



Un instrumento para evaluar la comprensión de tablas estadísticas en educación secundaria

A Tool to Assess the Understanding of Statistical Tables in Secondary Education

Jocelyn D. Pallauta

Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile
jocelyn.diaz@ulagos.cl

Carmen Batanero

Facultad de Ciencias de la Educación, Grupo FQM126, Universidad de Granada, Granada, España
batanero@ugr.es

María Magdalena Gea

Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, España
mmgea@ugr.es

RESUMEN • Las tablas estadísticas se utilizan con frecuencia en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), pero son escasos los instrumentos de evaluación que engloben las diferentes variables involucradas en su comprensión. Para cubrir esta carencia, se presenta un cuestionario que considera las principales variables y destrezas identificadas en la investigación sobre las tablas estadísticas incluidas en los libros de texto y su comprensión, junto a las directrices curriculares. Se describe el proceso de construcción y validación del instrumento y se aportan los índices de dificultad de los ítems, la fiabilidad del cuestionario y el efecto de las variables de tarea en su aplicación a una muestra de 128 estudiantes españoles de 3.º de la ESO. Se complementa con la descripción de los principales conflictos semióticos identificados y del nivel de lectura alcanzado en los ítems.

PALABRAS CLAVE: Tablas estadísticas; Evaluación de la comprensión; Construcción de un cuestionario; Educación Secundaria Obligatoria.

ABSTRACT • Statistical tables are frequently used in Secondary Education (ESO), but there are few assessment instruments that cover the different variables involved in understanding them. In order to fill this gap, we present a questionnaire that considers the main variables and skills identified in the research on statistical tables in textbooks and their comprehension together with curricular guidelines. The process of construction and the validation of the instrument are described, and the indices of difficulty, the reliability of the questionnaire and the effect of the task variables in its application to a sample of 128 Spanish students in the 3rd year of ESO are provided. This is complemented by a description of the main semiotic conflicts identified and the reading level reached on the items.

KEYWORDS: Statistical tables; Assessment of understanding; Questionnaire construction; Secondary education.

Recepción: abril 2023 • Aceptación: septiembre 2023 • Publicación: noviembre 2023

INTRODUCCIÓN

Las tablas estadísticas son esenciales en el resumen, la presentación y el análisis de datos (Estrella y Estrella, 2020; Estrella et al., 2017; Pallauta, Gea et al., 2021), y ampliamente utilizadas (Feinberg y Wainer, 2011). Por ello, la competencia en su uso es parte de la cultura requerida para la comprensión de la información en los medios de comunicación y la toma de decisiones (Engel, 2017; Johannssen et al., 2021; Rodríguez-Muñoz et al., 2020; Sharma, 2017).

Esta necesidad se recoge en el currículo español para la Educación Primaria (MEFP, 2022a), que incluye en el sentido estocástico los siguientes saberes básicos:

Estrategias para la realización de un estudio estadístico sencillo: formulación de preguntas, recogida, registro y organización de datos cualitativos y cuantitativos procedentes de diferentes experimentos. Tablas de frecuencias absolutas y relativas: interpretación (MEFP, 2022a, p. 24502).

En Educación Secundaria Obligatoria (ESO) (12 a 15 años) se estudian las tablas estadísticas de una o dos variables, incorporando frecuencias (absolutas, relativas, porcentuales, acumuladas), o datos agrupados en intervalos de clase. De primer a tercer curso (12 a 14 años) se plantea: «Análisis e interpretación de tablas y gráficos estadísticos de variables cualitativas, cuantitativas discretas y cuantitativas continuas en contextos reales» (MEFP, 2022b, p. 41734). En el cuarto curso (15 años) se abordan las tablas de contingencia y las frecuencias marginales y condicionadas (MEFP, 2022b).

Aunque las tablas estadísticas tienen una alta presencia en los libros de texto de la ESO (Pallauta, Gea et al., 2021), las investigaciones con estudiantes de este nivel educativo señalan dificultades en su comprensión (Castellaro y Roselli, 2020; Gabucio et al., 2010; Martí et al., 2011; Pallauta et al., 2022; Sharma, 2006). El propósito de este estudio es presentar un instrumento de evaluación de dicha comprensión junto a resultados cuantitativos y cualitativos de su aplicación a una muestra de estudiantes españoles de 3.º de la ESO.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El trabajo se basa en elementos del enfoque ontosemiótico (EOS), los diferentes tipos de tablas estadísticas y los niveles de lectura de la información estadística.

Elementos del enfoque ontosemiótico

En el EOS, el significado de un objeto matemático se concibe como el sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal), o se comparten en una institución (significado institucional) para resolver las situaciones problema de las que emerge el objeto (en este caso, la tabla estadística) (Godino et al., 2019; 2022). En este marco teórico, la comprensión personal es la apropiación del significado institucional del objeto por parte del individuo, y constituye un proceso compuesto y progresivo.

En este estudio utilizamos la idea de *conflicto semiótico* (Godino, 2002) entendida como la disparidad de los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). Dichos conflictos semióticos provocan errores en los estudiantes, que se explican por una incorrecta conexión (función semiótica) entre la expresión (el objeto o signo inicial) y un contenido (el objeto final, lo que representa). En esta línea, cualquier objeto matemático (concepto, propiedad, argumento, procedimiento, etc.) puede aparecer como expresión o contenido en una función semiótica (Godino et al., 2019).

Los conflictos semióticos pueden clasificarse en *conceptuales*, relacionados con la interpretación errónea de conceptos o propiedades, *procedimentales*, asociados a la confusión de los pasos para llevar a cabo un procedimiento, y *notacionales*, vinculados con el lenguaje matemático (símbolos, términos matemáticos, tablas, gráficos u otro lenguaje matemático).

Tipos de tablas estadísticas y su complejidad semiótica

En la investigación didáctica se diferencian varios tipos de tablas estadísticas, que cumplen funciones diferentes (Duval, 2003; Estrella et al., 2017; Lahanier-Reuter, 2003) y varían en el número de variables y valores representados. En trabajos anteriores se han subdividido las tablas estadísticas según los objetos matemáticos representados (Gea et al., 2022; Pallauta et al., 2023) de la siguiente manera:

- *Tabla de datos*. Se utiliza para el registro de los valores de una o más variables, generalmente, tal como se han recogido sin una operación lógica de clasificación o de ordenación.
- *Tabla de distribución de una variable*. Presenta la distribución de frecuencia de una variable estadística cualitativa o cuantitativa y puede ser de tres tipos:
 - *Tablas de distribución de frecuencias ordinarias*. Incorporan frecuencias absolutas, relativas o porcentajes.
 - *Tablas de distribución de frecuencias con frecuencias acumuladas*. Además de las anteriores, incluyen frecuencias acumuladas, por lo que requieren trabajar con desigualdades.
 - *Tablas con datos agrupados en intervalos de clase*. Consideran la agrupación de los valores de la variable en intervalos, para frecuencias ordinarias y acumuladas. Se trabaja con intervalos, sus extremos y marcas de clase.
- *Tabla de contingencia*. Representa la distribución conjunta de una variable estadística bidimensional e involucra la frecuencia conjunta, marginal y condicional, así como la asociación entre las variables. Se puede subdividir en dos tipos (Pallauta et al., 2023):
- *Tabla de contingencia de frecuencias ordinarias*. Se representan frecuencias absolutas, relativas o porcentuales.
- *Tabla de contingencia con datos agrupados*. Se considera la agrupación de los valores de la variable en intervalos de clase, para cualquier tipo de frecuencia.

Niveles de lectura

A partir de la información proporcionada por la tabla o gráfico estadístico, se pueden plantear preguntas con dificultad creciente. Este trabajo considera los niveles de lectura propuestos por Friel et al. (2001) utilizados en otros estudios sobre interpretación de tablas estadísticas (Castellaro y Roselli, 2020; Gea et al., 2022; Gabucio et al., 2010), que se describen a continuación:

- L1. *Leer los datos*. Se pide identificar elementos aislados de la tabla o el gráfico, sin realizar operaciones con los datos. Por ejemplo, hallar la frecuencia de un valor de la variable.
- L2. *Lectura entre los datos*. Implica la comparación de los datos representados en la tabla, o realizar operaciones aritméticas con ellos. Por ejemplo, determinar la mediana de una distribución.
- L3. *Lectura más allá de los datos*. Se solicita información que no aparece directamente representada y no se puede extraer aritméticamente. Un ejemplo es interpolar o extrapolar un valor no representado.
- L4. *Leer detrás de los datos*. Supone no solo leer el gráfico o la tabla, sino también realizar una valoración crítica de su contenido, las fuentes de las que se ha extraído la información, o las afirmaciones que se hacen sobre su contenido.

ANTECEDENTES DEL TRABAJO

Son escasas las investigaciones que utilizan cuestionarios para analizar habilidades ligadas a las tablas estadísticas con estudiantes de secundaria. Así, Gabucio et al. (2010) proponen un cuestionario de 12

ítems de opción múltiple sobre una única tabla de doble entrada a 112 estudiantes españoles de 5.º y 6.º curso de primaria (11-12 años) y 88 de 1.º y 2.º de secundaria (13-14 años). Los ítems están orientados a evaluar: *a*) la comprensión de la estructura de la tabla y de sus elementos; *b*) lectura directa de los datos (nivel L1 de Friel et al.; 2001); *c*) inferencia de datos no representados explícitamente en la tabla, que combina L2 y L3 de Friel et al. (2001); y *d*) interpretación global, equivalente al nivel L4 de Friel et al. (2001). En la lectura directa el porcentaje de aciertos osciló entre el 80,5 % y el 89,5 %, mientras que en la inferencia de datos alcanzó solo entre el 29 % y el 47 %.

Dicho estudio fue replicado por Castellaro y Roselli (2020) con 90 estudiantes argentinos de 6.º y 7.º curso (12-13 años), en el que se comparó las respuestas desarrolladas individualmente y por parejas. Los resultados no evidenciaron mejora alguna en las preguntas de mayor nivel de lectura, como la inferencia de datos, y el trabajo en parejas no mostró ninguna mejora respecto al individual. Ninguno de los dos estudios analiza la comprensión de otro tipo de tablas o actividades diferentes a la lectura.

Jiménez-Díaz et al. (2022) analizan la construcción de un cuestionario compuesto de 10 ítems de respuesta abierta, adaptados de pruebas estandarizadas nacionales e internacionales y libros de texto para evaluar la comprensión de tablas estadísticas en estudiantes chilenos de 8.º curso (13 años). Los autores no indican si se hizo previamente un estudio del contenido sobre tablas estadísticas en los libros de texto. En las tareas propuestas consideran el tipo de tabla, el nivel de lectura y la actividad requerida, aunque no cruzan entre ellos los posibles valores de estas variables, sino que únicamente analizan qué valores toman en cada ítem. Describen el proceso de construcción y muestran los resultados del juicio de expertos utilizado en la validación del cuestionario. Sin embargo, no aportan información sobre sus características psicométricas ni de la aplicación del cuestionario.

En este trabajo completamos los anteriores presentando un cuestionario construido a partir de un análisis de libros de texto españoles y de los antecedentes de la investigación, describiendo su construcción, aportando un análisis tanto cuantitativo, de sus características psicométricas, como cualitativo (centrado en los niveles de lectura alcanzados y los conflictos semióticos identificados) en su aplicación a una muestra de 128 estudiantes españoles de 3.º de la ESO.

CUESTIONARIO Y SU CONSTRUCCIÓN

El cuestionario utilizado se presenta en el Anexo y consta de nueve ítems, cada uno con una o varias preguntas abiertas. Su construcción se basó en los estándares de evaluación educativa y psicológica de la American Psychological Association (Eignor, 2013) y siguió un proceso de varias etapas (Muñiz y Fonseca-Pedrero, 2019), que se describen a continuación.

Variables consideradas en el cuestionario y formación de un banco de ítems

Puesto que la finalidad del cuestionario era evaluar el significado personal de los estudiantes sobre la tabla estadística, se comenzó identificando el significado institucional de referencia (Godino et al., 2019) de dicho objeto en la ESO. Para ello, se realizó un análisis detallado de las tablas estadísticas en las directrices curriculares españolas (MECD, 2014; 2015) que habían seguido los estudiantes de la muestra, cuyo contenido sobre tablas estadísticas es similar al del currículo actual (MEFP, 2022a; 2022b). Además, se analizó sistemáticamente la presentación de las tablas estadísticas en series completas de libros de texto españoles (Gea et al., 2022; Pallauta, Gea, Batanero, et al., 2021). Estos estudios preliminares permitieron identificar las principales variables, es decir, los aspectos que varían en los problemas sobre tablas estadísticas adaptados a estos estudiantes y que pueden influir en su dificultad. Las variables consideradas en el diseño del cuestionario fueron: *a*) nivel de lectura requerido para

resolver las tareas propuestas, *b*) tipo de tabla estadística, *c*) objetos matemáticos representados, y *d*) tipo de tarea solicitada al estudiante, que podía ser una de las siguientes:

- *Leer e interpretar.* A partir de una tabla, se pide extraer información o interpretar su contenido.
- *Traducir o construir una tabla.* Confección de una tabla estadística a partir de datos proporcionados en un listado, un gráfico o verbalmente.
- *Completar la tabla.* Finalizar una tabla parcialmente construida, generalmente calculando algunas frecuencias.
- *Argumentar.* Justificar procedimientos o afirmaciones sobre la información presentada en la tabla estadística.

En la tabla 1 se presenta la distribución de los ítems del cuestionario según las variables de tipo de tarea solicitada y nivel de lectura (Friel et al., 2001) requerido para resolverla. Traducir o construir, argumentar o completar requieren adicionalmente la lectura de la tabla.

Tabla 1.
Distribución de ítems por tipo de tarea y nivel de lectura

Tipo de tarea		Nivel de lectura			
		L1	L2	L3	L4
Leer /interpretar		2a, 2b	2c, 2d, 2e, 6b, 6c		8a, 8b, 8c
Traducir	Verbal a tabla		9		
	Listado a tabla		1a, 1b		
	Gráfico a tabla		3a, 6a		
Argumentar				5a, 5b	3b, 3c, 7
Completar una tabla			4a, 4b, 4c		

En la tabla 2, se distribuyen los ítems según las variables de tipo de tabla (Lahanier-Reuter, 2003) y objetos matemáticos representados (Gea et al., 2022; Pallauta et al., 2023). Se incluyó un mayor número de ítems con tablas que incluyeran frecuencias absolutas, pues las frecuencias acumuladas y los intervalos de clase implican una mayor dificultad y aparecen con menor frecuencia en los libros de texto (Pallauta, Arteaga et al., 2021).

Tabla 2.
Distribución de ítems por tipo de tabla y objetos matemáticos

Tipo de tabla	Objetos matemáticos				
	Valores	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas	Frecuencias acumuladas	Intervalos de clase
Datos	7				
Distribución de una variable		1a, 2a, 2b, 2c, 2d, 2e, 3a, 3b, 3c, 4b	1b, 5a, 5b	4a, 4c	8a, 8b, 8c
Doble entrada		6a, 6b, 6c			9

En el diseño del cuestionario se contempló, además, que el número de ítems no fuese excesivo y que las preguntas recogieran las dificultades de los estudiantes reportadas por las investigaciones previas (por ejemplo, Álvarez et al., 2020; Gabucio et al., 2010). Una vez definidas las variables del cuestionario, se confeccionó un banco de ítems que recopilaba posibles ejemplos de los libros de texto

de ESO e investigaciones previas que cumpliesen con las especificaciones contenidas en las tablas 1 y 2 para cada ítem.

Validez de contenido del cuestionario

La construcción del cuestionario incluyó un proceso de validación de su contenido similar al utilizado por Vásquez et al. (2020). Para ello, una vez realizada la planificación de los ítems que se incluirían en el instrumento, se seleccionaron los que constituyen el cuestionario mediante el juicio de expertos. En dicho proceso de validación participaron once expertos con amplia experiencia investigadora, docente y de formación de profesores en didáctica de la estadística de distintos países (Argentina, Chile, España, México y Portugal). Cada uno recibió el cuestionario e instrucciones para valorar tres propuestas de ítems de acuerdo con las variables consideradas en el diseño (tablas 1 y 2). La valoración se realizó mediante una escala de Likert con puntuaciones del 1 al 5 (1: Nada relevante para el propósito del ítem y 5: Muy relevante para el propósito del ítem), que permiten una adecuada precisión de las valoraciones (Hernández-Baeza et al., 2000).

Para cada ítem del cuestionario, se seleccionó aquella propuesta que presentase una mayor puntuación mediana y media, además de una menor desviación típica en la valoración de los expertos. Adicionalmente, se aceptaron las sugerencias de mejora de redacción o incorporación de nuevas preguntas, con lo que se obtuvo la versión definitiva del cuestionario (Anexo). La tabla 3 presenta los resultados obtenidos en los ítems finalmente incluidos en el cuestionario: se observa que las puntuaciones fueron, en general, altas, con mediana y media de 4 o superior.

Tabla 3.
Frecuencia de puntuación (1-5) por los expertos a cada ítem

Ítem	1	2	3	4	5	Media	Mediana	D. típica
1				4	7	4,6	5	0,51
2		1	1	6	3	4	4	0,89
3			2	5	4	4,2	4	0,75
4			2	3	6	4,4	5	0,81
5		1		6	4	4,2	4	0,87
6				4	7	4,6	5	0,51
7				3	8	4,7	5	0,47
8				3	8	4,7	5	0,47
9		1		1	9	4,6	5	0,92

RESULTADOS DE UN ESTUDIO INICIAL

Finalizado el cuestionario, se realizó una prueba inicial. A continuación, se describe la muestra participante y los resultados.

Muestra participante

La muestra es de conveniencia e incluyó 128 estudiantes españoles de 3.º curso (14-16 años) de dos centros públicos de Educación Secundaria de Andalucía, en los que se contó con el consentimiento de profesores y directores, a los que se agradece su colaboración.

La aplicación del instrumento se realizó a inicios del curso escolar 2020-2021 durante los meses de septiembre y octubre. Los estudiantes completaron presencialmente el cuestionario de manera individual y escrita, durante una de las sesiones de la asignatura de matemáticas, con la asistencia de sus profesores, a quienes se les explicó la finalidad de la evaluación y se otorgó un tiempo de dos horas para completarlos.

Tabla 4.
Distribución de la muestra según centro educativo y género

Centro educativo	3.º ESO		Total N = 128
	Hombre N = 70	Mujer N = 58	
1	41,4	50,0	45,3
2	58,6	50,0	54,7

La tabla 4 presenta la distribución de la muestra, según el género y el centro educativo, codificados como 1 y 2. Aunque hubo una participación ligeramente mayor de hombres (54,7 %) que de mujeres (45,3 %), la distribución según el género fue similar.

Resultados cuantitativos

La tabla 5 presenta los índices de dificultad de los ítems del cuestionario, es decir, la proporción de participantes que responden de manera correcta entre los sujetos que lo intentaron (Barbero et al., 2015; Martínez et al., 2014) y su desviación típica.

Tabla 5.
Índice de dificultad de los ítems (proporción de respuestas correctas)

Ítem	Nivel de lectura	Tipo de tabla	Contenido	3.º ESO	
				Proporción de aciertos	D. típica
1.a	L2	Frecuencias ordinarias	Cálculo frecuencia absoluta	0,49	0,50
1.b	L2		Cálculo frecuencia relativa	0,15	0,36
2.a	L1		Lectura literal	0,93	0,26
2.b	L1		Lectura inversa	0,98	0,13
2.c	L2		Identificar moda	0,97	0,18
2.d	L2		Lectura del total	0,92	0,27
2.e	L2		Comparar frecuencias	0,83	0,38
3.a	L2		Traducir pictograma	0,77	0,42
3.b	L4		Lectura crítica	0,39	0,49
3.c	L4		Decidir críticamente	0,30	0,46
4.a	L2	Frecuencias acumuladas	Cálculo frecuencia acumulada	0,11	0,31
4.b	L2		Determinar moda	0,27	0,45
4.c	L2		Lectura frecuencia acumulada	0,09	0,28
5.a	L3	Frecuencias ordinarias	Predecir datos	0,21	0,41
5.b	L3		Generalizar datos	0,15	0,36

Ítem	Nivel de lectura	Tipo de tabla	Contenido	3.º ESO	
				Proporción de aciertos	D. típica
6.a	L2	Doble entrada con frecuencias ordinarias	Traducir gráfico barras dobles	0,51	0,50
6.b	L2		Lectura frecuencia marginal	0,86	0,35
6.c	L2		Lectura frecuencia condicional	0,84	0,37
7	L4	Datos	Argumentar a partir de datos	0,52	0,50
8.a	L4	Frecuencias absolutas, acumuladas e intervalos	Lectura frecuencia acumulada	0,16	0,37
8.b	L4		Lectura suma de frecuencias	0,10	0,30
8.c	L4		Análisis de tendencia	0,12	0,32
9	L2	Doble entrada con datos agrupados en intervalos	Traducir verbal	0,28	0,45

Se observa que los ítems más difíciles, con un índice inferior a 0,5 en todos sus apartados, fueron los ítems 4, 5, 8 y 9. Mientras que los más sencillos, con un indicador de dificultad que supera al 0,5 en cada uno de sus apartados, son los ítems 2, 6 y 7. Los ítems más sencillos, en general, requieren de los niveles L1 o L2 de lectura (Friel et al., 2001), así como tablas que representan frecuencias ordinarias. Por su parte, los ítems más difíciles requieren de niveles más sofisticados de lectura (L3 o L4) o se basan en tablas que presentan frecuencias acumuladas, datos agrupados en intervalos o que representan una variable bidimensional.

Se obtiene una distribución adecuada de índices de dificultad, desde 0,10 (ítem 8b) a 0,98 (ítem 2b), lo que permite asegurar una graduación continua de los estudiantes, de acuerdo con sus conocimientos sobre las tablas estadísticas.

Se analizó también la discriminación de los ítems, permitiendo separar a los estudiantes de acuerdo con sus conocimientos sobre el tema en una escala homogénea y proporcionar evidencias de *validez discriminante del cuestionario*. Para ello, se utilizó como indicador de discriminación la diferencia de la proporción de estudiantes que aciertan el ítem entre los grupos de mejor y peor desempeño en el cuestionario (Martínez et al., 2014), empleando el contraste de hipótesis de diferencia de medias en muestras independientes. Se seleccionó como grupo superior el de los estudiantes situados por encima del segundo tercil de la puntuación total en el cuestionario, y como grupo inferior los que se sitúan debajo del primer tercil. Los resultados (tabla 6) muestran que la mayoría de los ítems tienen una fuerte discriminación (valor $p < 0,0001$). Se exceptúa el ítem 2, con sus diferentes apartados, cuyas tareas solo requerían un nivel de lectura L1 o L2, lo que resultó muy sencillo y fue resuelto por la mayor parte de los participantes.

Además, se calculó el coeficiente de fiabilidad alfa de Cronbach, para el que se obtuvo el valor 0,787, que es razonable, teniendo en consideración que se evalúan conocimientos complejos que no son unidimensionales (Kaplan y Saccuzzo, 2017).

Tabla 6.
Discriminación de los ítems

Ítem	Nivel lectura	Tipo de tabla	Grupo 1		Grupo 2		Valor t	Valor p
			Media	E. típico	Media	E típico		
1.a	L1	Frecuencias ordinarias	0,21	0,064	0,70	0,071	-5,059	0,000**
1.b	L2		0,00	0,000	0,33	0,072	-4,503	0,000**
2.a	L1		0,90	0,046	0,98	0,023	-1,400	0,167
2.b	L1		0,95	0,033	1,00	0,000	-1,432	0,160
2.c	L2		0,93	0,040	1,00	0,040	-1,776	0,083
2.d	L2		0,83	0,058	0,95	0,032	-1,803	0,076
2.e	L2		0,62	0,076	0,91	0,045	-3,268	0,002**
3.a	L2		0,48	0,078	1,00	0,000	-6,716	0,000**
3.b	L4		0,12	0,051	0,72	0,069	-7,021	0,000**
3.c	L4		0,05	0,033	0,53	0,077	-5,812	0,000**
4.a	L2	Frecuencias acumuladas	0,00	0,000	0,30	0,071	-4,266	0,000**
4.b	L2		0,10	0,046	0,51	0,077	-4,641	0,000**
4.c	L2		0,00	0,000	0,26	0,067	-3,800	0,000**
5.a	L3	Frecuencias ordinarias	0,10	0,046	0,40	0,075	-3,400	0,001**
5.b	L3		0,00	0,000	0,37	0,075	-4,989	0,000**
6.a	L2	Doble entrada, frecuencias ordinarias	0,31	0,072	0,67	0,072	-3,571	0,001**
6.b	L2		0,67	0,074	0,95	0,032	-3,564	0,001**
6.c	L2		0,67	0,074	0,93	0,039	-3,158	0,002**
7	L4	Datos	0,07	0,040	0,79	0,063	-9,648	0,000**
8.a	L4	Frecuencias absolutas, acumuladas e intervalos	0,00	0,000	0,44	0,077	-5,766	0,000**
8.b	L4		0,00	0,000	0,28	0,069	-4,032	0,000**
8.c	L4		0,00	0,000	0,30	0,071	-4,266	0,000**
9	L2	Doble entrada con datos agrupados en intervalos	0,00	0,000	0,60	0,075	-8,015	0,000**

Efecto de las variables del cuestionario

Se estudió también el efecto de las variables sobre la dificultad de las tareas propuestas. En la tabla 7 se presenta la dificultad media (y su desviación típica) de las tareas que comparten el mismo tipo de tabla o el mismo tipo de frecuencias. Se observa que, paradójicamente, las tablas de doble entrada fueron más sencillas que la tabla de datos, pues la proporción media de aciertos (dificultad media) es mayor que en las tablas de datos o tablas de distribución de una variable. Esto se explicaría porque desde la primaria se trabaja la lectura y construcción de tablas de doble entrada, además de que en dichas tablas solo se representaron frecuencias absolutas. Asimismo, las frecuencias absolutas presentan un menor índice de dificultad que las frecuencias relativas, acumuladas y de intervalos de clase, que resultaron más difíciles, como era de esperar, al ser objetos matemáticos más complejos.

Tabla 7.
Comparación por tipo de tabla y objeto representado

<i>Tipo de tabla</i>	<i>Dificultad media</i>	<i>D. típica</i>	<i>Objeto matemático representado</i>	<i>Dificultad media</i>	<i>D. típica</i>
Datos	0,3854	0,33317	Frecuencias absolutas	0,68	0,17
Distribución de una variable	0,4565	0,15579	Frecuencias relativas	0,17	0,28
Doble entrada	0,6211	0,27347	Frecuencias acumuladas	0,10	0,29
			Intervalos de clase	0,17	0,26

Por otra parte, en la tabla 8 se aprecia que el tipo de tarea más sencillo fue la lectura de la tabla junto a la traducción de gráfico a tabla, mientras que lo más difícil consistió en completar la tabla, traducir de verbal a tabla o listado a tabla y argumentar.

Respecto al nivel de lectura, los niveles L3 y L4 son mucho más difíciles, coincidiendo con Gabucio et al. (2010), donde el índice de dificultad de los ítems que requerían de L4 alcanzó de media un 87 %, mientras que aquellos ítems que requerían de L3 tuvieron un índice de dificultad media de 53 %, 59,5 % y 71 %.

Tabla 8.
Índices medios de dificultad, según tipo de tarea

<i>Tipo de tarea</i>	<i>Dificultad Media</i>	<i>D. típica</i>	<i>Nivel de lectura</i>	<i>Dificultad media</i>	<i>D. típica</i>
Leer	0,63	0,14	L1	0,96	0,15
Traducir de verbal a tabla	0,28	0,45	L2	0,52	0,17
Traducir de listado a tabla	0,32	0,36	L3	0,18	0,34
Traducir de gráfico a tabla	0,71	0,29	L4	0,26	0,25
Argumentar	0,31	0,27			
Completar tabla	0,16	0,28			

Los resultados fueron contrastados en el análisis de varianza de medidas repetidas que se realizó independientemente para cada variable tomándola como factor entre sujetos. Al hacer la prueba de esfericidad de Maucly se tuvo que rechazar dicha esfericidad. Por tanto, se ha utilizado para estudiar la significatividad de uno de los contrastes permitidos en este caso, en concreto la lambda de Wilks. En la tabla 9 se presentan los resultados para cada uno de los análisis realizados, que fueron estadísticamente muy significativos en todos los casos, lo que confirma la importancia de cada una de las variables incluidas en el diseño del cuestionario.

Tabla 9.
Resultados del análisis de varianza de medidas repetidas para cada una de las variables utilizando la prueba lambda de Wilks

<i>Variables</i>	<i>Valor</i>	<i>F</i>	<i>GL de hipótesis</i>	<i>GL de error</i>	<i>Sig.</i>
Tipo de tarea	0,151	138,101	5,000	123,000	0,000
Nivel de lectura	0,120	305,469 ^b	3,000	125,000	0,000
Tipo de tabla	0,645	34,687 ^b	2,000	126,000	0,000
Tipo de objeto matemático	0,098	383,601 ^b	3,000	125,000	0,000

^b Estadístico exacto

Conflictos semióticos y niveles de lectura alcanzados

El análisis cuantitativo se completó con un análisis de contenido (Andréu, 2011) para identificar los principales conflictos semióticos y los niveles de lectura alcanzados por los estudiantes en las tareas propuestas. Los principales conflictos semióticos se describen a continuación.

Conflictos conceptuales

C1. Confundir tipos de frecuencias. Se observaron en la construcción de tablas y se clasifican en:

- *C1.1. Confundir frecuencias absolutas y relativas.* Aparece en los ítems 1 (traducir de listado a tabla) y 2 (interpretar una tabla), y consiste en obtener frecuencias relativas en lugar de absolutas.
- *C1.2. Confundir frecuencias relativas y acumuladas.* En el ítem 1, algunos estudiantes, en lugar de registrar la frecuencia relativa de cada modalidad, calculan las acumuladas al igual que en Álvarez et al. (2020) (figura 1).

Insecto	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
hormiga	8	8
mariposa	2	10
abeja	2	12
Mosquito	4	16
Total	16	46

Fig. 1. Ejemplo de conflicto semiótico conceptual C1.2 en ítem 1

- *C1.3. Confundir frecuencias absolutas y acumuladas.* Advertido por Álvarez et al. (2020), se presentó en el ítem 4 (completar frecuencias absolutas y acumuladas) (figura 2).

Alojamiento de huéspedes		
Alojamiento en días	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada
1	28	28
2	50	50
3	23	23
4	20	20
5	15	25

Fig. 2. Ejemplo de conflicto semiótico conceptual C1.5 en ítem 4

C2. Confundir la frecuencia con el valor de la variable. Este conflicto, identificado por Mayén et al. (2009), se manifiesta en los ítems 2 y 4 cuando se comparan los valores de la variable en lugar de hacerlo con las frecuencias absolutas. Por ejemplo, en el ítem 2.c (*¿cuál es el sabor de yogurt que prefiere la mayoría de los niños?*), el estudiante E157 responde «8» indicando la frecuencia en lugar de la modalidad de la variable.

Conflictos procedimentales

- P1. *Confunden o clasifican incorrectamente los valores.* Se presentó en el ítem 1, en el que se registran incorrectamente las frecuencias absolutas, de modo que se alteran el total y las frecuencias relativas de cada modalidad.
- P2. *Conflicto al calcular la frecuencia relativa.* Aparece en el ítem 1 y se diferencian dos tipos:
 - P2.1. *Invierte numerador y denominador.* Como en la figura 3 (izquierda), evidencia una confusión con la definición de la frecuencia relativa y en la comprensión de la relación parte-todo (Álvarez et al., 2020).
 - P2.2. *Divide por una potencia de 10.* Por ejemplo, en la figura 3 (derecha) en lugar de dividir por el total de la muestra se divide por 10.

Insecto	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
hormiga	8	$\frac{16:8=2}{2}$
mariposa	2	$\frac{16:2=8}{8}$
abeja	2	$\frac{16:2=8}{8}$
Mosquita	4	$\frac{16:4=4}{4}$
Total	16	

Invierte numerador y denominador
Conflicto procedimental P2.1

Insecto	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
hormiga	8	0,8
mariposa	2	0,2
abeja	2	0,2
mosquito	4	0,4
Total	16	0,16

Divide por una potencia de 10
Conflicto procedimental P2.2

Fig. 3. Ejemplos de conflictos semióticos procedimentales en ítem 1

- P3. *Conflicto en el cálculo de totales.* Pocos estudiantes calculan los totales, a pesar de registrar correctamente los valores de las frecuencias en las tablas, mientras que otros confunden el total de la muestra y el número de modalidades de la variable. Dicho conflicto se presentó en los ítems 1, 2, 6 y 9.
- P4. *Conflicto al comparar frecuencias.* Se detectó en el ítem 2.e (¿cuántos niños más prefieren el yogurt de vainilla que el de piña?), en el que los estudiantes, en lugar de comparar los valores de las frecuencias, las suman. Por ejemplo, E129 responde: «8 porque $2 + 6 = 8$ », sumando los valores de las frecuencias de las modalidades indicadas.
- P5. *Conflicto al calcular las frecuencias acumuladas.* Se presenta en el ítem 4 (completar frecuencias acumuladas), a partir de tablas donde un valor incorrecto de la frecuencia altera el resultado de la suma. Otros estudiantes confunden la frecuencia acumulada con el producto del valor de la variable por la frecuencia absoluta.
- P6. *Cálculo incorrecto de frecuencias dobles.* Cuando en el ítem 9 (traducir de verbal a tabla de doble entrada) se determinan incorrectamente los valores de las frecuencias dobles.

Conflictos notacionales

- N1. *No alcanza el nivel mínimo de lectura de los datos.* Se manifestó en los ítems 2, 3 y 6 cuando la respuesta entregada no se ajusta a la pregunta, lo que evidencia la falta de capacidad para interpretar la información. Por ejemplo, en el ítem 3 (figura 4) se copian de forma explícita los iconos del pictograma en la tabla.

Deportes preferidos por un grupo de estudiantes				
Deporte	Gimnasia	Fútbol	Básquetbol	Tenis
Cantidad de estudiantes	✓✓✓	✓✓✓✓✓	✓✓✓✓	✓

Fig. 4. Ejemplo de conflicto semiótico notacional N1 en ítem 3

- N2. Interpretación incorrecta de la pregunta. Se presentó en los ítems 2 y 4 y ha sido detectado en otras investigaciones (Díaz-Levicoy et al., 2020). Un ejemplo se encuentra en el apartado 2.d (¿a cuántos niños en total se preguntó por su sabor de yogurt preferido?), donde E87 responde: «8 niños», señalando la frecuencia de la moda en lugar del total.
- N3. Interpretación incorrecta del icono en el pictograma. Se presentó en el ítem 3, al igual que Díaz-Levicoy (2018), y consiste en interpretar incorrectamente el valor de cada icono (dos unidades). En algunos casos, el icono es reemplazado por una unidad y, en otros, se interpreta como parte de la frecuencia de alguna modalidad de la variable.
- N4. Interpreta incorrectamente las etiquetas de las modalidades de las variables. Por ejemplo, en el ítem 6 (traducir de gráfico a tabla de doble entrada) se confunden las modalidades mujer y hombre.
- N5. Traducción incorrecta del lenguaje verbal. En el ítem 9, se registró incorrectamente los valores en la tabla (frecuencias dobles o totales marginales respecto a la columna) descritos verbalmente en la situación problema.

Tabla 10.
Porcentaje de conflictos semióticos identificados en los ítems

Conflictos semióticos	Ítems					
	1	2	3	4	6	9
<i>Conceptuales</i>						
C1. Confusión de tipos de frecuencias						
C1.1. Absolutas y relativas	7,8	6,3				
C1.2. Relativas y acumuladas	3,9					
C1.3. Absolutas y acumuladas				55,5		
C2. Confundir frecuencia y valor de la variable				12,5		
<i>Procedimentales</i>						
P1. Clasifica incorrectamente los valores	19,5					
P2. Conflicto de cálculo de frecuencia relativa						
P2.1. Invierte numerador y denominador	6,3					
P2.2. Divide por potencias de 10	8,6					
P3. Conflicto en el cálculo de totales	96,1	5,5			43,8	48,4
P4. Conflicto al comparar frecuencias		11,7				
P5. Conflicto cálculo de frecuencia acumulada				39,1		
P6. Cálculo incorrecto de frecuencias dobles						35,9
<i>Notacionales</i>						
N1. No alcanza una lectura mínima		2,4	1,6		4,7	
N2. Incomprensión de la pregunta		2,4		3,1		
N3. Inadecuada interpretación del icono			25,1			
N4. Inadecuada interpretación de etiquetas					10,9	
N5. Traducción incorrecta de verbal a tabla						32,0

En la tabla 10 se resumen los diversos conflictos semióticos, con lo que se nota que el conflicto procedimental P3 (cálculo de totales) es frecuente, especialmente en el ítem 1, y se podría explicar por el desconocimiento de los diversos tipos de frecuencias representados en la tabla, o las dificultades en el algoritmo de la suma (Álvarez et al., 2020). El conflicto conceptual C1.3 (confundir frecuencias absolutas y acumuladas) se presentó en el ítem 4 alcanzando un porcentaje considerable. El conflicto notacional N5 tiene una importante presencia en el ítem 9, y podría deberse a que la traducción de verbal a tabla requiere una mayor demanda cognitiva que involucra procesos de segmentación e identificación de la información para representarla en una tabla, lo que produce un quiebre en la organización lineal que distingue a los textos escritos (Martí, 2009).

Niveles de lectura

Algunos ítems planteaban diversas cuestiones, con creciente complejidad, sobre la información expuesta en la tabla. Para analizar las respuestas a estas cuestiones se utilizaron los niveles de lectura propuestos por Friel et al. (2001), para las que se obtuvieron los siguientes resultados:

- *L0. No leen los datos.* Alumnos que no responden o tienen una limitada interpretación de la información (Díaz-Levicoy, 2018). Así, en el ítem 3.b (*María dice que el deporte favorito fue el fútbol porque 5 estudiantes lo prefieren. ¿Tiene razón María?*) E99 indica: «no, porque no sabe la cantidad de estudiantes que prefieren otro deporte», ignorando los datos proporcionados. Otros estudiantes interpretan la afirmación desde una perspectiva personal (Sharma, 2013), como E183, quien en el ítem 3.c (*de acuerdo a los datos, se podría hablar de que a los estudiantes no les gusta el tenis. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación?*) señala: «no, porque el tenis también es divertido y es un deporte chulo».
- *L1. Leer los datos.* La respuesta denota una lectura literal de la información proporcionada. Algunos estudiantes en el ítem 3 interpretan cada icono del pictograma como una unidad. Por ejemplo, en el apartado 3.b, el estudiante E86 indica: «sí, porque lo votaron 5 estudiantes», mientras que en el apartado 3.c, E42 afirma: «sí, porque solo le gusta a 1».
- *L2. Leer dentro de los datos.* Aunque se aprecia una correcta lectura de la información, la justificación es insuficiente o incompleta. Así, en el ítem 3.b, E2 indica: «no, porque cada marca son 2 estudiantes, así que no puede ser impar». Lo mismo ocurre en el apartado 3.c, donde E23 señala: «no estoy de acuerdo, si les gusta, a la minoría de los estudiantes», sin considerar que la información entregada impide establecer la cantidad de estudiantes a los que les gusta el tenis.
- *L3. Leer más allá de los datos.* Este nivel se requiere solo en el ítem 5 (argumentar y predecir valores). Por ejemplo, en el apartado 5.a (*¿cuántas veces piensas que salió el 10?*) se debe considerar, junto con la tendencia de los datos, que la suma de las frecuencias absolutas es 1.000, como lo hace E12: «95, porque si sumamos todos los números da 805 y restamos 1.000 – 85 da 195, así el 10 sale 95». En el apartado 5.b (*si se aumentan las extracciones a 10.000 ¿cuántas veces piensas que saldría aproximadamente cada ficha?*), se evidencia una extrapolación de los datos al incrementar a 10.000 la cantidad de extracciones de la urna, como E30, quien señala: «aproximadamente 1.000, porque si divido 10.000 entre 10 pues sale 1.000».
- *L4. Leer detrás de los datos.* Este nivel de lectura se presenta en los ítems 3, 7 y 8 y se alcanza cuando además de realizar una correcta lectura se cuestiona la información (Shaughnessy, 2007). En el ítem 3.b alcanzan este nivel las respuestas que manifiestan desacuerdo con la aseveración, como señala E3: «tiene razón en que el fútbol fue el deporte favorito, pero con una cantidad de 10 estudiantes, no 5, ya que cada marca son 2 estudiantes».

La tabla 11 resume los niveles de lectura alcanzados en los ítems, en que los ítems 3, 7 y 8 alcanzan un nivel L4, a diferencia del ítem 5 que solo requiere un nivel L3. Se aprecia que en los ítems 5 (argumentar y predecir valores) y 8 (interpretar datos agrupados en intervalos) la mayor parte del alumnado no alcanza un nivel mínimo de lectura, lo que coincide con Gabucio et al. (2010), donde la inferencia de los datos o cuestionar la información son más difíciles para los estudiantes. El nivel *leer dentro de los datos* (L2) se alcanza con mayor frecuencia en los ítems 3 y 7, vinculados con la argumentación a partir de los datos presentados en tablas. El nivel *leer detrás de los datos* (L4) alcanza su mayor frecuencia en el ítem 3.b, pero su presencia es escasa en los demás ítems que requieren dicho nivel de lectura.

Tabla 11.
Porcentaje de niveles de lectura alcanzados en los ítems

Nivel de lectura	Ítem 3.b	Ítem 3.c	Ítem 5.a	Ítem 5.b	Ítem 7	Ítem 8.a	Ítem 8.b	Ítem 8.c
L0	10,9	11,7	71,9	76,6	40,6	67,2	68,0	72,7
L1	10,9	11,7	5,5	8,6	1,6	8,6	18,0	5,5
L2	39,1	65,6	17,2	4,7	55,5	8,6	3,9	10,2
L3	NA	NA	5,5	10,2	NA	NA	NA	NA
L4	39,1	10,9	NA	NA	2,3	15,6	10,2	11,7

NA: No aplica

DISCUSIÓN Y CONSIDERACIONES FINALES

En contraste con otros instrumentos dirigidos a la educación secundaria en el contexto español (Gabucio et al., 2010), nuestro cuestionario considera diferentes variables, como el tipo de tabla, los objetos matemáticos representados, el tipo de tarea pedida a los estudiantes y el nivel requerido para resolver dicha tarea.

Sobre los tipos de tablas estadísticas (Lahanier-Reuter, 2003), cada una de ellas supone una complejidad semiótica distinta (Pallauta, Arteaga et al., 2021) porque involucran diversos objetos matemáticos. Así, en la tabla de datos aparece tan solo la variable estadística y sus valores, en la tabla de distribución de una variable se presentan los diferentes tipos de frecuencias y la distribución, mientras que en las tablas de contingencia surgen las frecuencias dobles, marginales, condicionadas y la asociación.

Asimismo, el instrumento incorpora una variedad de tareas posibles para realizar con las tablas, junto con el nivel de lectura requerido por parte del estudiante (Friel et al., 2001). A diferencia de otros trabajos (Jiménez-Díaz et al., 2022), el cuestionario aportado está basado en el currículo y el contexto español, y cruza las anteriores variables para poder evaluar su efecto en las respuestas de los estudiantes.

Los resultados con una muestra de estudiantes de 3.º de la ESO incluyen información sobre la dificultad de las preguntas, que abarca una gama de valores. Los ítems muy difíciles consistieron en el cálculo de frecuencias relativas y acumuladas, la lectura de frecuencias acumuladas y la lectura crítica, el análisis de tendencias y la traducción de lenguaje verbal a tabla de doble entrada. Las actividades más sencillas fueron la lectura literal directa e inversa, la comparación de frecuencias, la traducción de un pictograma a tabla y la lectura de frecuencias marginales y condicionales.

Los principales conflictos semióticos (Godino, 2002; Godino et al., 2019) detectados incluyen la confusión entre diferentes tipos de frecuencias e incluso entre estas y el valor de la variable, la clasificación incorrecta de valores o el cálculo de frecuencias relativas y totales. Se refuerzan los conflictos detectados en estudios anteriores (Álvarez et al., 2020; Díaz-Levicoy, 2018; Díaz-Levicoy et al., 2020;

Mayén et al., 2009), y además se identifican nuevos conflictos semióticos (C1.1, P1, P2.2, P3, P4, P5, N1, N4 y N5).

En cuanto a la interpretación de la información expuesta en la tabla, un reducido porcentaje de estudiantes alcanza niveles más sofisticados de lectura (L3 o L4) (Friel et al., 2001). Esto se podría explicar porque en los libros de texto la mayor parte de las tareas se centran en la interpretación de información explícita de la tabla o requiere la realización de cálculos con los datos (Pallauta, Gea et al., 2021), procedimientos asociados a los niveles más básicos de lectura (L1 o L2). Estas dificultades en los niveles de lectura confirman los obtenidos por Díaz-Levicoy (2018) en la lectura de gráficos estadísticos.

Adicionalmente, se justificó la validez de contenido y del factor discriminante, así como la fiabilidad del cuestionario, analizándose también el efecto de las variables del cuestionario.

El cuestionario aportado en este trabajo es un instrumento útil, que permite al profesor de secundaria conocer y evaluar las posibles dificultades de sus estudiantes con las tablas estadísticas, como primer paso para diseñar procesos de instrucción que aborden esta temática. Dada la escasez de investigaciones que aborden esta temática en profundidad, el cuestionario puede ser un aporte beneficioso al campo de la investigación, en la realización de estudios comparativos con otras muestras de estudiantes.

AGRADECIMIENTOS

Esta publicación es parte del proyecto de I+D+i PID2019-105601GB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033, grupo de investigación FQM126 (Junta de Andalucía) y beca ANID folio: 72190280.

REFERENCIAS

- Álvarez, I., Guerrero, Y. y Torres, Y. (2020). Taxonomía de errores y dificultades en la construcción e interpretación de tablas de frecuencia. *Zetetiké*, 28, e020012.
<https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8656553>
- Andréu, J. (2011). *Las técnicas de análisis de contenido: una revisión actualizada*. Fundación Centro de Estudios Andaluces.
- Barbero, M. I., Vila, E. y Holgado, F.P. (2015). *Psicometría*. Sanz y Torres.
- Castellaro, M. y Roselli, N. (2020). Comprensión individual y diádica de tablas de frecuencias en alumnos de escolaridad primaria. *Pensamiento Psicológico*, 18(1), 57-70.
<https://doi.org/10.11144/Javerianacali.PPSI18-1.cidt>
- Díaz-Levicoy, D. (2018). *Comprensión de gráficos estadísticos por alumnos chilenos de educación primaria* [Tesis doctoral]. Universidad de Granada.
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R., Arteaga, P. y López-Martín, M. del M. (2020). Conocimiento sobre tablas estadísticas por estudiantes chilenos de tercer año de educación primaria. *Educación Matemática*, 32(2), 247-277.
<https://doi.org/10.24844/EM3202.10>
- Duval, R. (2003). Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité? *Spirale*, 32(32), 7-31.
<https://doi.org/10.3406/spira.2003.1377>

- Eignor, D. R. (2013). The standards for educational and psychological testing. En K. F. Geisinger, B. A. Bracken, J. F. Carlson, J.-I. C. Hansen, N. R. Kuncel, S. P. Reise y M. C. Rodríguez (Eds.), *APA handbook of testing and assessment in psychology* (Vol. 1, pp. 245-250). American Psychological Association.
<https://doi.org/10.1037/14047-013>
- Engel, J. (2017). Statistical literacy for active citizenship: a call for data science education. *Statistics Education Research Journal*, 16(1), 44-49.
<https://doi.org/10.52041/serj.v16i1.213>
- Estrella, S. y Estrella, P. (2020). Representaciones de datos en estadística: De listas a tablas. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(1), 21-34. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i1.20>
- Estrella, S., Mena-Lorca, A. y Olfos-Ayarza, R. (2017). Naturaleza del objeto matemático «Tabla». *Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación*, 10(20), 105.
<https://doi.org/10.11144/Javeriana.m10-20.nomt>
- Feinberg, R. A. y Wainer, H. (2011). Extracting sunbeams from cucumbers. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 20(4), 793-810.
<https://doi.org/10.1198/jcgs.2011.204a>
- Friel, S. N., Curcio, F. R. y Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124.
<https://doi.org/10.2307/749671>
- Gabucio, F., Martí, E., Enfedaque, J., Gilabert, S. y Konstantinidou, A. (2010). Niveles de comprensión de las tablas en alumnos de primaria y secundaria. *Cultura y Educación*, 22(2), 183-197.
<https://doi.org/10.1174/113564010791304528>
- Gea, M. M., Pallauta, J. D., Batanero, C. y Valenzuela-Ruiz, S. M. (2022). Statistical tables in Spanish primary school textbooks. *Mathematics*, 10(15), 2809.
<https://doi.org/10.3390/math10152809>
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43.
- Godino, J. D., Burgos, M. y Gea, M. M. (2022). The onto-semiotic approach in mathematics education. Analysing objects and meanings in mathematical practice. En Y. Chevallard, B. Barquero, M. Bosch, I. Florensa, J. Gascón, P. Nicolás y N. Ruiz-Monzón (Eds.), *Advances in the anthropological theory of the didactic* (pp. 51-60). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-76791-4_5
- Hernández-Baeza, A., Muñiz, J. y García, E. (2000). Comportamiento del modelo de respuesta graduada en función del número de categorías de la escala. *Psicothema*, 12(2), 288-291.
- Jiménez-Díaz, R., Díaz-Levicoy, D. y Salcedo, A. (2022). Diseño y validación un cuestionario para evaluar la comprensión de tablas estadísticas para estudiantes de octavo año de enseñanza básica. *Tangram*, 5(1), 110-135.
<https://doi.org/10.30612/tangram.v5i1.15465>
- Johannssen, A., Chukhrova, N., Schmal, F. y Stabenow, K. (2021). Statistical literacy. Misuse of statistics and its consequences. *Journal of Statistics and Data Science Education*, 29(1), 54-62.
<https://doi.org/10.1080/10691898.2020.1860727>
- Kaplan, R. y Saccuzzo, D. (2017). *Psychological testing: Principles, applications, and issues* (9.ª ed.). CENGAGE Learning.

- Lahanier-Reuter, D. (2003). Différents types de tableaux dans l'enseignement des statistiques. *Spirale*, 32(32), 143-154.
<https://doi.org/10.3406/spira.2003.1386>
- Martí, E. (2009). Tables as cognitive tools in primary education. En C. Andersen, N. Scheuer, M. P. Pérez Echeverría y E. Teubal (Eds.), *Representational systems and practices as learning tools* (pp. 133-148). Sense.
<https://doi.org/10.1163/9789087905286>
- Martí, E., García-Mila, M., Gabucio, F. y Konstantinidou, K. (2011). The construction of a double-entry table: a study of primary and secondary school students' difficulties. *European Journal of Psychology of Education*, 26(2), 215-234.
<https://doi.org/10.1007/s10212-010-0046-1>
- Martínez, M., Hernández, M. y Hernández, M. (2014). *Psicometría*. Alianza Editorial.
- Mayén, S., Díaz, C. y Batanero, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. *Statistics Education Research Journal*, 8(2), 74-93.
<https://doi.org/10.52041/serj.v8i2.396>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la educación primaria*. MECD.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. MECD.
- Ministerio de Educación y Formación profesional, MEFP (2022a). *Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*. MEFP.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional, MEFP (2022b). *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. MEFP.
- Muñiz, J. y Fonseca-Pedrero, E. (2019). Diez pasos para la construcción de un test. *Psicothema*, 31(1), 7-16.
<https://doi.org/10.7334/psicothema2018.291>
- Pallauta, J., Arteaga, P., Begué, N. y Gea, M. (2021). Análisis de la complejidad semiótica y el contexto de las tablas estadísticas en los libros de texto españoles de secundaria. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(4), 193-220.
<https://doi.org/10.23925/983-3156.2021v23i4p193-220>
- Pallauta, J., Arteaga, P., Gea Serrano, M. y Begué, N. (2022). Understanding statistical tables: A survey of research. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 38(2), 108-129.
- Pallauta, J. D., Gea, M. M., Batanero, C. y Arteaga, P. (2021). Significado de la tabla estadística en libros de texto españoles de educación secundaria. *Bolema*, 35(71), 1803-1824.
<https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a26>
- Pallauta, J., Gea, M., Batanero, C. y Arteaga, P. (2023). Algebraization levels of activities linked to statistical tables in Spanish secondary textbooks. En G. Burrill, L. Oliveira Souza y E. Reston (Eds.), *Data and statistical thinking: An international perspective* (pp. 317-339). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_23
- Rodríguez-Muñiz, L. J., Muñiz-Rodríguez, L., Vásquez, C. y Alsina, Á. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y de datos en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Secundaria. *Números*, 104, 217-238.

- Sharma, S. V. (2006). High school students interpreting tables and graphs: Implications for research. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(2), 241-268.
<https://doi.org/10.1007/s10763-005-9005-8>
- Sharma, S. (2013). Assessing students' understanding of tables and graphs: Implications for teaching and research. *International Journal of Educational Research and Technology*, 4(4), 61-69.
- Sharma, S. (2017). Definitions and models of statistical literacy: a literature review. *Open Review of Educational Research*, 4(1), 118-133.
<https://doi.org/10.1080/23265507.2017.1354313>
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957-1010). Information Age y NCTM.
- Vásquez, C., Alsina, Á., Pincheira, N., Gea, M. M. y Chandia, E. (2020). Construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(2), 25-43.
<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2820>

ANEXO

CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN DE LA COMPRENSIÓN DE TABLAS ESTADÍSTICAS

Ítem 1. A Claudia le gustan mucho los insectos y una mañana realizó un listado con los insectos que pudo observar en su jardín:

hormiga-mariposa-hormiga-abeja-hormiga-hormiga-mosquito-mosquito-abeja-mosquito-mariposa-hormiga-hormiga-mosquito-hormiga-hormiga

a) Completa la tabla con los datos registrados por Claudia

<i>Insecto</i>	<i>Frecuencia absoluta</i>	<i>Frecuencia relativa</i>
Total		

Ítem 2. A un grupo de niños se les consultó cuál era el sabor de yogurt preferido, **solo podían elegir un sabor**. En la tabla adjunta se registran sus preferencias.

<i>Sabor</i>	<i>Número de niños</i>
Fresa	8
Vainilla	6
Melocotón	4
Coco	4
Piña	2

Responde las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuántos niños prefieren el yogurt coco?
- b) ¿Cuál es el sabor que prefieren exactamente 6 niños?
- c) ¿Cuál es el sabor de yogurt que prefiere la mayoría de los niños?
- d) ¿A cuántos niños en total se preguntó por su sabor de yogurt preferido?
- e) ¿Cuántos niños más prefieren el yogurt de vainilla que el de piña?

Ítem 3. Se le consultó a un grupo de estudiantes cuál era su deporte favorito, sus respuestas se representan en el siguiente pictograma.



a) Representa esta información en la siguiente tabla

<i>Deportes preferidos por un grupo de estudiantes</i>				
<i>Deporte</i>	<i>Gimnasia</i>	<i>Fútbol</i>	<i>Básquetbol</i>	<i>Tenis</i>
Número de estudiantes				

Responde las siguientes preguntas:

- b) María dice que el deporte favorito fue el fútbol porque 5 estudiantes lo prefieren. ¿Tiene razón María? ¿Por qué?
- c) De acuerdo con los datos, se podría hablar de que a los estudiantes no les gusta el tenis. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?

Ítem 4. En un hotel se registraron los días de alojamiento de los huéspedes.

a) Completa la tabla con las frecuencias indicadas.

<i>Estancia de huéspedes en una semana</i>		
<i>Estadía en días</i>	<i>Frecuencia absoluta</i>	<i>Frecuencia acumulada</i>
1	28	28
2		50
3	23	
4	20	
5	15	

Responde las siguientes preguntas:

- b) ¿Cuántos días se alojan la mayoría de los huéspedes?
- c) ¿Cuántos huéspedes se quedan 4 días o menos?

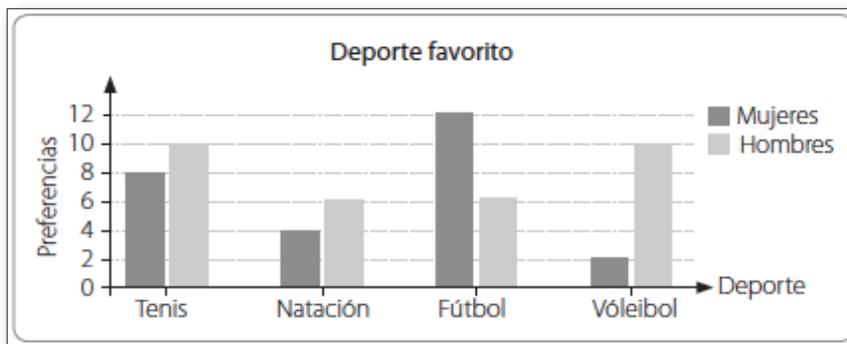
Ítem 5. En la siguiente tabla se registraron los resultados al extraer 1.000 veces una ficha desde una urna con 10 fichas numeradas desde el 1 al 10, pero olvidaron completar las dos últimas columnas.

1000 extracciones										
Número de la ficha obtenida										
Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia absoluta	98	106	96	97	98	110	102	98		
Frecuencia relativa	0,098	0,106	0,096	0,097	0,098	0,110	0,102	0,098		

Responde las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuántas veces piensas que salió el 10? Justifica tu respuesta.
- b) Si se aumentan las extracciones a 10.000 ¿cuántas veces piensas que saldría aproximadamente cada ficha? Justifica tu respuesta.

Ítem 6. El siguiente gráfico de barras muestra la cantidad de hombres y mujeres que practican determinados deportes en un centro deportivo de la ciudad.



- a) Representa la información en la tabla adjunta

Cantidad de hombres y mujeres que practican diferentes deportes					
	Tenis	Natación	Fútbol	Voleibol	Total
Mujeres					
Hombres					
Total					

Responde las siguientes preguntas:

- b) ¿Cuál es el deporte que menos se practica? ¿Por qué?
- c) ¿Cuál es el deporte que más practican las mujeres?

Ítem 7. Al medir la altura en centímetros que pueden saltar un grupo de niñas, antes y después de haber efectuado un cierto entrenamiento deportivo, se obtuvieron los siguientes valores:

<i>Altura saltada en cm.</i>										
Estudiante	Ana	Bea	Carol	Diana	Elena	Fanny	Gía	Hilda	Inés	Juana
Antes del entrenamiento	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
Después del entrenamiento	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117

Responde

- a) ¿Piensas que el entrenamiento es efectivo? Justifica tu respuesta.

Ítem 8. Se realiza un estudio sobre el tiempo que tarda en hacer efecto un medicamento a un grupo de hombres. La siguiente tabla muestra los tiempos.

<i>Tiempo de demora en un grupo de hombres</i>		
<i>Tiempo (min.)</i>	<i>Frecuencia absoluta</i>	<i>Frecuencia acumulada</i>
[0, 15[3	3
[15, 30[12	15
[30, 45[18	33
[45, 60[20	53

Responde las siguientes preguntas:

- a) Hay 20 hombres que reaccionan al medicamento en menos de 60 minutos ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?
- b) Hay 38 hombres que reaccionan al medicamento en 30 minutos o más ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?
- c) ¿Te parece que el medicamento tiene un efecto rápido o lento? ¿Por qué?

Ítem 9. El profesor de matemáticas de quinto de Educación Primaria preguntó a sus 100 estudiantes cuántas horas de estudio dedicaron para preparar el examen. Quiso saber si estudiaron menos de 5 horas, entre 5 y 10 horas o más de 10 horas. De entre los 53 estudiantes que estudiaron más de 10 horas, 2 suspendieron; de entre los estudiantes que estudiaron entre 5 y 10 horas, 15 aprobaron; mientras que, de los 25 estudiantes que estudiaron menos de 5 horas, solo 5 aprobaron.

- a) Completa la siguiente tabla de doble entrada con la información del problema.

				<i>Total</i>
Aprueban				
Suspenden				
Total				100

A Tool to Assess the Understanding of Statistical Tables in Secondary Education

Jocelyn D. Pallauta

Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile

jocelyn.diaz@ulagos.cl

Carmen Batanero

Facultad de Ciencias de la Educación, Grupo FQM126, Universidad de Granada, Granada, España

batanero@ugr.es

María Magdalena Gea

Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada,

Granada, España

mmgea@ugr.es

Statistical tables are important tools for summarizing and communicating information in both the media and science due to their cognitive flexibility. Therefore, the competence in its use is part of the literacy needed by every citizen to understand information and make decisions. The study of different types of statistical tables is considered in Secondary Education (ESO), but there are few assessment tools that include the different variables involved in their understanding. To fill this gap, we present an assessment questionnaire that considers the main variables and skills identified in research on statistical tables in textbooks and their understanding, as well as in curricular guidelines. The theoretical foundations of the study include the idea of *semiotic conflict* proposed by the onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction (OSA), the different types of statistical tables (data tables, one-variable distribution tables, and two-way tables), as well as the levels of reading statistical graphs and tables proposed by Friel et al.

The questionnaire is made of 9 items, each with one or more open-ended questions. Its construction followed a multi-stage process. First, we defined the variables identified in an analysis of statistical tables in the Spanish secondary school education curricular guidelines and textbooks. These variables were the type of table, the mathematical objects represented, the type of task proposed to the students and the level of reading required to solve the task. Secondly, we compiled an item bank with examples taken from textbooks and previous research. These items met the specifications of the above variables and were cross-checked to assess their effect on students' responses.

Next, we organized a process to validate the content of the questionnaire, where items were selected by expert judgement. Eleven experts participated in this process to evaluate three possible versions of each item, considering the variables in the design.

Finally, the questionnaire was administered to a convenience sample of 128 students in the 3rd grade of secondary school education (14-16 years old) who completed the questionnaire individually.

The quantitative analysis of the responses revealed that the most difficult items consisted of calculating relative and cumulative frequencies, reading cumulative frequencies, critical reading, trend analysis, and translation from verbal language to two-way tables. The easiest activities were direct and inverse literal reading, comparing frequencies, translating a pictogram into a table, and reading marginal and conditional frequencies. Discriminant analysis showed a strong discrimination in that most of the items had p-values that were smaller than 0.0001. In addition, the reliability of the whole questionnaire was measured by the Cronbach's alpha coefficient, $A = 0.787$.

The qualitative analysis of the responses served to identify the main semiotic conflicts, which consist in the confusion between different types of frequencies and between frequencies and variable values, the incorrect classification of values, and the calculation of relative and total frequencies. Regarding the interpretation of the information displayed in the table, only a small percentage of students reached more sophisticated reading levels (*reading beyond the data* and *reading behind the data*).

To conclude, the questionnaire can be a beneficial contribution for teachers in designing instructional processes that address the teaching of the topic and for researchers when conducting comparative studies with other samples of students.