



Tensiones al enseñar inferencia estadística en la formación inicial docente

Tensions in Teaching Statistical Inference in Pre-Service Teacher Education

Valentina Giaconi
*Instituto de Ciencias de la Educación,
Universidad de O'Higgins, Chile*
valentina.giaconi@uoh.cl

Francisco Rojas, Marco Catalán
*Departamento de Didáctica, Facultad de Educación,
Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile*
frojass@uc.cl, mncatalan@uc.cl

Helena Montenegro
*Centro de Modelamiento Matemático y UMI CNRS 2807,
Universidad de Chile, Chile*
helena.montenegro@uchile.cl

Flavio Guíñez
*Centro de Modelamiento Matemático y UMI CNRS 2807,
Universidad de Chile, Chile*
flavioguinez@uchile.cl

RESUMEN • Este estudio examina las tensiones que vivencia una formadora de profesores al enseñar inferencia estadística, tópico en el que se han reconocido diversas dificultades de enseñanza y aprendizaje en la formación inicial del profesorado de Matemática de secundaria. Para ello, se utilizó un enfoque cualitativo de naturaleza interpretativa, donde se analizaron las reflexiones de la formadora sobre la enseñanza de una unidad de inferencia estadística registradas por medio de bitácoras y reuniones de amistad crítica. El análisis permitió identificar tres grandes tensiones: una de ellas relacionada con la estadística como disciplina; la segunda, vinculada a su enseñanza; y la tercera, asociada con el aprendizaje de los estudiantes. Finalmente, se discuten posibles mejoras de los procesos formativos en la formación inicial del profesorado.

PALABRAS CLAVE: Formación de profesores; Inferencia estadística; Tensiones; Formador de profesores.

ABSTRACT • This study examines the tensions experienced by a mathematics teacher educator when teaching statistical inference, a topic where several teaching and learning difficulties have been recognized in pre-service training of secondary mathematics teachers. For this purpose, a qualitative approach of interpretative nature was used; the mathematics teacher educator's reflections on the teaching of statistical inference were analyzed using recorded logs and critical friendship meetings. The analysis identified three significant tensions: one related to statistics as a discipline; the second one linked to its teaching; and the third one associated with student learning. Finally, possible improvements to the formative processes in pre-service teacher education are discussed.

KEYWORDS: Teacher education; Statistical inference; Tensions; Teacher educator.

Recepción: diciembre 2021 • Aceptación: junio 2022 • Publicación: noviembre 2022

INTRODUCCIÓN

La formación en estadística y probabilidad ha adquirido gran relevancia en las últimas décadas debido al desarrollo de métodos estadísticos y su pertinencia para entender diversos fenómenos, entre ellos científicos y sociales (Batanero y Borovcnik, 2016). Dentro de esta área, la inferencia estadística es un aspecto fundamental que apunta al centro del trabajo estadístico: el hecho de obtener conclusiones sobre una población a partir de una muestra, distinguir lo sistemático del azar y comprender el proceso que genera los datos (Harradine et al., 2011; Peck et al., 2013; Wackerly et al., 2010). Esto se ha reflejado en distintas políticas educativas a lo largo del mundo, que incluyen este contenido en secundaria y bachillerato (Harradine et al., 2011). De hecho, a escala mundial, el currículum escolar ha dado importancia a esta área y en diversos lugares se está tratando de introducir la inferencia estadística de manera temprana, incluso en la educación primaria (Harradine et al., 2011; Manor y Ben-Zvi, 2017; Watson, 2008). Diversos autores reportan que la enseñanza y aprendizaje de la inferencia estadística es compleja y aparecen múltiples preconcepciones erradas y dificultades en la interpretación de conceptos centrales, como por ejemplo distribuciones muestrales y tipos de hipótesis (Castro-Sotos et al., 2007; Harradine et al., 2011).

Lo anterior muestra la necesidad de mirar cómo se está desarrollando la formación de profesores en inferencia estadística ya que, para poder enseñar de manera significativa en el aula escolar, se debe fortalecer su enseñanza en el aula universitaria. En efecto, diversos estudios han demostrado que la modalidad de enseñanza que adoptan los formadores influye directamente en el desempeño profesional de los profesores en formación (Ping et al., 2018), dado que juegan un rol fundamental en la construcción del conocimiento profesional inicial en la base de la enseñanza (Rojas y Deulofeu, 2015). Sin embargo, existe poca comprensión acerca del conocimiento disciplinar y pedagógico que requieren los formadores de profesores de Matemáticas para llevar a cabo su labor docente (Castro Superfine y Li, 2014), lo que es aún más crítico en el diseño y enseñanza de cursos de contenido disciplinar (Masिंगila y Olanoff, 2021). En relación con la enseñanza de la estadística inferencial, algunos autores señalan que en los programas de formación docente los estudiantes no se forman adecuadamente en este tema (Batanero et al., 2011), y los formadores señalan que es un verdadero desafío enseñar el ciclo de investigación estadística a futuros profesores (Heaton y Mickelson, 2002). En consecuencia, es fundamental que los formadores discutan y reflexionen las particularidades del contenido estadístico que se imparte, la experiencia que poseen para enseñar los distintos cursos, así como también las estrategias que contribuyen a una mejor enseñanza de los profesores en formación (Masिंगila y Olanoff, 2021).

Como una forma de contribuir a esta discusión, en este artículo se comparten los resultados de un estudio orientado a profundizar en el análisis de la propia práctica docente de una formadora cuando enseña inferencia estadística a futuros profesores de matemática de secundaria, caracterizando las principales dificultades que emergen. Se espera que la profundización de esta temática contribuya a visibilizar los desafíos a los que se enfrentan los formadores en la compleja tarea de enseñar a enseñar.

ANTECEDENTES

Enseñanza y aprendizaje de la inferencia estadística

Tradicionalmente, la inferencia estadística se refiere a hacer inferencias sobre una población a partir de información obtenida en una muestra de esta población (Wackerly et al., 2010). Otra definición propone que la inferencia estadística es el proceso de evaluar la evidencia respecto a si un conjunto de datos es consistente con un mecanismo hipotético que podría haber producido estos datos (Harradine et al., 2011). Existen, además, críticos de la definición tradicional que promueven que la inferencia estadística se centre en determinar el proceso que generan los datos (Peck et al., 2013). Lo que todas

estas definiciones tienen en común es que la inferencia estadística permite generalizar y obtener conclusiones más allá de los datos que se están analizando.

En este sentido, los currículos en el mundo se han hecho eco de la necesidad de estudiar inferencia estadística a nivel escolar. Por ejemplo, en Estados Unidos, el National Council of Teachers of Mathematics destaca el rol central que tiene la inferencia estadística en secundaria (Peck et al., 2013). Otros ejemplos que incluyen inferencia estadística en el aula escolar son los currículos español, australiano y neozelandés (Harradine et al., 2011), así como el currículum brasileño (Campos et al., 2011). En el currículum chileno, conceptos asociados a la inferencia estadística aparecen inicialmente en primaria con la noción de muestreo. Al finalizar la educación secundaria aparece directamente la inferencia estadística en el curso de profundización Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial (Ministerio de Educación, 2020b), de modo que incorpora la determinación de intervalos de confianza y aplicación de test de hipótesis.

Por otra parte, la enseñanza y el aprendizaje de la inferencia estadística generan múltiples desafíos. Por ejemplo, muchos estudiantes logran desarrollar los cálculos asociados a los procesos de inferencia, pero no razonar e interpretar adecuadamente los resultados de estos procesos (Castro-Sotos et al., 2007; Harradine et al., 2011). Otras dificultades en torno a la comprensión de la inferencia estadística identificadas son concepciones erradas y falta de comprensión del teorema del límite central; errores de interpretación de intervalos de confianza; errores de interpretación del p-valor y la significancia; confundir significancia práctica y estadística, entre otros (Castro-Sotos et al., 2007; Harradine et al., 2011).

Para poder implementar de manera adecuada la enseñanza de la inferencia estadística formal e informal, los profesores deben ser capaces de poder enseñar estos conocimientos a los estudiantes en el sistema escolar. Esto conlleva un desafío no solo para la formación inicial del profesorado, sino también para los formadores de profesores de matemática que llevan a cabo la enseñanza de esta disciplina.

Formación inicial de profesores en inferencia estadística

Diversos estudios muestran que la inferencia estadística es un área compleja en la formación del profesorado a escala internacional (Batanero, 2013; Harradine et al., 2011; López-Martín et al., 2019; Liu y Thompson, 2009), donde es muy común observar errores y concepciones erróneas (Castro-Sotos et al., 2007; Harradine et al., 2011). Recientemente, López-Martín et al. (2019) estudiaron el conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre los errores en la inferencia estadística y hallaron que, si bien eran capaces de identificar varios errores, no lograban identificar aquellos específicos asociados a la interpretación del nivel de significación y del p-valor; además, les faltaba precisión en su descripción de los errores.

En Chile Ruz et al. (2021) evaluaron a 269 estudiantes para profesor de Matemática de secundaria y obtuvieron resultados descendidos en el conocimiento y en las actitudes hacia la inferencia estadística. Un resultado similar reporta el estudio de Estrada et al. (2004), el cual concluye que, para mejorar las actitudes de estudiantes en formación acerca de la estadística, es preciso reforzar su enseñanza. De igual forma, la Evaluación Nacional Diagnóstica desarrollada por el Ministerio de Educación aplicada a futuros profesores de matemáticas evidencia que los temas de inferencia estadística son los de menor logro en el área de probabilidad y estadística, con un promedio de 36 % de respuestas correctas (Ministerio de Educación, 2020a).

Los diagnósticos presentados previamente muestran una situación crítica en la formación docente, ya que diversas propuestas curriculares asociadas a la formación del profesorado reconocen la complejidad en el abordaje adecuado de la inferencia estadística. Froelich (2011) presenta un currículum para profesores de matemáticas de secundaria que incluye inferencia estadística, y destaca las conexiones entre la matemática y la estadística por medio del uso de simulaciones y demostraciones matemáticas

formales. Burrill y Biehler (2011) destacan también la inferencia estadística en dos de las siete ideas que consideran fundamentales para la enseñanza de la estadística.

En Chile, los Estándares Orientadores de la Formación Docente (Ministerio de Educación, 2021) presentan 16 estándares disciplinares: tres de ellos abordan el conocimiento y la aplicación de la inferencia estadística (por ejemplo, construir e interpretar intervalos de confianza en proyectos colaborativos de áreas como las ciencias sociales y la salud); y dos de ellos, su enseñanza (por ejemplo, monitorear dificultades que presentan sus estudiantes al interpretar los intervalos de confianza).

Otra complejidad en este campo son las tensiones disciplinares entre el pensamiento matemático y el estadístico. Burrill y Biehler (2011) mencionan tres tensiones entre el pensamiento matemático y el estadístico vinculadas a la inferencia estadística. Estas tensiones se refieren a: 1) la diferencia en la forma de razonar en matemáticas y en inferencia, ya que en matemáticas las conclusiones son verdaderas; en cambio, en los procesos inferenciales las conclusiones tienen asociado un grado de incerteza; 2) la validez que tenga una conclusión estadística, ya que la calidad depende de todo el proceso investigativo, a diferencia de las matemáticas, donde una demostración correcta asegura la validez de un resultado; y 3) en estadística, la manera en que los datos fueron recolectados y el rol de la aleatoriedad definen cómo se pueden interpretar los resultados, en cambio, en matemáticas, por lo general, no hay un razonamiento asociado a los datos.

En síntesis, los antecedentes anteriormente expuestos relevan los desafíos en la formación inicial de profesorado en el aprendizaje de la inferencia estadística. En este contexto, los formadores de profesores son los profesionales responsables de formar a profesores que entiendan y sean capaces de enseñar inferencia estadística. Para ello, deben lidiar con distintas dificultades inherentes del área, como la vinculación entre estadística y matemática, las exigencias curriculares y las dificultades de aprendizaje de los futuros profesores, lo que supone múltiples desafíos en sus prácticas docentes.

Desafíos de los formadores de profesores en la enseñanza de la estadística

Para mejorar la calidad de la enseñanza en matemática, en la última década se ha comenzado a poner más atención en la tarea de los formadores que llevan a cabo este proceso, por lo que se ha desarrollado una extensa línea de investigación (Masingila y Olanoff, 2021; Schuck y Brandenburg, 2020; Suppa et al., 2020).

Esta agenda investigativa ha permitido visibilizar diversas dificultades que los formadores deben enfrentar cuando llevan a cabo esta tarea. Ejemplo de estas dificultades es que, en el interior de los programas de formación, se ha investigado escasamente el conocimiento para la enseñanza que los formadores articulan cuando enseñan a sus estudiantes (Castro Superfine y Li, 2014); que la mayoría de los cursos son impartidos por matemáticos que a menudo no poseen formación en educación matemática, por lo que comienzan a desarrollar este rol sin una preparación formal (Masingila y Olanoff, 2021); y que los formadores se sienten desafiados, debido a que, además de enseñar conocimientos pedagógicos, deben fortalecer también el conocimiento del contenido que enseñan (Schuck y Brandenburg, 2020).

Por otra parte, existe más literatura con respecto al apoyo y acompañamiento que se debe brindar a los profesores noveles en comparación con los formadores noveles (Suppa et al., 2020), por lo que se asume que no es problemático el proceso de convertirse en formador (Van Velzen et al., 2010). Sin embargo, el reporte desarrollado por Masingila y Olanoff (2021) señala que más de la mitad de los formadores de matemática no se siente preparados, y reportan falta de capacitación, recursos y apoyo en sus primeros años de ejercicio profesional. Otros estudios refieren que los formadores se sentirían más preparados si tuviesen una mentoría o la oportunidad de trabajar en conjunto con formadores más experimentados en la enseñanza de un curso o contenido (Suppa et al., 2020).

Otro elemento clave reportado en la literatura es que los formadores no solo enseñan conocimientos disciplinares y pedagógicos, sino también a enseñar (Castro Superfine y Li, 2014). Esta particularidad

desafía a los formadores a tomar conciencia de las prácticas docentes que articulan con sus estudiantes, visibilizando algunos aspectos críticos que vivencian en el aula. Berry (2007) describe estos aspectos críticos como tensiones que experimentan los formadores cuando enseñan a enseñar, las cuales abarcan desde proporcionar certeza a los estudiantes por medio de una enseñanza centrada en la experiencia del formador hasta compartir con los estudiantes la complejidad inherente en la tarea de enseñar.

Dificultades similares también han sido discutidas en la formación docente inicial en matemática en Schuck y Brandenburg (2020), quienes identifican cuatro retos relacionados con la práctica de enseñar matemáticas a futuros profesores: 1) la necesidad de cuestionar las creencias que los estudiantes poseen respecto de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; 2) las prácticas y metodologías de enseñanza que permiten desafiar estas creencias; 3) la congruencia entre las creencias sobre la enseñanza de los formadores y su relación con las prácticas docentes que adopta; y 4) los métodos empleados por los propios formadores para cuestionar sus propias creencias. En relación con los principales retos asociados a la enseñanza de la estadística, el estudio desarrollado por Heaton y Mickelson (2002) señala varios, entre ellos, la generación de un conocimiento más profundo del contenido estadístico y el desarrollo de habilidades y conocimientos en los profesores en formación para que puedan transferir de manera pertinente estas comprensiones en el aula escolar.

METODOLOGÍA

Diseño y contexto del estudio

El presente estudio forma parte de un proyecto de investigación más amplio orientado a indagar en las prácticas docentes desarrolladas por dos formadores de matemáticas, analizando cómo articulan los conocimientos disciplinares y pedagógicos en este proceso. En particular, en este artículo se profundizará en el análisis y la reflexión de la práctica docente que desarrolló una formadora de profesores de Matemática de secundaria en la enseñanza de la inferencia estadística, haciendo hincapié en las principales dificultades asociadas a la enseñanza y el aprendizaje de ese contenido en particular.

Para ello, este estudio adoptó un enfoque cualitativo de naturaleza interpretativa (Cohen, 2011), centrado en comprender los sentidos y significados elaborados por la persona frente al fenómeno en estudio. La formadora participante de este estudio tiene el título profesional de Ingeniería Civil Matemática y el de grado de doctora en Ciencias de la Ingeniería, mención Modelación Matemática, así como en Ciencias de la Educación. Tiene una amplia experiencia en el campo educativo y colabora en proyectos de investigación sobre resolución de problemas y evaluación. Desde el año 2017, se integra como académica a jornada completa en un programa de formación de profesores de matemática para educación secundaria en el que imparte los cursos de la línea de Estadística y Probabilidad.

Para poder indagar en las dificultades propias de la enseñanza de la estadística, la formadora participante escogió analizar su propia práctica docente en la enseñanza de inferencia estadística, un contenido específico que se aborda en la asignatura de Probabilidad y Estadística que se imparte a estudiantes de tercer año en formación para ser profesores de Matemática de secundaria. La formadora optó por profundizar cómo enseña este contenido porque consideraba que era un tema complejo de aprender por parte de los estudiantes en formación y, en consecuencia, difícil de enseñar cuando impartan clases en el sistema escolar. La enseñanza de esta unidad se desarrolló en cuatro clases de 90 minutos en las que se discutieron los conceptos de inferencia estadística, población, muestra, test de hipótesis, regla de decisión, tipos de error, significancia, p-valor, test de hipótesis sobre medias, test de independencia, test de bondad de ajuste y la relación de los test con intervalos de confianza. Las estrategias de enseñanza que se emplearon fueron principalmente clases expositivas, trabajos grupales y actividades prácticas para el aprendizaje del *software* R.

Instrumentos y recolección de los datos

La información se recopiló por medio de bitácoras reflexivas (Tidwell y Jónsdóttir, 2020) y del registro de audio de tres reuniones desarrolladas por medio de la técnica de amistad crítica (Schuck y Russell, 2005). La bitácora reflexiva es una técnica que permite documentar la reflexión frente a un tema o incidente en particular por medio de una narración guiada (Tidwell y Jónsdóttir, 2020). En este estudio, la formadora procedió a completar esta bitácora una vez finalizada cada clase, sistematizando sus reflexiones alrededor de tres preguntas orientadoras que guiaron todas las sesiones: 1) describir los principales aciertos y dificultades en el desarrollo de la clase; 2) identificar los principales aprendizajes logrados por los estudiantes; y 3) identificar algún incidente crítico, dificultad y/o evento inesperado, especificando la manera en que lo resolvió.

A su vez, la amistad crítica es una estrategia ampliamente reportada en la literatura de *self-study* (Tidwell y Jónsdóttir, 2020), y se define como una conversación entre pares que suscita la reflexión mediante un punto de vista alternativo. De esta manera, permite identificar contradicciones o nudos críticos en la enseñanza, lo que posibilita alinear las creencias y prácticas que la sustentan (Schuck y Russell, 2005). La formadora participante de este estudio se reunió tres veces con un miembro del equipo (quinto autor de este artículo) que fue a observar su clase. En esta reunión se discutía y analizaba la modalidad de enseñanza, y se realizaba en conjunto una reflexión sobre la propia práctica docente. En total se llevaron a cabo tres reuniones de amistad crítica que duraron un promedio de 80 minutos, que se grabaron para poder ser analizadas con posterioridad.

Análisis de los datos

Tanto las bitácoras reflexivas como la transcripción de las reuniones de amistad crítica fueron analizadas por dos miembros del equipo mediante análisis temáticos que identifican patrones y temas recurrentes en los datos (Braun y Clarke, 2006). Cada investigador, de manera individual, identificó códigos y extractos de entrevistas conceptualmente similares y relacionados entre sí, agrupándolos en categorías preliminares de análisis. Esta codificación inicial del material fue discutida y comparada entre los investigadores con la finalidad de validar y ajustar estos códigos preliminares de análisis, por lo que lograban una mayor confiabilidad y acuerdo entre las codificaciones (O'Connor y Joffe, 2020). Una vez realizada esta codificación inicial, se consensuaron temas clave que agruparan los códigos identificados por medio de un proceso iterativo de análisis inductivos y deductivos. La identificación de estos temas permitió verificar si estos se complementaban de manera óptima con los extractos codificados (primer nivel) y con el conjunto de datos completo (segundo nivel), y generar así un mapa temático del análisis tentativo (Braun y Clarke, 2006). Por último, se validaron los resultados obtenidos por medio de triangulaciones metodológicas a través de los datos y discusiones con el equipo completo, de modo que se obtuvo un chequeo cruzado de los temas propuestos (O'Connor y Joffe, 2020).

RESULTADOS

El análisis de los datos recolectados permitió identificar distintas dificultades en el análisis de la práctica docente de la formadora, las cuales fueron agrupadas en tres grandes tensiones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de la estadística inferencial en la formación inicial docente: 1) tensiones asociadas al campo disciplinar y relacionadas con la complejidad del conocimiento estadístico; 2) tensiones en la enseñanza de la estadística en el formador; y 3) el logro de un aprendizaje significativo en los estudiantes en formación. En cada una de estas tensiones se profundizará a continuación, ejemplificando las ideas centrales con segmentos y citas de las reuniones de amistad críticas y bitácoras reflexivas de la formadora.

Tensiones disciplinares: La complejidad de justificar y conectar el conocimiento estadístico

Una de las primeras dificultades que emergió en el relato de la formadora de manera recurrente se relacionaba con la complejidad sobre la base de la enseñanza de la matemática en general, y del contenido estadístico en particular. En ambos casos, el dominio del contenido se sustentaba en argumentaciones y razonamientos de distinta naturaleza, lo cual puede confundir a los estudiantes en formación.

Porque yo creo que la gracia de las matemáticas es que uno justifica muy bien todo lo que hace y todo lo que ocurre. Bueno, en matemáticas eso principalmente son demostraciones ligadas entre teoremas. [Pero] cuando te metes en estadística entran otros argumentos (Reunión de amistad crítica 1).

La reflexión anteriormente descrita evidencia el contraste entre matemáticas y estadísticas que percibe la formadora. En particular, siente la necesidad de demostrar los teoremas, que es algo propio de la práctica matemática, frente al trabajo estadístico, que requiere otras formas de pensar. Una posible explicación de la importancia en demostrar y justificar estas relaciones puede deberse a la preparación inicial de la formadora, que generó en ella una visión particular de las matemáticas. Esto se puede apreciar en la siguiente cita:

Claro, pero en general uno se queda con esta idea de que las matemáticas son una cosa que se construye y se va desarrollando a través de pasos lógicos, justificaciones (Reunión de amistad crítica 1).

En este sentido, la formadora destacaba la importancia de aprender de manera comprensiva los conceptos, sus propiedades y su justificación. En particular, identificar que algunos conceptos y propiedades son más adecuados para el desarrollo de ciertos cálculos en comparación con otros. Estas distinciones generaban cierta dificultad en la práctica docente de la formadora, lo que se puede apreciar en los siguientes extractos de la reunión de amistad crítica y bitácora reflexiva, respectivamente.

Entonces cómo hacer que se convencieran de que esas distribuciones no servían. Entonces había que reflexionar de por qué un estadístico de prueba te sirve o no, qué características tiene que tener para ser útil. Y bueno, salió ese tema en clase (Reunión de amistad crítica 1).

En el segundo ejemplo fue empezar a reflexionar cómo tenía que ser esa medida de contraste con ellos, y traté de hacerlo con ellos. Decidí empezar a reflexionar con ellos sobre cómo tenía que ser una medida de contraste, creo que aprendieron, bueno los que más entendieron eran los que estaban más involucrados (Bitácora reflexiva 4).

Otro aspecto interesante que señalar es la necesidad de poder demostrar matemáticamente conceptos clave a los estudiantes. A la formadora le importaba indicar que estaba modelando una acción matemática que considera importante que sus estudiantes internalicen. Sin embargo, esta necesidad de poder demostrar matemáticamente los contenidos enseñados generaba dos tensiones en la formadora. Por una parte, en clases no siempre era posible demostrar ciertos teoremas.

Sí, por ejemplo, la Ley de los Grandes Números y el Teorema del Límite Central. Demostramos la ley débil. Yo les dije que no teníamos las herramientas para demostrar la ley fuerte. Y el Teorema del Límite Central no lo demostramos, lo analizamos, lo tratamos de entender, pero no lo demostramos porque tampoco sabíamos demostrarlo (Reunión de amistad crítica 1).

Y, por otro lado, pese a justificar a los estudiantes las ideas fundamentales sobre la base de un contenido, no implica que ellos sean capaces de internalizar y comprenderlo en su totalidad. En otras palabras, la demostración y justificación matemática tiene mayor sentido y es más efectiva en la medida en que el estudiante sea capaz de comprenderla y aplicarla de manera pertinente en la resolución de otros problemas.

Por ejemplo, intervalos de confianza. Yo sé la regla general... para hacer intervalos de confianza, estamos viendo varios ejemplos de hacer intervalos de confianza. Pero no sé si los estudiantes hagan la conexión entre los ejemplos y los generales (Reunión de amistad crítica 1).

Tensiones asociadas a la enseñanza de contenidos específicos de estadística y probabilidades

En relación con las tensiones asociadas a la enseñanza de contenidos específicos de estadística y probabilidades, el análisis permite sostener que la formadora identificaba la dificultad para articular los distintos contenidos seleccionados en una secuencia que contribuyera a un mejor aprendizaje en los profesores en formación, así como también la capacidad de explicarles de manera clara y sencilla los contenidos, explicitando la importancia que tendrá en su rol como profesores. En el primer caso, la formadora reporta algunas dudas conceptuales, como cuando explica la actividad sobre el manejo adecuado de test de hipótesis cuando se trabaja con una base censal. En el siguiente fragmento se observa la reflexión que realiza para determinar si este ejemplo es el más adecuado para la enseñanza.

Están las bases censales del Ministerio de Educación y no sé si podemos hacer test de hipótesis porque es la información de la población. Entonces no sé si considerar eso una muestra de una superpoblación teórica, o decir esta es la población y sacar una muestra de eso. Eso, no sé... me parece que es una discusión gigante con un montón de aristas y no sé ni siquiera cómo desarrollarla (Reunión de amistad crítica 2).

La enseñanza del contenido estadístico reta a la formadora a implementar diversas actividades, algunas de las cuales generan oportunidades de aprendizaje. El trabajo en la asignatura le permitió encontrar una mejor definición de p-valor desarrollada por un estudiante del curso. Lo relevante de este resultado es que daría cuenta de que, dentro de los programas de formación, tanto los estudiantes como los formadores aprenden y profundizan en los contenidos que están trabajando.

Bueno, ponte tú acá en el test de hipótesis. Yo les puse el ejemplo con la muestra que era 20, pero Roberto [nombre ficticio] ayer, sí, ayer lo hizo—, como que en su cabeza el 20 lo reemplazó por un n cualquiera y lo pensó en general y se dio cuenta de la influencia de la muestra, del tamaño muestral en el test de hipótesis (Reunión de amistad crítica 2).

De manera similar, en la bitácora reflexiva se evidencia cómo la formadora, a lo largo de las reuniones, identifica ciertos cambios y mejoras en su práctica de enseñanza. Por ejemplo, en la primera bitácora reflexionaba sobre su estilo de enseñanza más bien expositivo y las dificultades que podrían generar. En cambio, en la última analiza los resultados positivos al implementar una actividad más práctica en su clase. Lo relevante de este resultado es que nuevamente en el relato se aprecia que su análisis y reflexión está en función de fortalecer sus prácticas de enseñanza para que los estudiantes logren mejores aprendizajes.

Lo negativo es que creo que a veces soy muy insegura y trato de leerles la mente a los estudiantes y no me resulta. Y que soy muy expositiva (Bitácora reflexiva 1).

Mi experiencia en esta clase fue superbuena, porque les di una actividad más práctica, lo mejor fue hacer esa actividad más práctica que resultó super bien, estuvo bien ajustada al nivel y al tiempo que destiné (Bitácora reflexiva 4).

En relación con las tensiones asociadas con la capacidad de explicar de manera clara los contenidos a los estudiantes, la formadora lo relaciona más bien con su forma de enseñar o explicar, y evita responsabilizar de ese resultado solo a los estudiantes. Esta tendencia se aprecia tanto en las reuniones como en su bitácora reflexiva.

También no sólo con el contenido en sí mismo, sino en cómo explicar o enseñar ese contenido [...] Eso yo he visto que aparece, se usa, pero cómo explicárselo a un estudiante de dónde nace esa región de rechazo para el lado (Reunión de amistad crítica 1).

Siempre podría tener mejores preguntas, eso es algo que podría mejorar [...] la relación de cómo el nivel de significancia que uno define te explicita la región de rechazo creo que lo expliqué bien. Pero creo que lo podría haber explicado mejor, y siempre siento que hay una sutileza que se me escapa (Bitácora reflexiva 3).

En el relato también se sugiere que una forma de poder gestionar la clase puede ser con el apoyo de las respuestas de los estudiantes, quienes pueden complementar los contenidos explicados en clase. Sin embargo, dicha práctica también pone en tensión a la formadora, ya que no sabe qué tipo de estrategia es la más adecuada para incluir a la mayoría de los estudiantes y no solo interactuar con aquellos que dominan más el contenido.

A ver, es que siento que si uno elige a la persona es difícil porque... puedes elegir al estudiante que sabes que va a explicar bien. Y yo encuentro bueno hacer eso porque a veces los estudiantes explican mucho mejor que uno y de otra manera. Pero eso es discriminador porque nunca eliges a los estudiantes que les va más mal. Y si tienes un criterio aleatorio para elegirlos con la misma probabilidad, a veces hay chicos que no saben y yo siento que uno los pone en una situación incómoda. Entonces para mí es complicado (Reunión de amistad crítica 2).

Tensiones asociadas al aprendizaje del estudiante del contenido disciplinar

En relación con este tipo de tensiones, llama la atención cómo este tema surge de manera constante en distintos registros de la bitácora de la formadora, colocando a los estudiantes siempre en el centro de la discusión. Sus principales reflexiones acerca de las dificultades que experimentaba se relacionan con la interacción que establece con ellos y con los contenidos que lograron aprender. Esto se puede apreciar en una reflexión que registra en su bitácora reflexiva en distintos momentos:

Me acuerdo que un estudiante se dio cuenta de la dependencia del estadístico de contraste con el tamaño muestral. Que cuando la muestra es más grande, para que el estadístico de contraste caiga en la región de aceptación, la media muestral tiene que ser más cercana a la media poblacional. Y que se haya dado cuenta de eso fue genial (Bitácora reflexiva 3).

Creo que aprendieron lo que yo les enseñé. No sé si entienden en profundidad, no sé si lo aprendieron muy procedimental, pero creo que el ejercicio sirvió para que aumentaran su precisión sobre los test de hipótesis (Bitácora reflexiva 4).

Frente a estas dificultades, la formadora menciona algunas prácticas que implementa para contrastar si los estudiantes lograron comprender lo enseñado. Por ejemplo, la formadora se refiere a ciertas respuestas específicas de los estudiantes, las cuales son identificadas por medio de una observación constante del proceso.

Eso era lo que esperaba que aprendieran: no construir test, sino que entendieran la lógica, y que comprendieran bien lo que pasa con ese test de la media. Creo que entendieron lo que les pasé, tenían cara de entender (Bitácora reflexiva 3).

Quizás para mí los incidentes claves para esta sesión fue cuando se rieron, a la mitad y al final, porque pienso que entendieron. Y cuando uno entiende y se ríe, no se te olvida, o es menos probable que se te olvide (Bitácora reflexiva 1).

Esta preocupación también emerge cuando describe los episodios en los que los estudiantes tienen dificultad para aprender significativamente un concepto o están confundidos, y los define como incidentes críticos. Para este último caso, reflexiona sobre las dificultades que en ocasiones tiene para que el estudiante logre el aprendizaje que está desarrollando.

A veces me pasa que veo que alguien no entiende algo o no puede hacer algo, y no sé cómo resolver el problema en el momento para que él lo entienda y lo pueda resolver ahí mismo (Reunión de amistad crítica 2).

Otras tensiones que emergen en el relato se relacionan con dos grandes desafíos asociados al aprendizaje de sus estudiantes: en primer lugar, si los profesores en formación lograron un adecuado aprendizaje que les permita enseñar correctamente cuando se desempeñen en el sistema escolar; en segundo lugar, si los estudiantes logran motivarse y desarrollar un interés por la enseñanza de la estadística. Por ejemplo, en la primera reunión de amistad crítica la formadora manifiesta su preocupación de que los estudiantes no logren desarrollar las competencias necesarias para poder enseñar adecuadamente estadística. Esta inquietud surge debido a que en Chile ese contenido tiende a ignorarse en las aulas escolares por diversos motivos, entre ellos el escaso conocimiento de los profesores sobre ese tema.

Y lo otro que me preocupa, es que salgan mal formados. Que salgan sin los conocimientos que necesitan... cómo no poder asegurar que tengan las competencias mínimas para salir al mercado laboral [...] Más encima Probabilidad, tú sabes que hay como un vacío en el sistema educacional en probabilidad y estadística. Yo les doy mucha expectativa y debieran llenar esos vacíos estos profesores nuevos. Al menos enviarlos bien preparados para enseñar esos temas (Reunión de amistad crítica 1).

Otro aspecto que emerge en el relato es su preocupación de que bajos resultados de aprendizaje puedan desmotivar a los estudiantes. A la formadora le preocupa que los estudiantes que suspenden esta asignatura puedan desmotivarse con respecto a la carrera profesional que escogieron.

Es que si reprueban el curso lo pueden hacer de nuevo... Me preocupa que se desmotiven con el curso en particular, y también un poco con la carrera (Reunión de amistad crítica 1).

Para evitar esta desmotivación, la formadora considera fundamental que los profesores en formación logren percibir su pasión por la enseñanza de la estadística que trata de modelar en clases. Incluso sostiene la posibilidad de que ellos puedan replicar esa misma pasión cuando les toque enseñar.

Bueno, lo otro que yo espero que piensen, es que me gusta la estadística. Y encuentro que es algo genial y muy útil. Espero que piensen eso, porque me encantaría que vieran eso en mí y que ojalá lo absorbieran ellos también. Sí, y por enseñar también (Reunión de amistad crítica 3).

DISCUSIÓN

El presente artículo comparte las tensiones y dificultades que vivencia una formadora cuando analiza su práctica docente y enseña una unidad de inferencia estadística a profesores en formación. La relevancia de investigar este tópico radica en que diversos estudios destacan que la enseñanza y el aprendizaje de esta temática es compleja debido a múltiples ideas y nociones erradas, las cuales dificultan la interpretación de los conceptos centrales (Castro-Sotos et al., 2007; Harradine et al., 2011). En la medida en que se fortalezcan los procesos formativos en la formación inicial del profesorado, será posible fortalecer la enseñanza en el sistema educativo escolar. Para ello es fundamental considerar el rol clave de los formadores que llevan a cabo este proceso, investigando las dificultades, tensiones y desafíos que enfrentan en su enseñanza.

La reflexión sobre la propia práctica evidenció tres grandes tensiones relacionadas con la complejidad del conocimiento estadístico, los desafíos en la enseñanza de la estadística en el formador y el logro de un aprendizaje significativo en los estudiantes en formación. La primera tensión se vincula con las diferencias entre estadística y matemática como áreas disciplinares y con la complejidad en la enseñanza de ciertos contenidos. Al respecto, la estadística puede entenderse como una disciplina que toma herramientas de las áreas fundantes de la matemática, lo que la lleva a configurarse como una

de las ramas del campo de las denominadas matemáticas aplicadas (Gal, 2002). Sin embargo, tiene especificidades que sobrepasan el razonamiento matemático usual; por ejemplo, en matemática usualmente se realizan razonamientos deductivos, y en estadística se introducen también razonamientos inductivos al extraer conclusiones de los datos. Estas condiciones ponen en tensión a la formadora, lo que se evidencia cuando esta manifiesta las dificultades que presenta para equilibrar la necesidad de demostración matemática con la manera de argumentar en estadística.

Además, la formadora identifica contenidos que necesita conocer con mayor profundidad para poder articularlos de manera adecuada en la formación docente, lo que evidencia la necesidad de desarrollar su conocimiento del contenido matemático para enseñar. Esta necesidad de los formadores de fortalecer el conocimiento del contenido que enseñan también ha sido reportada en otras investigaciones (Schuck y Brandenburg, 2020), por lo que se trata de un aspecto clave que puede afectar a la labor de los formadores.

Respecto a las tensiones vinculadas con los desafíos en la enseñanza de la estadística en el formador, aparece la necesidad de dominar los contenidos para poder explicarlos bien, de proporcionar la riqueza y profundidad adecuadas para que los estudiantes en un futuro puedan enseñar adecuadamente estos contenidos. No por ser experto en un tema se sabe enseñar (Ball, 1991); por el contrario, es necesario identificar las conexiones y los buenos ejemplos asociados al contenido que se enseña. En el caso de la formadora, ella tiene una amplia experiencia aplicando métodos estadísticos; sin embargo, no había articulado estos conocimientos con la tarea compleja de formar profesores. La conversación con su amigo crítico le permitió identificar tensiones asociadas a un conocimiento pedagógico del contenido que necesita desarrollar. Este hallazgo también ha sido reportado en la literatura del área, y se señala la necesidad de apoyo para fortalecer las habilidades docentes en los formadores de matemática, especificando que estrategias como mentorías o el trabajo colaborativo con formadores más experimentados son espacios valorados dentro de los programas de formación (Heaton y Mickelson, 2002; Masingila y Olanoff, 2021; Suppa et al., 2020).

Por último, la tercera tensión identificada se focaliza en el aprendizaje significativo de los estudiantes, y, en particular, en una preocupación por que estos logren realmente aprender los contenidos de inferencia estadística y desarrollar una motivación e interés positivo sobre la estadística en general. Esta tensión se intensificaba cuando la formadora tomaba conciencia de que estos estudiantes iban a insertarse como docentes en el sistema escolar. Heaton y Mickelson (2002) refieren la misma necesidad de lograr que sus estudiantes articulen el currículo escolar con la formación estadística y sean capaces de ver que la investigación estadística es una estrategia poderosa para enseñar contenido a los niños. Se considera interesante cómo la formadora colocaba a los estudiantes como un elemento clave cuando reflexionaba sobre su práctica docente, como el centro de su enseñanza. También es relevante el intento de transformar las concepciones e ideas sobre la base de la enseñanza de la estadística, elemento que ha sido descrito en otros estudios. Por ejemplo, Gordon (2011) reporta también la expectativa de que la formación cambie las concepciones de la estadística que tienen los estudiantes; y Estrada et al. (2004) destacan la importancia de enseñar estadística en la formación inicial del profesorado para cambiar la actitud frente a este contenido.

Si bien este estudio ha contribuido a profundizar en las experiencias de enseñanza y aprendizaje de una formadora, es importante establecer las limitaciones y el alcance de los resultados obtenidos. Por ejemplo, este estudio de caso se realizó sobre la base de la experiencia de una formadora en la enseñanza de un contenido en particular, por lo que no es posible generalizar los resultados. Sin embargo, la finalidad exploratoria de este estudio evidencia la importancia de investigar esta temática, por lo que los resultados aportan nuevos conocimientos y sugerencias prácticas al campo de la formación docente en general y el rol de los formadores en la enseñanza de la estadística en particular.

En primer lugar, este estudio evidencia que los formadores necesitan abrir su aula para poder reflexionar y trabajar colaborativamente con otros la complejidad asociada al contenido estadístico y su enseñanza, el desarrollo del conocimiento pedagógico del contenido, y el aprendizaje de los estudiantes. Para ello, es fundamental generar espacios en los que los formadores puedan reflexionar con otros abordando temas que fortalezcan su desarrollo profesional como educadores. En este sentido, la amistad crítica es una poderosa herramienta que posibilita la generación de ese espacio, lo que permite que formadores compartan sus experiencias, buenas prácticas, dificultades y tensiones en la formación inicial del profesorado (Schuck y Russell, 2005).

En segundo lugar, este curso sobre inferencia estadística constituyó un espacio de aprendizaje tanto para los estudiantes como para la formadora. Por ende, esta noción de formadores que están en un proceso de desarrollo continuo ha de ser incorporada a la formación inicial docente (Schuck y Brandenburg, 2020). No se puede mantener la noción ingenua de que el formador de profesores sabe todo, ya que continuamente se enfrentan a tensiones (Berry, 2007), incongruencias (Gordon, 2011) y desafíos que implican modificar sus formas de abordar la enseñanza. La literatura muestra que la formación en inferencia estadística es un área crítica en la formación de profesores (Batanero, 2013; Harradine et al., 2011; López-Martín et al., 2019; Liu y Thompson, 2009) y en la formación de otros profesionales (Castro-Sotos et al., 2007). Sin embargo, para poder mejorar la enseñanza en esta área es necesario observar los procesos de enseñanza desde múltiples puntos de vista, entre ellos, la perspectiva de los formadores. Para esto es necesario comenzar a investigar la enseñanza en el aula universitaria, espacio mucho menos estudiado en comparación con el aula escolar. Por ejemplo, en el caso de este estudio, la articulación entre la naturaleza de la argumentación estadística y matemática fue una tensión clave para la formadora; sin embargo, es posible que otros formadores encuentren otros desafíos que es necesario conocer para determinar cómo abordarlos.

Respecto de futuras investigaciones, consideramos que es necesario replicar este estudio en otros contenidos disciplinares matemáticos para determinar cuáles son los principales nudos críticos que enfrentan los formadores. El desarrollo del *self-study* en educación matemática ha profundizado mucho más en prácticas docentes e identidad de los formadores de matemática, pero muy poco en el contenido disciplinar que enseñan (Schuck y Brandenburg, 2020). También coincidimos con Schuck y Brandenburg (2020) respecto a la necesidad de entender cómo se configura en el aula de matemática el uso de la tecnología. Nos parece que este tema es central para la enseñanza de la inferencia estadística, considerando la necesidad de trabajar con simulaciones, visualizaciones, cálculos estadísticos sofisticados y el manejo de bases de datos.

En síntesis, este estudio invita a repensar en la tarea y desafío de los formadores en la enseñanza de la estadística considerando su perspectiva y experiencia dentro del aula universitaria. Se espera que los resultados compartidos en este artículo inviten a formadores de profesores de matemática y otras áreas disciplinares a profundizar en sus propias dificultades y preocupaciones en la tarea de enseñar. De esta manera, se podría avanzar en la consolidación de marcos interpretativos sobre la práctica de enseñar de los formadores, que pueden contribuir a fortalecer la formación inicial del profesorado.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue realizada con fondos de FONDECYT REGULAR 1212067, y apoyada por el Centro de Modelamiento Matemático (CMM), FB210005; y Centro de Investigación Avanzada de Educación (CIAE) FB0003, todos financiados por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID). Además, forma parte de las iniciativas de la Cátedra Unesco: *Formación de docentes para enseñar matemática en el siglo XXI*.

REFERENCIAS

- Ball, D. L. (1991). Research on teaching mathematics: Making subject-matter knowledge part of the equation. En J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching* (vol. 2, pp. 1-48). JAI Press Inc.
- Batanero, C. (2013). Del análisis de datos a la inferencia: Reflexiones sobre la formación del razonamiento estadístico. *Cuadernos*, 8(11), 277-291.
- Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8>
- Batanero, C., Burrill, G. y Reading, C. (2011). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0>
- Berry, A. (2007). *Tensions in teaching about teaching: Understanding practice as a teacher educator*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/1-4020-5993-0>
- Braun, V. y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101.
<https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Burrill G. y Biehler R. (2011) Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. New ICMI Study Series* (pp. 57-70). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10
- Campos, T. M., Cazorla, I. M. y Kataoka, V. Y. (2011). Statistics school curricula in Brazil. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. New ICMI Study Series* (pp. 5-8). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_1
- Castro-Sotos, A. E., Vanhoof, S., Noortgate, W. y Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2, 98-113.
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2007.04.001>
- Castro Superfine, A. y Li, W. (2014). Exploring the mathematical knowledge needed for teaching teachers. *Journal of Teacher Education*, 65(4), 303-314.
<https://doi.org/10.1177/0022487114534265>
- Cohen, L. (2011). *Research methods in education* (7.ª ed.). Routledge.
- Estrada, A., Bernabeu, C. B. y Fortuny, J. M. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 263-273.
<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias>
- Froelich A. G. (2011). Developing a statistics curriculum for future secondary mathematics teachers. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. New ICMI Study Series* (pp. 27-32). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_5
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
<https://doi.org/10.2307/1403713>
- Gordon, S. (2011). Opportunities for learning. A self-study of teaching statistics in a mathematics learning centre. En S. Schuck, P. Pereira (Eds.), *What counts in teaching mathematics. Self-Study of teaching and teacher education practices* (pp. 127-143). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-0461-9_9

- Harradine, A., Batanero, C. y Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. New ICMI Study Series* (pp. 235-246). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_24
- Heaton, R. M. y Mickelson, W. T. (2002). The learning and teaching of statistical investigation in teaching and teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(1), 35-59. <https://doi.org/10.1023/A:1013886730487>
- Liu, Y. y Thompson, P. W. (2009). Mathematics teachers' understanding of proto-hypothesis testing. *Pedagogies: An International Journal*, 4(2), 126-138. <https://doi.org/10.1080/15544800902741564>
- López-Martín, M. D. M., Batanero, C. y Gea, M. M. (2019). ¿Conocen los futuros profesores los errores de sus estudiantes en la inferencia estadística? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(64), 672-693. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a11>
- Manor, H. y Ben-Zvi, D. (2017). Students' emergent articulations of statistical models and modeling in making informal statistical inferences. *Statistics Education Research Journal*, 16(2), 116-143. <https://doi.org/10.52041/serj.v16i2.187>
- Masingila, J. y Olanoff, D. (2021). Who teaches mathematics content courses for prospective elementary teachers in the USA? Results of a second national survey. *Journal of Mathematics Teacher Education*. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09496-2>
- Ministerio de Educación (2021). *Estándares de la profesión docente: carreras de Pedagogía en Matemática Educación Media*. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. <https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/08/Matematica-Media.pdf>
- Ministerio de Educación (2020a). *Informe Resultados Nacionales. Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente 2019*. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2020/08/Informe-Nacional-END-2019_rect.pdf
- Ministerio de Educación (2020b). *Programa de Estudio 3º o 4º Medio. Formación diferenciada Matemáticas. Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial*. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140145_programa_feb_2021_final_s_disegno.pdf
- O'Connor, C. y Joffe, H. (2020). Intercoder reliability in qualitative research: Debates and practical guidelines. *International Journal of Qualitative Methods*, 19, 1-13. <https://doi.org/10.1177/1609406919899220>
- Peck, R., Gould, R. y Miller, S. J. (2013). *Developing essential understanding of statistics for teaching mathematics in grades 9-12*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Ping, C., Schellings, G. y Beijaard, D. (2018). Teacher educators' professional learning: A literature review. *Teaching and Teacher Education*, 75, 93-104. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.06.003>
- Rojas, F. y Deulofeu, J. (2015). El formador de profesores de matemática: Un análisis de las percepciones de sus prácticas instruccionales desde la «tensión» estudiante-formador. *Enseñanza de Las Ciencias*, 33(1), 47-61. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1322>
- Ruz, F., Chance, B., Medina, E. y Contreras, J. M. (2021). Content knowledge and attitudes towards stochasticity and its teaching in pre-service Chilean mathematics teachers. *Statistics Education Research Journal*, Article 5. <https://doi.org/10.52041/serj.v20i1.100>

- Schuck, S. y Brandenburg, R. (2020). Self-Study in Mathematics teacher education. En J. Kitchen, A. Berry, S. Bullock, A. Crowe, M. Taylor, H. Guðjónsdóttir y L. Thomas (Eds.), *International Handbook of Self-Study of Teaching and Teacher Education Practices* (pp. 869-897). Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-13-6880-6_29
- Schuck, S. y Russell, T. (2005). Self-study, critical friendship, and the complexities of teacher education. *Studying Teacher Education*, 1(2), 107-121. <https://doi.org/10.1080/17425960500288291>
- Suppa, S., DiNapoli, J., Thanheiser, E. y Tobias, J. (2020). Supporting novice mathematics teacher educators teaching elementary mathematics content courses for the first time. *The Mathematics Enthusiast*, 17(2 & 3), 493-536. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1496>
- Tidwell, D. y Jónsdóttir, S. (2020). Methods and tools of Self-Study. En J. Kitchen, A. Berry, S. Bullock, A. Crowe, M. Taylor, H. Guðjónsdóttir y L. Thomas (Eds.), *International Handbook of Self-Study of Teaching and Teacher Education Practices* (pp. 377-426). Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-13-6880-6_12
- Van Velzen, C., Van der Klink, M., Swennen, A. y Yaffe, E. (2010). The induction and needs of beginning teacher educators. *Professional Development in Education*, 36(1-2), 61-75. <https://doi.org/10.1080/19415250903454817>
- Wackerly, D., Mendenhall, W. y Scheaffer, R. L. (2010). *Estadística matemática con aplicaciones* (7.^a ed.). Cengage Learning.
- Watson, J. M. (2008). Exploring beginning inference with novice grade 7 students. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 59-82. <https://doi.org/10.52041/serj.v7i2.470>

Tensions in Teaching Statistical Inference in Pre-Service Teacher Education

Valentina Giaconi
Instituto de Ciencias de la Educación,
Universidad de O'Higgins, Chile
valentina.giaconi@uoh.cl

Francisco Rojas, Marco Catalán
Departamento de Didáctica, Facultad de Educación,
Pontificia Universidad Católica de Chile,
Chile
frojass@uc.cl, mncatalan@uc.cl

Helena Montenegro
Centro de Modelamiento Matemático y UMI CNRS
2807, Universidad de Chile, Chile
helena.montenegro@uchile.cl

Flavio Guíñez
Centro de Modelamiento Matemático y UMI CNRS
2807, Universidad de Chile, Chile
flavioguinez@uchile.cl

Teaching and learning statistics and probability has taken on great relevance in recent decades due to its role in today's society. In this context, statistical inference is a fundamental aspect that points to the core of statistical work and has become more present in school curricula worldwide. However, its teaching and learning are complex and show numerous difficulties at school and university levels, in addition to the disciplinary tensions inherent to statistics. All of this highlights the challenges in teaching and learning statistical inference during pre-service teacher education. In this context, mathematics teacher educators are the professionals responsible for training teachers who understand and can teach statistical inference. Therefore, mathematics teacher educators have a crucial role in promoting the learning of statistical inference. However, there is little understanding of the disciplinary and pedagogical knowledge required to work on this topic.

Accordingly, this study examines the tensions experienced by a mathematics teacher educator when teaching statistical inference. For this purpose, we used a qualitative approach of an interpretative nature. The mathematics teacher educator's reflections on the teaching of a statistical inference unit were recorded employing reflective logs completed at the end of each lesson and critical friendship meetings. These instruments allowed her to describe the relevant successes and difficulties in the development of the lessons; to identify the central learning process achieved by the students; to state any critical incident, difficulty and/or unexpected event, specifying how it was solved; and to analyze and reflect on her own teaching practice. The reflective logs and the transcriptions of the critical friendship meetings were analyzed by two team members through thematic analysis, identifying patterns and recurring themes in the data.

The analysis identified three significant tensions. The first tension is linked to the differences between statistics and mathematics as disciplinary areas and the complexity of teaching certain contents. These conditions stress out the mathematics teacher educator, who expresses her difficulties in balancing the need for mathematical demonstration with the way of arguing in statistics. In addition, the mathematics teacher educator identifies contents that she needs to know in greater depth to be able to articulate them adequately in teacher training, showing the need to develop her subject matter knowledge.

The second tension is associated with the teaching of statistical inference, where it appears to need to master the contents to be able to explain them well and delivering the appropriate richness and depth so that students in the future can adequately teach these contents. The conversation with her critical friend allowed her to identify tensions associated with a pedagogical knowledge of the content she needs to develop.

Finally, the third tension focuses on the students' meaningful learning and, particularly, on the concern that they learn the content of statistical inference and develop a positive motivation and interest in statistics. This tension increased when the mathematics teacher educator became aware that these students will become teachers in the school system.

The findings show that mathematics teacher educators need to open their classrooms to reflect and work collaboratively with others on the complexity associated with statistical content and its teaching, the development of pedagogical content knowledge, and student learning. To this end, it is essential to generate spaces where mathematics teacher educators can reflect with others on topics that strengthen their professional development.