in the TEACCH system. En E. Schoppler y G. Mesibov (Eds.), *Learning and Cognition in Autism: Current Issues in Autism* (pp. 243-268). University of North Carolina. https://doi.org/10.1007/978-1-4899-1286-2_13

Steele, D. y Johanning, D. (2004). A schematic-theoretic view of problem solving and development of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, *57*, 65-90. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000047054.90668.f9

Stephens, A., Fonger, N., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E. y Murphy-Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *19*(3), 143-166. https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328636

Strachota, S. (2016). Conceptualizing generalization. *IMVI Open Mathematical Education Notes*, *6*(1), 41-55.

Stylianou, D. (2011). An examination of middle school students' representation practices in mathematical problem solving through the lens of expert work: towards an organizing scheme. *Educational Studies in Mathematics*,*76*, 265-280.
https://doi.org/10.1007/s10649-010-9273-2

Whitby, P. J. (2013). The effects of solve it! On the mathematical word problem solving ability of adolescents with autism spectrum disorder. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, *28*(2), 78-88.
https://doi.org/10.1177/1088357612468764

Solution of a Generalisation Problem by Students with Autism Spectrum Disorder

Ángeles Chico Gómez
Departamento de Didácticas Integradas,
Universidad de Huelva, Huelva, España
angeles.chico@ddi.uhu.es

Irene Polo-Blanco
Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación,
Universidad de Cantabria, Santander, España
irene.polo@unican.es

Nuria Climent Rodríguez
Departamento de Didácticas Integradas,
Universidad de Huelva, Huelva, España
climent@uhu.es

Inmaculada Gómez Hurtado
Departamento de Pedagogía,
Universidad de Huelva, Huelva, España
Inmaculada.gomez@dedu.uhu.es

This study addresses the generalisation process manifested by four 11 or 12-year-old children with autism spectrum disorder level 1 (ASD-1 onwards), also members of an Asperger Syndrome Association, during a session of a problem-solving workshop in which several types of representation were used. None of them presented a curricular competence gap in Mathematics, but some executive functions needs.

The research questions of this study are: Which levels of generalisation are manifested by elementary education students with ASD-1 when solving a generalisation problem that involves linear and quadratic functional relationships? How does the use of tables, pictograms and manipulative material support progress through the generalisation levels?

To thoroughly approach the generalisation process and the role played by the different types of representation used, a framework of levels of generalisation will be considered. These levels aim to capture the ability for generating increasingly complex relationships and their expression. Hence, the pre-structural level is concerned when a sequence is continued without establishing mathematical relationships between the cases. The recursive levels involve additive relationships described for specific examples (level 2, recursive-particular) or when approaching a general rule (level 3, recursive-general). The functional levels aim to describe generalisation in terms of concrete cases (level 4, functional-particular), the general case with incomplete representations (level 5, primitive functional-general), the general functional relationship incompletely (level 6, emergent functional-general) or the explicitly complete one (level 7, condensed functional-general). Level 8 (function as an object) involves playing with the limits of the discovered rule, creating new generalisations.

The units of information obtained from the transcription of the videorecorded session and the productions of the participants when approaching a generalisation problem are analysed according to the levels of generalisation (levels 1 to 8) and the representation used (manipulatives, pictograms, or table). The analysis was independently conducted by the researchers, accomplishing a triangulation of results a posteriori.

Results indicate that students showed a tendency towards the functional levels when reaching the highest terms. Additionally, the influence of the different types of representation seems to have stimulated the thriving of spontaneous interaction between the students. This interaction was indeed characterised by the evidence of functional levels and strategies related to the inverse functional relationship.

Functional relationships involved in the problem have resulted in different manners to approach its solving, as well as key elements to be considered when describing the generalisation process achieved by participants. Students switching from one function to another aligns with the evidence of different generalisation levels, in terms of moving along the generalisation levels. Representations have also been a conditioning variable for students. The use of tables was related to the evidence of higher levels of generalisation, whereas drawing strategies were linked to counting and recursive strategy levels.

The students' oscillation between different types of representation, functional relationships and generalising strategies is a significant result, considering ASD-1 characteristics, such as limited flexibility of thinking or weaknesses in executive functions (e. g. prediction, working memory or planification and organisational skills).

Research must continue to deeply explore generalisation tasks with ASD-1 students in the context of mainstream classrooms.