



Superación de dificultades en el aprendizaje de la ecuación de Bernoulli con experimentos discrepantes

Introducing discrepant experiments for understanding Bernoulli's principle in the classroom

Luis Hernando Barbosa

Depto. de Ciencias Naturales, Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas, Universidad Central, Bogotá, Colombia.
lbarbosab@ucentral.edu.co

RESUMEN • En este trabajo se presenta una investigación en enseñanza de la física general en la que la ecuación hidrodinámica de Bernoulli es instruida en tres cursos de estudiantes de ingeniería con un método activo que incorpora el uso de experimentos discrepantes. Para determinar el aprendizaje de tal ecuación se usa el pre/postest con un cuestionario sobre la ecuación previamente validado en el marco de la teoría clásica del test. El aprendizaje de la ecuación se analiza con la ganancia de Hake indicando la efectividad del método. Para revelar el cambio conceptual en la población intervenida y de control se usan los vectores de evolución de Bao. Se ha encontrado que el método activo presenta mayores ganancias que el método tradicional en más del doble del valor. Además, los vectores de Bao revelan que el grupo con método activo tuvo una mejor evolución conceptual que el grupo control.

PALABRAS CLAVE: Ecuación hidrodinámica de Bernoulli; Experimentos discrepantes; Ganancia normalizada; Vectores de Bao; Enseñanza de la física.

ABSTRACT • This paper presents an investigation in general physics teaching in which the Bernoulli hydrodynamic equation is taught in three courses of engineering students with an active method that incorporates the use of discrepant experiments. To determine the learning of such an equation, we used the pre/post-test with a test on the equation previously validated in the framework of the classical theory of the test. We analyzed the learning of the equation with the Hake gain indicating the modification of the method. Bao's evolution vectors are used to reveal the conceptual change in the operated and control population. The active method has been found to have higher returns than the traditional method at more than double the value. Furthermore, the Bao vectors reveal the group with active method had a better conceptual evolution than the control group.

KEYWORDS: Bernoulli hydrodynamic equation; Discrepant experiments; Normalized gain; Bao vectors; Physics teaching.

Recepción: febrero 2020 • Aceptación: abril 2020 • Publicación: junio 2021

INTRODUCCIÓN

La ecuación de Bernoulli sirve como mecanismo de explicación de un variado conjunto de fenómenos que involucran fluidos confinados en movimiento. Guillen (1992) la cataloga como una de esas ecuaciones influyentes y la denomina la ley de presión hidrodinámica. Una interpretación didáctica del concepto que subyace tras la ecuación de Bernoulli fue hecha por Bauman (1994), donde resalta que es una regularidad de la naturaleza que surge de la suma de tres cantidades con dimensiones de presión cuyo resultado es una constante. Asimismo, Bauman (2000) critica el modo de deducción de la ecuación en algunos textos universitarios y presenta una deducción alternativa de la ecuación desde la segunda ley de Newton.

Respecto al uso de la ecuación para explicar algunos fenómenos, Barbosa (2013) hace un inventario de situaciones que pueden ser explicadas mediante esta ecuación. Sin embargo, a pesar de lo importante que puede ser la ecuación de Bernoulli, no hay estudios sobre su instrucción en comunidades de aprendizaje de la física universitaria. En una revisión de dos décadas que hace Mc Dermott (1999) sobre el bajo aprendizaje que logran los estudiantes, después de realizar cursos de Física, no se enuncian estudios que aborden el aprendizaje de esta importante ecuación. Hay varios trabajos, como Weltner (2011) y Martín (1983), que reconocen una serie de posibles malentendidos que se usan como aplicaciones para introducir tal ecuación, pero sin un trabajo de campo que valide tal información. Hay un estudio de reconocimiento de las dificultades de los estudiantes sobre la ecuación de Bernoulli con trabajo de campo, pero a nivel de bachillerato (Vega, 2017). En general, hay ausencia de estudios experimentales y, por ende, se necesitan estudios que evidencien el aprendizaje de la ecuación de Bernoulli en poblaciones de estudiantes, así como metodologías innovadoras que motiven y movilicen a estudiantes para asimilar el concepto que subyace tras esta ecuación.

En respuesta a lo anterior, se plantea una metodología activa que incorpora experimentos discrepantes (ExD) para ser abordados con el método activo de Sokoloff (2006): predicción, observación, discusión y síntesis (PODS), usado ampliamente en *workshops* de aprendizaje de la óptica y la fotónica. La razón de usar ExD es porque se asume que las bondades pedagógicas que ofrecen estos montajes pueden ser extendidas para instruir la ecuación en mención. Por ejemplo, Barbosa (2008) reporta que la disonancia que origina un ExD es un motor adecuado para generar un ambiente que favorece el aprendizaje de conceptos de la física. Por consiguiente, se plantea una metodología activa que reúne las bondades de los ExD y el método activo PODS, por eso se ha denominado PODS-ExD. Entonces, el propósito de este artículo es presentar una experiencia de implementación de esta metodología sobre una población de estudiantes de primeros semestres de Ingeniería en la asignatura «Física 1».

Ya que el objetivo de esta investigación fue dilucidar qué método es más efectivo para lograr un mejor cambio conceptual, se compara «PODS-ExD» con el «método tradicional» midiendo con dos variables estadísticas propias de la escuela americana de profesores de física: la ganancia normalizada de Hake (1998) y los vectores de evolución de Bao (2001). Primero se aborda el diseño y planteamiento de la metodología que se va a probar, y luego se construye un material que sirva para controlar y mediar la interacción de los estudiantes en la población intervenida. Para obtener información del estado de comprensión sobre la ecuación de Bernoulli se aplica un cuestionario, previamente construido y validado en el marco de la teoría clásica del test por Barbosa (2013), tanto a los cursos experimentales como a los de control. Se acciona durante una semana con la metodología PODS-ExD con una secuencia de ExD sobre la ecuación de Bernoulli en tres grupos experimentales de dos universidades. Al mismo tiempo, en dos grupos control, se instruye la ecuación con el método tradicional, explicando la ecuación y resolviendo ejercicios como se hace con esta metodología. Finalmente, se aplica el mismo cuestionario a las poblaciones experimentales y de control. Con la información capturada en el pretest/postest se procede a calcular la ganancia y los vectores de evolución para luego analizar los resultados.

Por último, es importante llamar la atención de que el libro de texto es considerado como una herramienta indispensable y de uso generalizado en las clases de ciencias (Otero, 1990). Aun cuando se utilicen recursos didácticos elaborados por los propios docentes, el profesor siempre se preocupa de proporcionar al estudiante una bibliografía recomendable, con la que se determina el nivel del curso y el tipo de actividades que han de emplearse para enseñar y evaluar el aprendizaje (Goncari y Giorgi, 2000). Así, tanto en bachillerato como en la universidad los libros de texto marcan cierta pauta en las actividades docentes (Bullejos, 1983). Anderson y Boticelli (1990) establecen que la comprensión de un texto escrito es un proceso dinámico que incluye la interacción entre el procesamiento de la información contenida en la memoria del sujeto y la composición y organización del material escrito. Malaver et al. (2004) y Alomá y Malaver (2007), respectivamente, encuentran que, aunque el conocimiento científico se presenta en los textos en términos de principios, leyes y teorías, contienen un número relevante de conceptos e ideas con muchas imprecisiones, lo que podría inducir en el estudiante falsas concepciones.

En lo que sigue del artículo, en la sección 2, se plantea una perspectiva teórica de los elementos que sustentan esta investigación; en la sección 3 se describen los observables de medición del aprendizaje: la ganancia promedio normalizada de Hake y los vectores de evolución de Bao; en la sección 4 se caracteriza la población y se describe el trabajo de campo de esta investigación; en la sección 5 se muestran y analizan los resultados obtenidos desde los observables medidos con información tomada desde el pretest/postest con el cuestionario de Bernoulli ya mencionado; finalmente, se presentan las conclusiones de esta investigación.

MARCO TEÓRICO

A continuación, se reconocen algunos elementos teóricos que son sustento de esta investigación. Por ejemplo, la ecuación de Bernoulli, su validez, la metodología PODS usada, lo que se entiende por un ExD y los modelos alternativos de los estudiantes que se intervinieron.

La ecuación de Bernoulli. Esta ecuación matematiza una regularidad de un variado conjunto de fenómenos de la naturaleza que se puede categorizar como una ley, según Kamela (2007). Su validez implica que se cumple para un fluido estacionario libre de viscosidad, no rotatorio e incompresible. La ecuación corresponde a:

$$P_i + \rho gh_i + \frac{1}{2} \rho v_i^2 = \text{Constante} \quad (1)$$

Dice Bauman (1994) que el primer término algebraico corresponde a la presión estática, el segundo a la presión gravitacional y el tercero al término de presión cinética. La suma de estos tres términos de presión para una línea del flujo siempre da una constante. Para un flujo horizontal, se apaga el término gravitacional y la relación para las dos variables «presión» y «rapidez», de los términos que quedan, sirve como mecanismo de explicación de un fascinante conjunto de fenómenos de fluidos confinados y en movimiento. Algunos fenómenos se reportan en artículos de Barbosa (2013) y Brown (2011).

Es importante remarcar que la ecuación de Bernoulli es válida en la aproximación del modelo de un fluido continuo. Este modelo es descrito por Peralta (2007) como:

Cualquier fluido (agua o aire) forma una estructura continua y suave al estudiarse macroscópicamente, es decir, en dimensiones mayores a décimas de milímetro ($0,1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}$). En un volumen de un cubo de $0,1 \text{ mm}$ de lado, de una millonésima de litro (10^{-12} m^3), hay cerca de 10^{15} moléculas de aire, a una tempe-

ratura de 27 °C y a presión atmosférica! En este volumen, tan pequeño como parece, hay tal cantidad de moléculas que la presencia de unos millones de más o de menos no afecta de manera apreciable ninguna cantidad medible, aun con instrumentos precisos.

Experimentos discrepantes (ExD). Un ExD es un montaje experimental que al accionarlo vislumbra un evento contraintuitivo para la mayoría de los estudiantes, según Barbosa (2008) y Liem (1982). Por ejemplo, al entrevistar a un grupo de estudiantes sobre el movimiento vertical de un objeto, la mayoría ha visto caer objetos hacia abajo. El hecho no es sorprendente. Sin embargo, si ellos observaran que un objeto que esperan que caiga hacia abajo se mueve hacia arriba, sería un hecho completamente diferente; llamaría su atención. Sería un evento contrario a lo que su intuición espera. En este caso, el fenómeno sería, para la mayoría de los estudiantes, un evento discrepante. Un ejemplo real que ilustra esta idea se da cuando se sostiene un embudo con una esfera de poliestireno dentro y se sopla por el tubo del embudo. Muchos estudiantes esperan que la esfera salga disparada por el soplo, pero la esfera permanece en el embudo (véase figura 1). Incluso si se sopla, manteniendo la parte ancha del embudo hacia abajo, la esfera no cae verticalmente hasta que se deja de soplar, y esta discrepancia es desconcertante para la mayoría de los estudiantes. De cierta manera, se denomina experimento discrepante porque cuando se acciona sus eventos discrepan con el sentido común de la mayoría de los observadores.



Fig. 1. Cuando los estudiantes soplan a través del embudo, ellos predicen que la esfera de poliestireno saldrá disparada. Sin embargo, la esfera permanece en el embudo, incluso si se inclina verticalmente. Cuando no se sopla la bola cae.

Predicción, observación, discusión, síntesis (PODS). Es una metodología de aprendizaje activo de la física que fue desarrollada por Sokoloff (2006). La estrategia consiste en un ciclo de cuatro pasos en los que el profesor inicia describiendo el montaje sin accionarlo. Se pide a los estudiantes que realicen sus predicciones en forma escrita sobre lo que sucederá cuando se accione el montaje. Se acciona el montaje y los estudiantes deben observar qué sucede. Luego, los estudiantes deben discutir en pequeños subgrupos sobre el fenómeno. Finalmente, el profesor tiene que hacer participar a los estudiantes para llegar a un consenso y sintetizarlo con una explicación de acuerdo con la teoría de la física que explique el fenómeno, según Sokoloff et al. (2006; 1997). La estrategia se puede extender o reducir en pasos, pero en este estudio se usaron los cuatro pasos de predicción, observación, discusión y síntesis del ciclo. Esta estrategia se puede usar con cualquier tipo de experimento real, pero también podría usarse con una situación grabada en vídeo, con experimentos virtuales, etc.

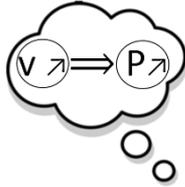
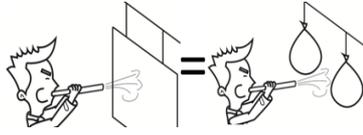
Ideas previas de los estudiantes sobre la ecuación de Bernoulli. Como dice Vega (2017), las ideas previas de los estudiantes influyen de modo desfavorable en el aprendizaje de nuevos saberes en el estudiante. Aquellas ideas alternativas de los estudiantes deben ser tenidas en cuenta a la hora de planear e implementar una metodología de aprendizaje de temáticas de la física. Hestenes (1992) expresa que aquellas metodologías que no tienen en cuenta tales ideas pueden ser consideradas poco efectivas, ya que no podrán precisar qué cambios pueden originar en el pensamiento de los estudiantes.

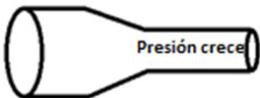
Indagar qué ideas previas regularmente presenta una población de estudiantes es una tarea ardua. Esto implica varias etapas que culminan con un cuestionario validado dentro de alguna teoría como la teoría moderna del ítem o la teoría clásica de test; luego se convierte en un instrumento para evaluar el aprendizaje de un concepto o temática determinada. Afortunadamente, para el caso de la ecuación de Bernoulli existe un estudio que ha pasado por todas las etapas necesarias para validar un instrumento confiable que permite evaluar el aprendizaje sobre esta ecuación en una población determinada. Este estudio se puede consultar en Barbosa (2013), así como el cuestionario final. El cuestionario vislumbra cinco tipos de ideas alternativas sobre la ecuación de Bernoulli que se pueden hallar en una población de estudiantes antes de iniciar alguna instrucción sobre esta ecuación. Estas ideas previas se sintetizan en la tabla 1 mediante una descripción e imagen y se pueden observar desde la figura 2 hasta la figura 6. El cuestionario posee 12 preguntas sobre la ecuación de Bernoulli y su relación con la ecuación de continuidad. Como indica el estudio, el cuestionario fue primero validado por expertos y luego ajustado con cinco índices estadísticos al aplicarlo en una muestra de más de 200 estudiantes, según lo expresa Barbosa (2013). Estas ideas previas de los estudiantes son las que se reconocen como dificultades dentro del marco teórico de Bao y Redish (2006; 2004) de esta investigación, y se asume que:

1. Los modelos comunes de estudiantes se identifican y validan para que estos modelos sean confiables para una población de estudiantes con antecedentes similares.
2. Los distractores de un cuestionario de opción múltiple están diseñados para activar los modelos comunes de los estudiantes.

Tabla 1.

Modelos conceptuales de la ecuación de Bernoulli identificados en estudiantes que reporta el estudio de Barbosa (2013) y que valida el cuestionario de Bernoulli en el marco de la teoría clásica del test

<i>Modelo alternativo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Imagen errónea o dificultad</i>
1. Alta rapidez-alta presión.	Ellos predicen que cuando la rapidez del flujo se incrementa también se incrementa su presión.	 <p>Fig. 2. Posible imagen errónea 1</p>
2. El efecto de flujo frontal es igual al de flujo lateral.	Generalizan incorrectamente que el flujo siempre empuja. Piensan que el efecto del flujo lateral es lo mismo que el frontal.	 <p>Fig. 3. Posible imagen errónea 2</p>

<p>3. El diámetro pequeño hace crecer la presión del fluido.</p>	<p>Expresan que «Cuando un fluido pasa por un tubo que reduce su sección transversal de área, el fluido aumenta su presión cuando la sección disminuye». Confunden presión con velocidad.</p>	 <p>Fig. 4. Posible imagen errónea 3</p>
<p>4. Si el aire incide en el cilindro giratorio, el vehículo no se mueve.</p>	<p>Si un flujo de aire incide sobre un cilindro que gira sobre su eje principal, situado sobre una estructura, no prevén movimiento del sistema (Flettner). Expresan que, dado que ambos lados se ven afectados por la misma cantidad de aire, cualquier efecto se cancela por simetría.</p>	 <p>Fig. 5. Posible imagen errónea 4</p>
<p>5. Soplar por A empuja la esfera del fondo y la mueve hacia C.</p>	<p>Al soplar a través de un tubo A del soplador, no reconocen la diferencia de flujo que hace mover la esfera del fondo hacia B y piensan que el aire empuja la esfera hacia C o no sucede nada.</p>	 <p>Fig. 6. Posible imagen errónea 5</p>

3. Las respuestas de los estudiantes desde el pretest/postest originan un vector en el espacio lineal que representa (la raíz cuadrada de) las probabilidades que el estudiante aplicará a los diferentes modelos comunes.
4. Usando un conjunto de preguntas diseñadas para probar un solo concepto, se puede medir la probabilidad de que un estudiante active los diferentes modelos comunes en respuesta a estas preguntas. Se pueden usar estas probabilidades para representar el estado de comprensión del estudiante.
5. Cualquier metodología debe plantearse para que en alguna de las fases se superen estas dificultades conceptuales. En consecuencia, las ideas previas o dificultades conceptuales tenidas en cuenta para esta investigación se resumen en la tabla 1 y son las que reporta una publicación de Barbosa (2013).

Observables de monitoreo de la investigación

La ganancia normalizada de Hake $\langle g \rangle$ es un estadístico que da cuenta del aprendizaje de una población de estudiantes y permite determinar la efectividad de una metodología de enseñanza para lograr cambios de la comprensión del estudiante en términos de su conocimiento inicial. Se define como la diferencia entre el puntaje promedio de una prueba preliminar (S_o) y el puntaje promedio de una prueba final (S_f), con respecto al mayor incremento posible de puntaje promedio:

$$\langle g \rangle = \frac{\langle S_f \rangle - \langle S_o \rangle}{1 - \langle S_o \rangle} \quad (2)$$

Esta expresión representa la ganancia de aprendizaje que debería ser posible en una población dada, porque si los estudiantes comienzan desde un estado inicial de comprensión sobre un tema, la ganancia debe ser proporcional a lo que le falta en claridad a esa población para ser igual a la claridad de la comunidad científica.

Los anchos de la distribución en los puntajes del pretest y postest están caracterizados por sus desviaciones estándar que se denotan por $\Delta\langle g \rangle$, y según Hake (1998) se calculan de acuerdo con el tratamiento convencional:

$$\Delta\langle g \rangle = \sqrt{\left(\frac{\partial\langle g \rangle}{\partial S_f} \Delta S_f\right)^2 + \left(\frac{\partial\langle g \rangle}{\partial S_o} \Delta S_o\right)^2} \quad (3)$$

Aplicando (3) a la ecuación (2), se obtiene:

$$\Delta\langle g \rangle = \frac{1}{(1-S_o)} \sqrt{(1-S_o)^2 \Delta S_f^2 + (S_f-1)^2 \Delta S_o^2} \quad (4)$$

Con información sobre el promedio del puntaje del pretest $\langle S_o \rangle$ y la ganancia normalizada de Hake $\langle g \rangle$, se puede construir un gráfico « $\langle g \rangle$ vs $\langle S_o \rangle$ », usando $\langle g \rangle$ en la vertical y $\langle S_o \rangle$ en la horizontal. Para interpretar resultados, Hake (1998) propone dividir el gráfico $\langle g \rangle$ vs. $\langle S_o \rangle$ en tres regímenes:

- 1) Grupos de alta-g con valores de ganancia $\langle g \rangle \geq 0,7$
- 2) Grupos de media-g con valores de ganancia entre $0,7 > \langle g \rangle \geq 0,3$
- 3) Grupos de baja-g con valores de ganancia $\langle g \rangle < 0,3$.

Se asume que $\langle g \rangle$ es una medida válida de la efectividad del método de instrucción o del ambiente de aprendizaje para promover el aprendizaje conceptual de los estudiantes.

Por otra parte, para dar cuenta de la evolución conceptual de los estudiantes, se usan los vectores de evolución de Bao originados desde otro estadístico llamado factor de concentración. Bao y Redish (2001) reportaron un análisis cuantitativo de cómo sacar información a las respuestas de los estudiantes cuando estos contestan un cuestionario de escogimiento múltiple con única respuesta; formularon un constructo que provee información acerca de cómo se distribuyen las respuestas de los estudiantes en un gráfico de «concentración» frente al «puntaje promedio» del pretest, y así reconocer el estado de comprensión del estudiante representado por un régimen de modelos conceptuales que se usa para dar cuenta de la respuesta frente a una situación que se le plantee. Definen un factor C de concentración, como función de las respuestas de los estudiantes, que toma valores en un intervalo de cero a uno [0,1], dado por

$$C = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}-1} \left(\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m n_i^2}}{N} - \frac{1}{\sqrt{m}} \right) \quad (5)$$

m representa el número de escogimiento para una pregunta particular, N corresponde al número de estudiantes y n_i es el número de estudiantes que han escogido la respuesta i de una pregunta. Con información sobre el puntaje denotado por S y el factor C, proponen un gráfico «S vs C» para identificar patrones asociados a modelos de razonamiento con los que contestan los estudiantes. Para encontrar el área de tales patrones se puede usar multiplicadores de Lagrange para hallar las funciones máxima y mínima (azul y roja), y de ese modo delimitar una zona con modelos, como en la figura 7.

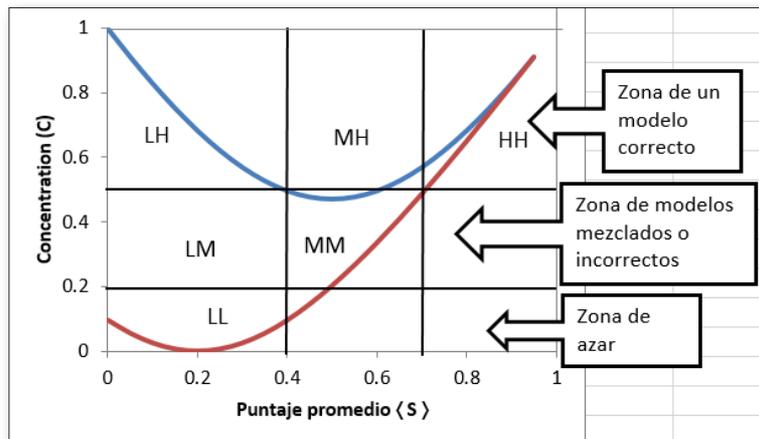


Fig. 7. Esquema de zonas de Bao que identifica el nivel de razonamiento de los estudiantes desde un cuestionario. Un punto en este espacio de configuraciones SC representa un estado de conocimiento del estudiante. Figura de autores reconstruida y adaptada al español desde Bao y Redish (2006).

El gráfico SC de la figura 7 representa un espacio de puntos de «concentración» y «puntaje» que precisa el estado de comprensión del estudiante para un instante cuando contesta una pregunta que ha desencadenado el uso de sus modelos de razonamiento. Al ir aprendiendo en el tiempo, el punto representativo del estado de comprensión se mueve en el espacio de configuraciones SC describiendo una curva que podría denominarse la curva de aprendizaje. Si solo se examina en dos momentos, tenemos dos parejas de datos para construir tan solo el largo de un segmento dirigido y que bien podría denominarse el vector de aprendizaje del estudiante. Bao y Redish (2000) dicen que el vector indica cómo evoluciona el estado debido a la instrucción, y por tanto corresponde al vector de evolución conceptual de una población determinada.

Tabla 2.
Codificación de concentración sugerida por Bao, tomada de Bao (2006)

<i>Puntaje (S)</i>	<i>Nivel</i>	<i>Concentración (C)</i>	<i>Notación</i>
0,0-0,4	Bajo	0,0-0,2	L
0,4-0,7	Medio	0,2-0,5	M
0,7-1,0	Alto	0,5-1,0	H

La codificación de las zonas se establece de acuerdo con la tabla 2 y usa letras del idioma inglés: L, bajo; M, medio, y H, alto. Por ejemplo, un punto en la zona LL (con bajo puntaje y baja concentración) puede indicar que la mayoría de los estudiantes no tienen un modelo dominante de razonamiento sobre el tema y sus respuestas son contestadas al azar. De otra manera, con puntuaciones similares, un punto de LH implica que la prueba activa un modelo incorrecto dominante, según Bao y Redish (2006).

Con esta codificación de Bao y Redish (2006) se pueden construir gráficos de concentración (C) en función del puntaje promedio (S) para cada pregunta y, en ese caso, ver la evolución de los grupos desde un estado inicial (pretest) hasta un estado final (postest) después de la instrucción. En este estudio, a pesar de que son tres cursos experimentales, se forma un solo grupo para analizar los vectores de evolución de cada pregunta del test que representa cómo cambia el estado SC por acción de la meto-

dología PODS-ExD y otro gráfico de los vectores de evolución para analizar el cambio del estado SC del grupo control debido al método tradicional.

METODOLOGÍA

Caracterización de la población intervenida

Los grupos experimentales y de control para el estudio se formaron de una combinación de estudiantes de diferentes programas de ingeniería que se matricularon en el curso «Física Mecánica» en el segundo o tercer semestre de sus carreras de dos universidades similares. Para entonces, los estudiantes ya habían aprobado asignaturas como «Cálculo diferencial» o «Álgebra lineal» y estaban viendo «Cálculo integral». Cada curso estaba formado por 30 estudiantes con una edad media entre 17 y 19 años, con porcentajes similares de ambos sexos. Las carreras de ingeniería fueron: Ambiental, Eléctrica, Civil, Electrónica, Industrial, Mecánica, Sistemas y Alimentos. Hubo tres cursos experimentales de «Física 1» compuestos por 81 estudiantes en total: dos cursos de la Universidad de la Salle (55) y otro de la Universidad Central (26). Se tomaron muestras de dos grupos control de, aproximadamente, 26 estudiantes por curso de cada universidad.

Los cursos eran similares de acuerdo con características como la edad, el puntaje de examen estatal, el estado social y el contenido de los cursos para los primeros semestres de instrucción de cada programa de ingeniería. En el momento de la implementación de la metodología, las dos universidades asignaron seis horas por semana de instrucción al curso de física 1 (4 en el aula y 2 en el laboratorio). Ambas universidades se encuentran en el centro de Bogotá y distan 1 km entre ellas. La introducción del tema de fluidos se realizó en las últimas semanas del semestre escolar de 16 semanas del curso. Con el método tradicional, solo se utilizaron tres sesiones de dos horas para instruir la ecuación de Bernoulli, resolver ejemplos de aplicación de la ecuación e ilustrar situaciones. En los grupos experimentales se utilizaron cuatro sesiones: una sesión de inducción con el método PODS para los grupos experimentales y tres sesiones para trabajar el PODS utilizando la secuencia de (ExD) relacionada con la ley de Bernoulli. Aunque los cursos tenían un promedio de 30 estudiantes, los estudiantes que faltaron a alguna sección de esas dos últimas semanas, tanto en los grupos experimentales como en los grupos de control, fueron retirados del estudio.

Se asume que una sesión adicional de la metodología activa en los grupos experimentales no es un factor incidente para tener más éxito en los grupos control. La sesión adicional se usó para que el grupo experimental aprendiera cómo actuar con la metodología activa y para ello se utilizaron situaciones de la física distintas a la ecuación de Bernoulli.

PODS-ExD en el aula de clase y guías de control

Se construyeron dos guías de control que plantean la secuencia de experimentos ExD para ayudar a desarrollar la metodología PODS-ExD. Estas son guías de la actividad en aula de acuerdo con los pasos de la metodología en estudio y permiten que la secuencia de ExD con la metodología PODS vaya desarrollándose y controlándose al unísono en cada curso. La implementación de tal metodología se preparó como sigue:

1. La actividad se planifica en el plan de desarrollo de la asignatura y se entrega a cada estudiante al inicio del semestre.

2. Una semana antes de la actividad, se recuerda a los estudiantes el plan y se organizan en subgrupos de tres a cuatro estudiantes en cada curso para trabajar. Se pide a los subgrupos una lista de materiales de bajo costo que deben traer.
3. Antes de la semana de la actividad, el profesor de la asignatura «Física 1» da una clase magistral sobre fluidos y plantea la ecuación de Bernoulli para fluidos.
4. La semana de actividades inicia con una revisión de materiales y se entrega la guía de control para cada estudiante; la clase en cada curso se organiza de acuerdo con los subgrupos preestablecidos.
5. Se explica el método PODS, se ilustra con una situación activa y se ejercita con otras dos situaciones.
6. Para fomentar la puntualidad y la asistencia, se acordó que, si los estudiantes llegaban antes que el profesor, se les daba un bono sobre alguna evaluación importante. Esto funciona.
7. Se acordó no realizar ningún experimento antes de que todos los subgrupos en cada curso hubieran terminado de hacer predicciones.

Las guías de control empiezan con situaciones que reafirmaron el sentido común a través de las cuatro fases de PODS. Un ejemplo de esto se ilustra en las figuras 8a y 8b. Cuando en el experimento que se muestra en la figura 8a el alumno sopla, el hecho físico obvio es que la hoja de papel se aleja del pitillo o pajita, empujada por la fuerza de flujo que incide en la hoja de papel. En este caso, el estudiante observa que la hoja de papel se aleja de la acción de un flujo que choca frontalmente.

Los estudiantes expresan ideas como: «el aire soplado por la pajita empuja la hoja de papel», «el flujo que sale de la paja afecta a la parte frontal de la hoja de papel y la empuja», etc. El estudio de esta situación pasa por las fases de predicción, observación, discusión y síntesis. La situación es fácil para que los estudiantes una vez más se ejerciten en usar PODS. La siguiente actividad plantea una situación contraintuitiva (véase figura 8b).

De acuerdo con la guía, los estudiantes deben predecir qué sucederá con los globos cuando soplen fuertemente con una pajita en medio de estos. La mayoría de los estudiantes hacen predicciones como: «Si se sopla en medio de los globos, estos se separan». En algunas ocasiones, todos los miembros del subgrupo aceptaron tal conjetura; en caso contrario, tenían que discutir hasta llegar a una sola «predicción», que luego debían sustentar en el curso. Todos debían escribir en su guía de control.

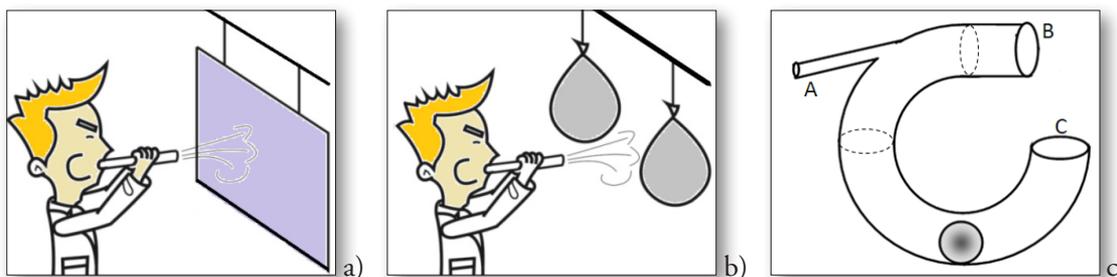


Fig. 8. a) Soplando frente a una hoja de papel. b) Soplando en medio de los globos. c) Soplador mágico como un ExD.

Luego deben construir el montaje, accionarlo y «observar». El hecho de ver que los globos se juntan produce una gran sorpresa; en realidad, causa discrepancia porque esperan que los globos se separen y no que se junten. Repiten el experimento varias veces porque no creen lo que están viendo. Les genera disonancia y esa incomodidad psicológica hace que se movilicen para tratar de dar una explicación al fenómeno.

Se sugiere que «discutan» y lleguen a un consenso del mecanismo de explicación del fenómeno para que lo compartan con todos los estudiantes del curso. Un ejemplo de estas explicaciones es: «El aire en movimiento que sale del tubo y llega entre los globos desplaza el aire entre ellos y genera un vacío hacia el cual se mueven los globos». Este es un razonamiento alternativo a la explicación con la ecuación de Bernoulli, pero en cierto modo es correcto.

En la fase de «síntesis», la idea es que todos los estudiantes del curso puedan escuchar a un portavoz de cada subgrupo de tres estudiantes; el profesor interviene, refiriéndose a las explicaciones de los participantes sobre el fenómeno, y clarifica las explicaciones usando la ecuación de Bernoulli. En esta fase la idea es que el profesor haga preguntas y ayude a construir el mecanismo de explicación del fenómeno. Para resumir el ciclo del proceso, se «predice», se «observa», se «discute» y se «sintetiza».

Durante cada ciclo de PODS con ExD, se les permite un corto período de tiempo para escribir en sus guías de control, pero es necesario limitar el tiempo para continuar con los otros montajes de ExD. De esta manera, se completaron aproximadamente 6 situaciones en cada sesión de dos horas.

Para toda la estrategia PODS-ExD, se desarrollaron 16 situaciones durante las tres sesiones de dos horas cada una. Algunos montajes eran difíciles de construir y se les entregó construido para solo accionar y ahorrar tiempo. Por ejemplo, el soplador mágico de la figura 8c. Este montaje fue teorizado por Barbosa (2011) y se les entregó una réplica en vidrio para accionar en cada subgrupo.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Efectividad de la metodología

Las respuestas de los estudiantes se han compilado en tablas de Excel, a través de una aplicación previamente programada en C++ que tiene en cuenta las definiciones dadas en ecuaciones (2), (3) y (4). Cuando se ejecuta el programa lee tres archivos: la clave y el de respuestas de los estudiantes para el cuestionario de la ecuación de Bernoulli, en pretest y postest. Los resultados de ganancia de Hake de cada grupo obtenidos se muestran en la tabla 3. Por simplicidad, el puntaje promedio del pretest se denota por $\langle S_o \rangle$, la desviación estándar de $\langle S_o \rangle$ como σ_{pre} , el promedio del puntaje de postest es $\langle S_p \rangle$, la desviación estándar de $\langle S_p \rangle$ es σ_{post} , la ganancia normalizada de Hake se denota por $\langle g \rangle$ y la desviación estándar de la ganancia normalizada de Hake es $\Delta\langle g \rangle$.

En los grupos experimentales, la ganancia $\langle g \rangle$ fue mayor a 0,5 con una desviación estándar $\Delta\langle g \rangle$ en el rango de 0,18 y 0,24. Es un valor mejor de lo esperado ya que cuando se compara con los valores de ganancia reportados por Hake, sobre las metodologías activas, se igualan e incluso se superan. Generalmente, las metodologías tradicionales reportan valores menores a 0,3 y las activas entre 0,3 y 0,5. Ahora bien, los valores de ganancia calculados para los grupos experimentales 1 y 3 superan esos valores. Sus ganancias fueron $\langle g \rangle = 0,65$ y $\langle g \rangle = 0,67$ con desviaciones respectivas de $\Delta\langle g \rangle = 0,18$ y $\Delta\langle g \rangle = 0,17$. Nótese que 0,18 respecto a 0,65 corresponde al 27 %, mientras que 0,17 respecto a 0,67 corresponde al 25 %. Es decir, hay una alta concentración alrededor de la media en la ganancia de los grupos 1 y 3, lo que significa que los valores de la ganancia son bastante certeros. Al contrario que esto, los valores de ganancia para los grupos de control son, primero, más bajos respecto a los grupos experimentales, y segundo, una ganancia de $\langle g \rangle = 0,26$ con desviación de $\Delta\langle g \rangle = 0,26$ significa que los valores están muy dispersos y que el valor para la metodología tradicional es poco confiable.

Tabla 3.

Esta tabla muestra los resultados de los puntajes promedio, la ganancia y sus respectivas desviaciones para los tres grupos experimentales y el grupo de control. Las desviaciones de la ganancia $\Delta\langle g \rangle$ se calculan con el tratamiento convencional usando la ecuación 4

	Control	Exp1	Exp2	Exp3
$\langle S_o \rangle$	0,26	0,24	0,24	0,09
σ_{pre}	0,16	0,14	0,15	0,07
$\langle S_f \rangle$	0,47	0,73	0,67	0,70
σ_{pos}	0,15	0,13	0,17	0,15
$\langle g \rangle$	0,26	0,65	0,57	0,67
$\Delta\langle g \rangle$	0,26	0,18	0,24	0,17

Dice Hake que los anchos de la desviación estándar no son el resultado de un error experimental, sino que reflejan las características variables y propias de los estudiantes. Es decir, se asume la homogeneidad de los grupos, pero no hay tal certeza. Redish (1994) llama a estos anchos «principio de ancho de línea». Estos anchos crean una incertidumbre en los promedios previos a la prueba y en las ganancias promedio normalizadas $\langle g \rangle$. Para este caso, en el que la desviación estándar de la ganancia normalizada tiene el mismo valor que la ganancia del grupo de control, podría interpretarse que el instrumento tiene una zona ciega. Como los cambios son pequeños, el ancho de línea referido por Redish y Hake genera una exigua certeza en el resultado.

Otra interpretación es que la metodología tradicional genera un cambio tan pequeño en la ganancia del grupo que no se puede asegurar un aprendizaje efectivo. Por el contrario, el PODS-ExD genera un cambio suficiente en el grupo experimental que asegura un aprendizaje efectivo del concepto.

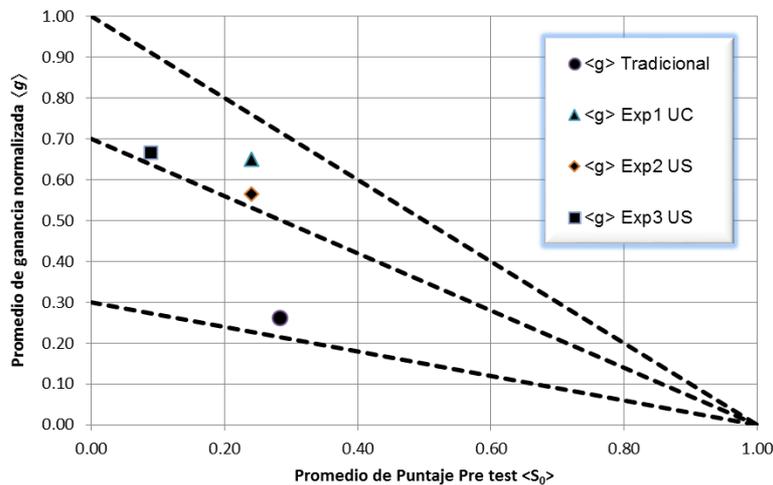


Fig. 9. Gráfica de ganancia promedio normalizada de Hake $\langle g \rangle$ en función del puntaje promedio del pretest, « $\langle g \rangle - \langle S_o \rangle$ » Nótese que los grupos experimentales de la estrategia PODS-ExD están en la zona de alta-g, mientras que el grupo control está en la zona de baja-g.

Para este estudio, la figura 9 muestra un gráfico de la ganancia normalizada de Hake en función del promedio del puntaje del pretest con datos de la tabla 3. Los puntos dentro del gráfico corresponden a valores de ganancia de los tres grupos experimentales y el grupo de control (círculo lleno) con sus respectivos puntajes promedios pretest. Como se puede observar, el rombo precisa la ganancia del grupo experimental (2), el triángulo es del (1) y el cuadrado del (3). Estos tres valores de ganancia de los grupos experimentales caen en una zona de alta-g, mientras que para el caso tradicional el valor cae en una zona de baja-g.

Si se cogen los tres valores de ganancia de los grupos desde la tabla 3, se suman y se promedian,

$$\langle\langle g \rangle\rangle_{\text{PODS-ExD}} = \frac{\langle g \rangle_{\text{Exp1}} + \langle g \rangle_{\text{Exp2}} + \langle g \rangle_{\text{Exp3}}}{3} \quad (8)$$

se obtiene un promedio de ganancia normalizada de 0,63. Desde la propia tabla se sabe que el valor de ganancia promedio normalizada para el grupo control es $\langle g \rangle_{\text{trad.}} = 0,26$; entonces se puede saber la razón entre ambos valores,

$$\frac{\langle\langle g \rangle\rangle_{\text{PODS-ExD}}}{\langle g \rangle_{\text{trad.}}} = 2.42 \quad (9)$$

Si se asume lo que dice Hake, que $\langle g \rangle$ es una medida válida de la efectividad del método para promover el aprendizaje, en promedio, se infiere que la estrategia PODS-ExD es más efectiva, a la hora de construir conceptos, que la estrategia tradicional, en casi el doble. De modo exacto, se puede precisar que

$$\langle\langle g \rangle\rangle_{\text{PODS-ExD}} = 2.42 \langle g \rangle_{\text{trad.}} \quad (10)$$

Este resultado sugiere que el uso de la estrategia PODS-ExD puede aumentar la ganancia en los grupos experimentales sobre la comprensión de la ecuación de Bernoulli mucho más allá de la obtenida con el método tradicional.

Evolución del aprendizaje

Similar al observable anterior y usando las mismas matrices de respuestas de los estudiantes sobre el cuestionario de Bernoulli, se ha construido una aplicación en C++ que tiene en cuenta la definición dada en la ecuación (5). Cuando se ejecuta el programa, este lee dos archivos para procesar: la clave y las respuestas de los estudiantes del cuestionario de la ecuación de Bernoulli del pretest. Con esto se calculan valores para el inicio de los vectores de evolución; luego se repite, pero ahora con las respuestas del postest para calcular el final de los vectores para la estrategia POD-ExD y para la estrategia tradicional. Los tres grupos experimentales se combinaron en un solo archivo y los grupos control en otro.

La figura 10 muestra dos gráficos de concentración (C) en función del puntaje promedio (S). El gráfico *a*) fue construido con datos del grupo experimental, donde fue implementada la estrategia PODS-ExD; el gráfico *b*) fue construido con datos del grupo control, donde fue implementada la estrategia tradicional. Los vectores son dibujados para cada pregunta del cuestionario de Bernoulli

desde un punto inicial del espacio puntaje promedio-concentración ($\langle S_0 \rangle, C_0$) (símbolos vacíos) hasta un punto final ($\langle S_f \rangle, C_f$) (símbolos llenos). Se asume que la longitud del vector y la inclinación en el primer cuadrante pueden representar la evolución del razonamiento del estudiante, por ejemplo, la pregunta 6 en ambos grupos representa esta idea, pero en *a*) es más largo que en *b*), y se puede inferir que hubo un mejor cambio en *a*) que en *b*). La idea es poder determinar la evolución, pero un vector inclinado también puede representar involución, por ejemplo, la pregunta 4 en el grupo de control. En ambos gráficos, los datos ($\langle S_0 \rangle, C_0$) de la prueba previa utilizan símbolos sin rellenar (diamantes) para el grupo PODS-ExD y (círculos) para el grupo de control. Los datos ($\langle S_f \rangle, C_f$) de la prueba posterior utilizan los mismos símbolos (diamantes negros completos) para el grupo PODS-ExD y (círculos negros completos) para el grupo de control.

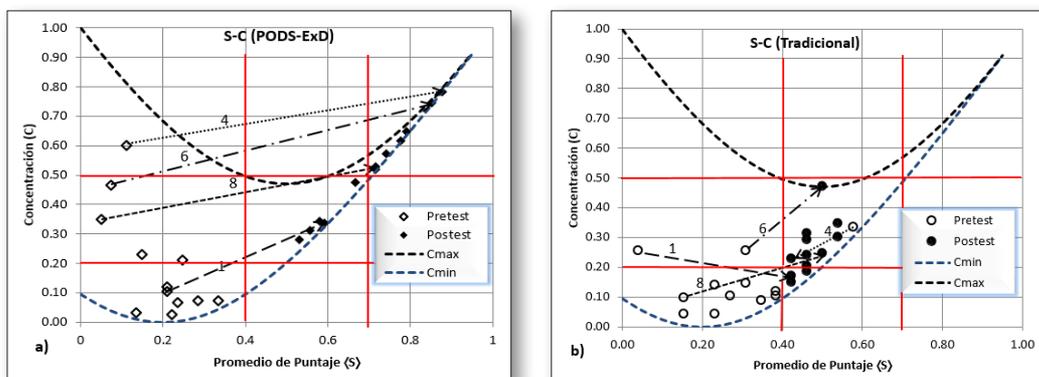


Fig. 10. Vectores de evolución de Bao para la estrategia PODS-ExD en *a*) y el grupo control en *b*). Los vectores son dibujados para cada pregunta del cuestionario de Bernoulli desde un punto inicial ($\langle S_0 \rangle, C_0$) (símbolos vacíos) hasta un punto final ($\langle S_f \rangle, C_f$) (símbolos llenos).

Se observa que, para ambas poblaciones de estudiantes, las respuestas de la prueba previa proporcionan datos de puntaje promedio y concentración en zonas de LM, MM y LL, según la gráfica de referencia de la figura 7, que identifica los niveles de razonamiento; estas áreas están en la zona de azar o donde los estudiantes tienen mezcla de varios modelos alternativos. En el pretest, las preguntas 4, 6 y 8 para el grupo experimental tienen una concentración más alta que las otras preguntas, lo que indica presencia y uso de un modelo común dominante e incorrecto para razonar, ya que además reportan baja concentración. Al revisar la distribución de las preguntas para el pretest se puede decir que el estado de comprensión de ambos grupos es bajo y similar, un poco mejor el del grupo control. Después de la instrucción, la mayoría de las respuestas van hacia zonas HH para el grupo experimental y MM para el grupo control. En este caso, se nota un mayor cambio conceptual en el grupo experimental intervenido con PODS-ExD que el grupo control intervenido con el método tradicional.

Ya que la pregunta 4 presenta cierta anomalía respecto al comportamiento de las demás en el grupo control, se examina como caso particular. Cruzando las matrices con el cuestionario, la respuesta más seleccionada en la pregunta 4 fue la respuesta *a*) y esta corresponde a un ítem donde hay un montaje de tubos con una esferita dentro, como en la figura 11. Los estudiantes eligen incorrectamente *a*), que dice que la esfera permanece inmóvil cuando se sopla por la boca del tubo A. La respuesta correcta en este caso es *d*). Al parecer, el modelo incorrecto es el que según la forma de los tubos hace pensar al estudiante en un fluido discreto y estático que nada tiene que ver con el fluido que acompaña a la esfera en la parte inferior del montaje. Quizás el modelo hace pasar inadvertido el aire. Si se quiere ahondar más en otras preguntas, se sugiere ir al cuestionario sobre la ecuación (Barbosa, 2013).

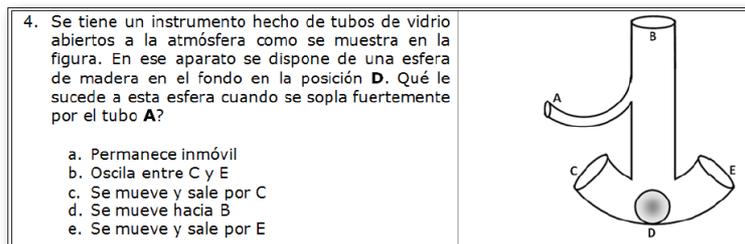


Fig. 11. Una de las preguntas del cuestionario de Bernoulli. Esta muestra una alta concentración y un bajo promedio de puntaje para el grupo experimental en el espacio de configuraciones $(\langle S_o \rangle, C_o)$ de la figura 7.

Se observa que el grupo de control evoluciona la mayoría de sus respuestas del cuestionario de la ecuación de Bernoulli a la zona MM, pero las respuestas 1 y 4 tienen un comportamiento anómalo que va al área de ML, una zona aleatoria donde los estudiantes no usaron el modelo, sino que respondieron al azar según la teoría de Bao. Se puede ver también que en estas preguntas el grupo de control presenta una gran confusión tras la instrucción. Al cruzar las respuestas con los distractores de esta pregunta, los estudiantes contestaron eligiendo más la opción *b*) y la opción *e*). Por el contrario, el grupo con metodología activa evolucionó sus respuestas a la zona MH o HH, una zona donde se asume que la población responde la pregunta desde el modelo correcto de Bernoulli.

En general, para los grupos experimentales, con uso de PODS-ExD, se originan unos vectores de evolución, según la tabla 4, donde la mayoría de las respuestas van desde las zonas LM y LL a las zonas HM y HH. Estas zonas son de concentración alta con puntaje promedio alto, es decir, son zonas de modelos de razonamiento correctos, como el modelo de la ecuación de Bernoulli que usa la comunidad científica para explicar. Esto significa que los estudiantes pasan de un estado de «concepción errónea» o «intuición aleatoria» a un estado de «concepciones similares a como respondería la comunidad científica». Al comparar las respuestas de pretest y postest en ambos grupos, se observa una mejor evolución para el grupo con metodología activa que para el grupo con metodología tradicional.

Tabla 4.
 Datos de vectores evolución para las 12 preguntas del cuestionario de Bernoulli para grupo PODS-ExD y grupo control

ítem	<i>S vs C (PODS-ExD)</i>				<i>S vs C (Grupo control)</i>			
	Pretest		Postest		Pretest		Postest	
No	S_o	C_o	S_f	C_f	S_o	C_o	S_f	C_f
1	0,15	0,23	0,74	0,57	0,04	0,26	0,42	0,17
2	0,14	0,03	0,53	0,28	0,15	0,04	0,46	0,20
3	0,21	0,12	0,78	0,62	0,38	0,12	0,46	0,31
4	0,11	0,60	0,85	0,74	0,58	0,33	0,42	0,23
5	0,25	0,21	0,58	0,34	0,27	0,10	0,54	0,30
6	0,07	0,47	0,79	0,65	0,31	0,26	0,50	0,47
7	0,21	0,10	0,59	0,34	0,15	0,10	0,50	0,25
8	0,05	0,35	0,72	0,52	0,23	0,14	0,54	0,35
9	0,33	0,07	0,72	0,53	0,35	0,09	0,46	0,24
10	0,22	0,03	0,56	0,31	0,38	0,10	0,46	0,18
11	0,28	0,07	0,88	0,78	0,31	0,14	0,42	0,15
12	0,23	0,07	0,67	0,47	0,23	0,04	0,46	0,29

También se pueden visualizar los vectores de evolución posicionándolos todos del origen en el plano cartesiano, como se observa en la figura 12, para compararlos.

Como el cuestionario de la ecuación de Bernoulli posee 12 ítems, se pueden construir 12 vectores de evolución para cada grupo. Para construir el vector se hace la diferencia entre las coordenadas $(\langle S_f \rangle, C_f)$ y $(\langle S_0 \rangle, C_0)$. La diferencia provee la componente horizontal y vertical, respectivamente, $(\Delta \langle S \rangle = \langle S_f \rangle - \langle S_0 \rangle)$ y $(\Delta C = C_f - C_0)$; luego se puede obtener la evolución representada por la longitud de cada vector y su inclinación en el plano cartesiano.

Nótese que las componentes de los vectores evolución para el grupo experimental (figura 12a) siempre son positivas, mientras que algunas componentes de los vectores para el grupo control (figura 12b) son negativas, por ejemplo, en las preguntas (1) y (4). Al comparar los dos gráficos, se muestra que la metodología PODS-ExD logra componentes más largas de los vectores que el grupo control. Si consideramos que la longitud del vector y la inclinación representan la evolución en los grupos de aprendizaje instruidos con respecto a una situación planteada por cada pregunta del cuestionario, la mayoría de las preguntas muestran que PODS-ExD supera con creces al grupo control. Por ejemplo, la pregunta 11 con PODS-ExD muestra evolución, mientras que en el grupo de control no. Las preguntas 1 y 4 muestran evolución con PODS-ExD, mientras que las mismas preguntas presentan una involución con el grupo control.

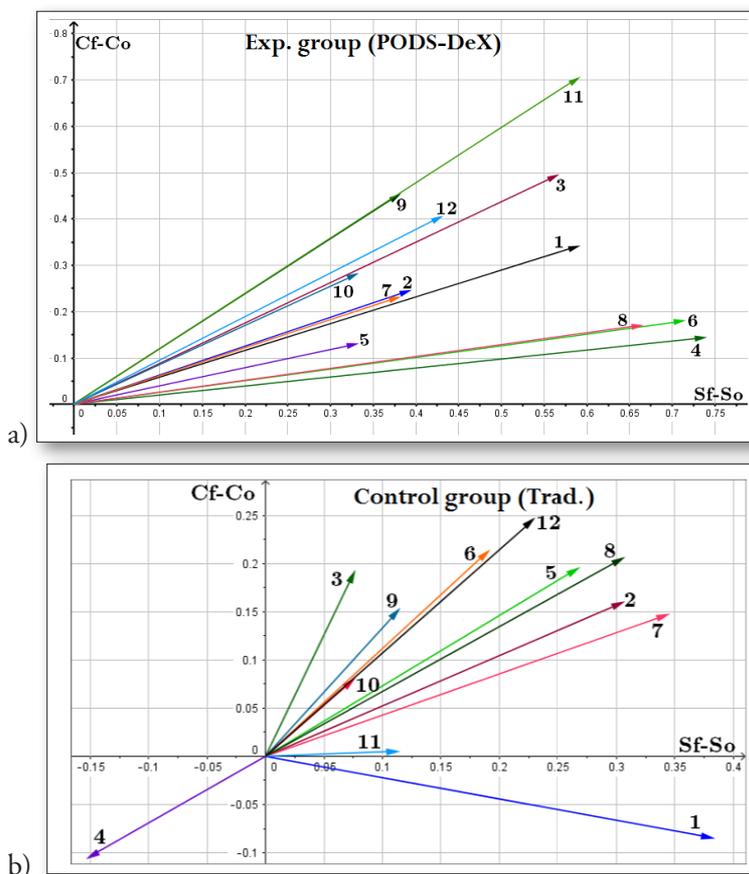


Fig. 12. Vectores de evolución de Bao para ambos grupos. Los números en cada vector representan la respectiva pregunta del cuestionario de Bernoulli. En a) se muestran los doce vectores de Bao para el grupo con metodología PODS-ExD y en b) los vectores del grupo control.

En general, para las preguntas 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11 se muestra la evolución conceptual en ambos grupos, pero los vectores del grupo experimental son más largos que los del grupo control. Para entender esta comparación de los vectores para ambos métodos es importante ser consciente de la escala de los ejes para reconocer que el grupo experimental con método activo presenta mejores resultados que el grupo control con método tradicional.

CONCLUSIONES

Se ha comprobado que la nueva estrategia denominada PODS-ExD es más efectiva que el método tradicional. La nueva estrategia se caracteriza por generar un ambiente interactivo que permite aprender el concepto que subyace tras la ecuación de Bernoulli en estudiantes universitarios de primeros semestres de ingeniería. Esta efectividad fue medida por la ganancia normalizada de Hake, $\langle g \rangle$, con información obtenida al aplicar un cuestionario de 12 preguntas sobre la ecuación de Bernoulli antes de la implementación de la metodología de instrucción y posterior a la metodología de instrucción. La implementación se hizo sobre tres grupos experimentales y dos grupos de control en dos universidades privadas muy cercanas y con similares características en su población. El instrumento usado para activar los modelos de razonamiento sobre la ecuación de Bernoulli en los estudiantes fue un cuestionario previamente validado dentro del marco de la teoría clásica del test, publicado por una revista de educación en ingeniería que siguió los estándares de diseño, construcción y validación de un cuestionario para indagar el aprendizaje de la ecuación de Bernoulli en poblaciones de aprendizaje de la física. Se observó que los valores de ganancia para los grupos experimentales estuvieron en el régimen de alta ganancia, mientras que para el grupo control estuvieron en el régimen de baja ganancia, como se observa en la figura 9. Si se asume que $\langle g \rangle$ es una medida válida de la efectividad del método usado para propiciar el aprendizaje de un tema en una población de estudiantes, en promedio, parece que la metodología PODS-ExD es casi el doble de efectiva que el método tradicional. Exactamente, se encontró que, en promedio, $\langle \langle g \rangle \rangle_{\text{PODS-ExD}} = 2,42 \langle g \rangle_{\text{trad}}$. Se puede inferir entonces que la metodología activa genera un ambiente de aprendizaje más favorable para propiciar el aprendizaje de la ecuación de Bernoulli, en estudiantes universitarios de primeros semestres, que la clase tradicional. La razón de este hecho puede ser que una clase PODS-ExD brinda mayor interacción de los estudiantes con el experimento, con sus compañeros y con el profesor, así como una mayor posibilidad de participación a la hora de construir mecanismos de explicación de los fenómenos. Es decir, se genera una vivencia de experiencia, lenguaje y conocimiento sobre la ecuación de Bernoulli y no solo de exposición de conocimiento, como en el caso de la metodología tradicional. La interacción en una clase PODS-ExD implica mayor movilización de los participantes, más actividades que involucran el cuerpo y la mente del estudiante, lo cual es proporcional a la mayor ganancia encontrada.

Por otra parte, desde los vectores de evolución de Bao, se ha visto que los grupos experimentales alcanzan mayor comprensión en la mayoría de las preguntas del cuestionario sobre la ecuación de Bernoulli. Si se asume que la longitud del vector es proporcional a la comprensión que gana el estudiante durante la instrucción, los grupos intervenidos con PODS-ExD presentan mayor cambio que los grupos de control, como se observa en la figura 10 y se precisa en la tabla 4. Según la figura 10 y al comparar los gráficos *a*) y *b*), puede notarse que el grupo control comenzó con un estado de comprensión más alto que el grupo experimental. Algo de esto hace que los vectores de Bao del grupo experimental sean más largos que los del grupo control. Pero lo más relevante es que los vectores de evolución del grupo experimental sí llegan a la zona HH dada por el modelo correcto de los estudiantes sobre la ecuación de Bernoulli, mientras que para el grupo control solo llegan a la zona MM de modelos de pensamiento mezclados de los estudiantes, o quizás incorrectos, de la ecuación.

Finalmente, se puede inferir que resulta de gran relevancia reconocer que la ecuación de Bernoulli puede ser mejor aprendida por estudiantes de ingeniería cuando se instruye mediante un método activo que use experimentos discrepantes. Una de las razones de esta claridad es que un método activo con experimentos discrepantes genera un cúmulo fértil de vivencias (interacción) que pueden ser el insumo para que el estudiante asimile el conocimiento que subyace tras la ecuación de Bernoulli para fluidos.

AGRADECIMIENTOS

Al Departamento de Ciencias Naturales de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas de la Universidad Central por su apoyo en esta investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alomá, E. y Malaver, M. (2006). Theoretical Comparison of Average Normalized Gain Calculations. *American Journal of Physics*, 74(10), 917-922. <https://doi.org/10.1119/1.221363>
- Anderson, O. R. y Boticelli, S. (1990). Quantitative analysis of control organization in some Biology text varying in textual composition. *Science Education*, 74(2), 167-172. <https://doi.org/10.22201/fq.18708404e.2005.1.66143>
- Bao, L. (2006). Theoretical Comparison of Average Normalized Gain Calculations. *American Journal of Physics*, 74(10), 917-922. <https://doi.org/10.1119/1.2213632>
- Bao, L. y Redish, E. (2001). Concentration analysis: A quantitative assessment of student states. *American Journal of Physics*, 69(S45), 917-922. <https://doi.org/10.1119/1.1371253>
- Bao, L. y Redish, E. (2004). *Educational Assessment and Underlying Models of Cognition*. In *The Scholarship of Teaching and Learning in Higher Education*. Indiana: University Press.
- Bao, L. y Redish, E. (2006). Model Analysis: Assessing the Dynamics of Student Learning. *Physics Review Special Topics-Physics Education Research*, 2, 010103. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.2.010103>
- Barbosa, L. H. (2008). Los experimentos discrepantes en el aprendizaje activo de la física. *Latin-American Journal of Physics Education*, 2(3), 246-252.
- Barbosa, L. H., Mora, C., Talero, P. y Organista, J. (2011). El soplador Mágico: Un experimento discrepante en el aprendizaje de la ley de presión hidrodinámica de Bernoulli. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 33, 4309. <https://doi.org/10.1590/S1806-11172011000400009>
- Barbosa, L. H. (2013). Construcción, validación y calibración de un instrumento de medida del aprendizaje: Test de Ley de Bernoulli. *Revista Educación en Ingeniería*, 8(15), 24-37. <https://doi.org/10.26507/rei.v8n15.301>
- Barbosa, L. H. y Mora-Ley, C. (2013). Montajes de ExD para incorporar la ley de presión hidrodinámica de Bernoulli en ambientes escolares de Ingeniería. *Latin-American Journal of Physics Education*, 7(3), 399-406.
- Bauman, R. (2000). An alternative derivation of Bernoulli's principle. *American Journal of Physics*, 68(3), 288-289. <https://doi.org/10.1119/1.19423>

- Bauman, R. y Schwaneberg, R. (1994). Interpretation of Bernoulli's Equation. *Physics Teacher*, 32, 478-488.
<https://doi.org/10.1119/1.2344087>
- Brown, P. F. y Friedrichsen P. (2011). Teaching Bernoulli's principle through demonstrations. *Science Activities: Classroom Projects*, 48(2), 65-70.
<https://doi.org/10.1080/00368121.2010.528075>
- Guillen, M. (2010). *Cinco ecuaciones que cambiaron el mundo. El poder y la oculta belleza de las matemáticas*. México: Drokerz.
- Hake, R. (1998). Interactive-Engagement versus Traditional Methods: A Six-Thousand-Student Survey of Mechanics Test Data for Introductory Physics Courses. *American Journal of Physics*, 66(64), 64-74.
<https://doi.org/10.1119/1.18809>
- Hestenes, D. Wells, D. y Swackhammer, G. (1992). Force concept inventory. *Physics Teacher*, 30, 3, 141-151.
<https://doi.org/10.1119/1.2343497>
- Kamela, M. (2007). Thinking about Bernoulli. *The Physics Teacher*, 45, 379-381.
<https://doi.org/10.1119/1.2840970>
- Liem, T. (1982). *Invitations to Science Inquiry*. California, USA: Science Inquiry Enterprises, Chino Hill.
- Martin, D. (1983). Misunderstanding Bernoulli. *The Physics Teacher*, 21, 37.
<https://doi.org/10.1119/1.2341184>
- Mc Dermott, L. y Redish, E. F. (1999). Resource Letter: PER-1: Physics Education Research. *American Journal of Physics*, 67, 755-767.
<https://doi.org/10.1119/1.19122>
- Peralta, R. (2007). *Fluidos: Apellido de los líquidos y los gases*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Redish, E. (1994). Implications of cognitive studies for teaching physics. *American Journal of Physics*, 62, 796-803. <http://dx.doi.org/10.1119/1.17461>
- Sokoloff, D. R. (2006). *Active Learning in Optics and Photonics: Training Manual*. Unesco-ICTP.
- Sokoloff, D. R. y Thornton, R. K. (1997). Using interactive lecture demonstrations to create an active learning environment. *Physics Teacher*, 35, 340.
<http://dx.doi.org/10.1119/1.2344715>
- Vega, F. G. (2017). Dificultades conceptuales para la comprensión de la ecuación de Bernoulli. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 14(2), 339-352.
http://dx.doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2017.v14.i2.04
- Weltner, K. (2015). Misinterpretations of Bernoulli's law. https://www.researchgate.net/publication/303974495_Misinterpretations_of_Bernoulli's_Law

Introducing discrepant experiments for understanding Bernoulli's principle in the classroom

Luis Hernando Barbosa

Depto. de Ciencias Naturales, Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas,
Universidad Central. Bogotá, Colombia.

lbarbosab@ucentral.edu.co

We introduce the results of an experiment in physics education based on the Bernoulli's law of hydrodynamic pressure. The mentioned experiment was planned to undergraduate students of engineering, in which an active methodology –Prediction, Observation, Discussion, Synthesis (PODS)– was proposed, as well as a remarkable educational tool, discrepant experiments (DeX's). Drawing on previous studies, we assume this type of DeX is favorable for having a good learning atmosphere into the classroom activities. Using PODS-DeX's as new active methodology, it was implemented in 3 experimental groups in a physics course and their performance was compared with a control group. Hake's average normalized learning gain and Bao's evolution vector obtained by Bao's concentration factor were utilized for measuring the students' performance by means of a conceptual inventory on Bernoulli's law in both groups. Based on these measurements, the results of the conceptual test strongly suggest that the use of PODS-DeX's strategies can increase the learning gain about Bernoulli's law far better than traditional methodology. In most cases, the PODS-DeX's courses are more than twice as effective in constructing basic concepts as traditional courses, given by $\langle g \rangle_{PODS-DeX} = 2.38 \langle g \rangle_{trad}$. Hake's average normalized learning gain and Bao's evolution vector have determined an active methodology as PODS-DeX promotes better conceptual learning of the Bernoulli's law than the traditional methodology.