



# El empobrecimiento matemático de las propuestas de enseñanza de Física en los textos oficiales de secundaria

The mathematical impoverishment of recommendations for teaching in official physics textbooks at high-school level

Joaquim Barbe

*Dpto. de Física, Universidad de Santiago de Chile, Chile.*  
joaquim.barbe@usach.cl

Lorena Espinoza

*Dpto. de Matemática y CC, Universidad de Santiago de Chile, Chile.*  
lorena.espinoza@usach.cl

Uwe Gellert

*Dpto. de Educación y Psicología, Universidad Libre de Berlín, Alemania.*  
uwe.gellert@fu-berlin.de

**RESUMEN** • En este trabajo presentamos los resultados de caracterizar las propuestas de enseñanza de los textos oficiales de Física en Chile de 7.º básico a 2.º medio, con el propósito de identificar factores de naturaleza curricular que dificultan el paso de los estudiantes de educación básica a educación media, y que obstaculizan el logro de los aprendizajes esperados declarados en los programas de estudio. Para ello usamos como marco teórico la teoría antropológica de lo didáctico (Chevallard, 1999), en particular la noción de praxeología. Fruto de dicho análisis pudimos establecer un fenómeno didáctico que denominamos «la desmatematización de las propuestas de enseñanza de la Física en la enseñanza secundaria». Creemos que este no es un hecho aislado de Chile y que puede ser un fenómeno didáctico de carácter más general, tal y como lo enuncia Chevallard (2013).

**PALABRAS CLAVE:** enseñanza de la Física; textos escolares; enseñanza media; fenómeno didáctico.

**ABSTRACT** • This article presents an analysis of physics textbooks for 7<sup>th</sup>-grade primary school and 2<sup>nd</sup>-grade high-school students (aged 11 to 15 years) in Chile. The didactical structuring of the teaching units displayed in the textbooks is analyzed with aim of identifying curricular features that hinder the students' transition from primary school (grades 1 to 8) to high-school (grades 1 to 4) and that obstruct the expected learning achievements declared in the study programs. The research is embedded in the theoretical framework of Anthropological Theory of Didactics (Chevallard 1999), particularly important is its concept of «praxeology». Based on the result of the analysis, the article establishes a didactical phenomenon to be named «the demathematization of recommendations for the teaching of high-school physics» in Chile. We believe that this is not an isolated event in Chile and a more common didactical phenomenon, as already mentioned by Chevallard (2013).

**KEYWORDS:** Physicist teaching; textbooks; high school grades; didactical phenomena.

Recepción: marzo 2015 • Aceptación: diciembre 2016 • Publicación: marzo 2017

Barbé, J., Espinoza, L., Gellert, U., (2017) El empobrecimiento matemático de las propuestas de enseñanza de Física en los textos oficiales de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 35.1, pp. 71-88

## INTRODUCCIÓN, PROBLEMÁTICA Y CONTEXTO

Desde los años noventa en Chile existe la preocupación por mejorar la calidad de la educación, particularmente en las escuelas municipales y particulares subvencionadas. Fruto de esta preocupación es que se vienen desarrollando distintas iniciativas en pro de mejorar la calidad de la educación. Actualmente se está llevando a cabo una reforma educacional de gran envergadura (de hecho, la mayor reforma desde la vuelta a la democracia a principios de los noventa) cuyo principal propósito es el de garantizar una educación de calidad para todos los

chilenos y chilenas. La enseñanza de las ciencias no es ajena a esta preocupación. En este contexto, y con el fin de tener indicadores para evaluar el impacto que las distintas iniciativas tienen en los resultados de aprendizaje de los estudiantes, Chile viene participando en las pruebas internacionales TIMSS y PISA. Ambas pruebas clasifican a los alumnos en distintos niveles según su desempeño, siendo el nivel 1 el más básico y los niveles 5 y 6 los más avanzados. Los resultados obtenidos en Ciencia en dichas pruebas reflejan dos hechos preocupantes. Por un lado, tal como muestra la figura 1, la escasa variación en la distribución de los estudiantes según los distintos niveles de las pruebas PISA de Ciencias durante la última década (particularmente el escaso porcentaje de estudiantes que alcanza los niveles superiores). Por otro, existe una gran brecha entre los porcentajes de logro que obtienen los estudiantes de establecimientos municipales respecto de los estudiantes de establecimientos privados (figura 2). Cabe mencionar que en Chile existen tres modalidades de dependencia de las instituciones escolares, las escuelas municipales (escuelas públicas cuya dependencia está vinculada al municipio al que pertenecen), las escuelas particulares subvencionadas y las escuelas particulares privadas. La principal diferencia entre las escuelas privadas es que en el caso de las particulares subvencionadas reciben un aporte fiscal similar por estudiante que las públicas, mientras que las particulares privadas no reciben ningún aporte fiscal.

La figura 2 muestra las distribuciones de los resultados obtenidos por los estudiantes de 8.º básico (correspondiente a 2.º de ESO del sistema español, esto es, estudiantes de 13-14 años) según niveles de logro en la prueba de ciencia PISA 2012, desglosados por tipo de dependencia. Llama mucho la aten-

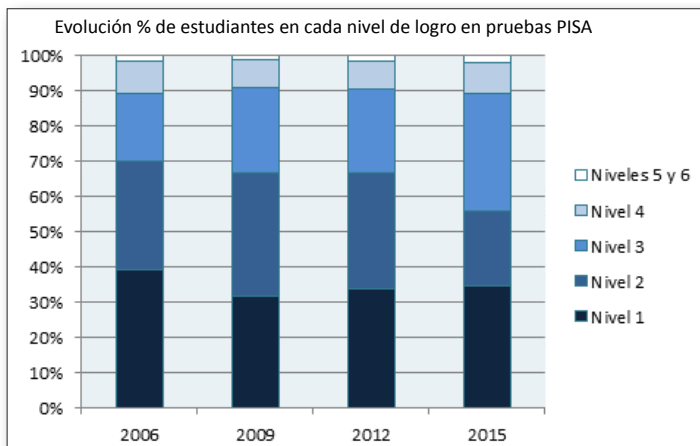


Fig. 1.- Evolución histórica de la distribución del % estudiantes chilenos según los distintos niveles de logro obtenidos en las pruebas PISA de Ciencia

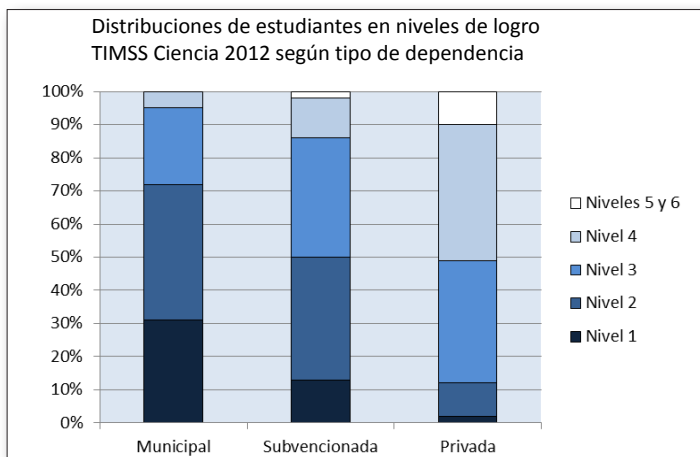


Fig. 2.- Distribuciones de % de estudiantes en los niveles de logro obtenidos en la prueba TIMSS de Ciencia del 2012 según tipo de dependencia.

ción el alto porcentaje de estudiantes que se sitúan en el nivel básico o por debajo de este en las escuelas municipales y particulares subvencionadas (72% de los estudiantes de escuelas municipales y 50% de estudiantes de escuelas particulares subvencionadas), mientras en las escuelas privadas este porcentaje es solo del 12%. Por otro lado, más del 50% de estudiantes de escuelas particulares pagadas obtienen porcentajes de logro que los sitúan en un nivel alto o avanzado, mientras que dicho porcentaje se reduce a un 14% en el caso de escuelas particulares subvencionadas y solo a un 5% en escuelas municipales.

Pese al esfuerzo realizado por las políticas públicas en la última década por mejorar la calidad de la enseñanza, dicho esfuerzo todavía no se ha visto reflejado en avances en los niveles de logro que obtienen los estudiantes de escuelas públicas y particulares subvencionadas, por lo menos en ciencia. Ello es preocupante porque dichas escuelas concentran el 92% del total de la matrícula del país. Parece como si existieran barreras, especialmente en el contexto de la educación municipal y particular subvencionada, que las diversas medidas tomadas no han logrado superar hasta el momento.

En este sentido, son varias las investigaciones realizadas sobre los principales factores que influyen en el aprendizaje de la ciencia en Chile. Todas ellas son contundentes al señalar que el factor que tiene más influencia es el origen social de los estudiantes (Treviño, Donoso y Bonhomme, 2009). Este resultado es convergente con numerosos estudios internacionales, realizados desde perspectivas teóricas esencialmente socioculturales o sociológicas, que muestran que la escuela es un sistema reproductor de las desigualdades sociales (Torche, 2005). En Chile las escuelas que obtienen mejores puntuaciones son aquellas que concentran a los alumnos de mayor nivel socioeconómico, mientras que las que obtienen peores puntuaciones son las que concentran a un alto porcentaje de alumnos del nivel socioeconómico más bajo (Bellei, 2007). Ello no significa necesariamente que dichas escuelas ofrezcan una enseñanza de mayor calidad, pues gran parte de esa diferencia se explica exclusivamente por la selección de alumnos que realizan dichos colegios, que por lo general disponen de un mayor capital cultural (Bourdieu, 2003).

Bajo nuestro punto de vista, la gran influencia que tiene el factor socioeconómico y cultural en los aprendizajes es un indicador de que la calidad de la educación en Chile dista bastante de la de otros países (como China, Singapur, Canadá, Nueva Zelanda, Finlandia entre otros) donde, pese a existir diferencias socioculturales importantes, el sistema escolar es capaz de compensarlas de manera que tengan una menor influencia en el logro de aprendizajes. Dichos países se han preocupado especialmente por mejorar otros factores escolares que influyen decisivamente en los aprendizajes (Kane y Staiger, 2008; Treviño y Treviño, 2004; Wright, Horn y Sanders, 1997).

Sin embargo, revisando la literatura no hemos encontrado ningún estudio publicado que indague sobre la posible influencia de factores de naturaleza curricular. Por ello como primera fase de la investigación nos planteamos el objetivo de:

Determinar factores de naturaleza curricular del sistema educativo chileno, vinculados a la enseñanza de la Física, que dificultan que los estudiantes alcancen los aprendizajes esperados, tanto a nivel del currículum nacional como a nivel de estándares internacionales.

De ese modo, la investigación realizada pretende aportar ciertas luces sobre el efecto que causan determinados factores, de naturaleza esencialmente didáctica, en la calidad de la enseñanza para, desde ese conocimiento, ayudar a establecer orientaciones que contribuyan a mejorar la calidad de los procesos de enseñanza en torno a la Física.

## METODOLOGÍA

Para abordar la problemática planteada utilizamos como referentes teóricos varias nociones claves de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) propuestas por Chevallard (1999) y la noción de transposición didáctica, con el propósito de caracterizar aspectos esenciales sobre las propuestas curriculares oficiales de enseñanza.

Bajo el enfoque de la TAD, consideramos que para poder orientar nuestra investigación resulta necesario explicitar qué entendemos por estudiar ciencias, y en particular Física. Así pues, entendemos la Física como una práctica científica, situando en el corazón de su quehacer el estudio de cuestiones problemáticas que puedan ser abordadas en alguna de sus dimensiones desde el saber físico, a través de la modelización, y siendo la experimentación el medio esencial para la validación o refutación de las hipótesis científicas que emergen fruto de dicho estudio.

Entendiendo, en primera aproximación, que una componente esencial de la ciencia (y en particular de la Física) es la modelización y que la matemática juega un rol esencial como herramienta de modelación (Redish y Kuo, 2015), consideramos la matemática, y en particular el lenguaje matemático, imprescindible en toda actividad científica de modelación (Chevallard, 2013). Un análisis histórico de la relación entre la Matemática y la Física (de Ataíde y Greca, 2013) muestra que el rol de la Matemática no se reduce a la función de herramienta, sino engloba un principio de construcción de los conceptos de la Física: la Matemática juega un rol constitutivo y explícito en la construcción no solo de conceptos aislados, sino también de la teoría física misma. En los conceptos físicos la Matemática es inherente. De esa manera, pensar empíricamente se vuelve imposible sin acceso a los sofisticados símbolos matemáticos (Paty, 1988). En resumen, Uhden, Karam, Pietrocola y Pospiech (2012: 486) atribuyen tres funciones al rol de las Matemáticas en Física: función pragmática (Matemática como herramienta), función comunicativa (Matemática como lenguaje) y función estructural (Matemática como base de la deducción lógica). Uhden *et al.* refieren a Gingras (2001: 386) para sistematizar los efectos de la matematización de la Física: efecto social (solo es posible participar en Física con cierta base de conocimientos matemáticos), efecto epistemológico (explicar un fenómeno físico significa representarlo en formulación matemática) y efecto ontológico (el modo simbólico de las representaciones hace que se desvanezcan las sustancias de los conceptos físicos).

Consideramos a su vez la experimentación como otro aspecto esencial de la actividad científica y por ello sostenemos la necesidad de incorporarla a las propuestas de enseñanza. Son varias las investigaciones que avalan este punto de vista, mostrando que dichas actividades propician el desarrollo de determinadas habilidades científicas como enfrentarse al estudio de situaciones abiertas, establecer hipótesis, modelizar matemáticamente, analizar los resultados obtenidos, validar o refutar hipótesis, entre otras, que difícilmente se pueden desarrollar con actividades de otro tipo (Carrascosa, Gil-Pérez y Vilches, 2006).

Para acotar la investigación circunscribimos el análisis curricular a los cuatro niveles educativos desde 7.º básico a 2.º medio (estudiantes de 12 a 16 años, correspondientes a los niveles de 1.º a 4.º de ESO españoles), centrándonos en el eje de los programas de estudio «Fuerza y Movimiento». La selección de niveles se realizó considerando que el estudio de la Física, como disciplina dentro de la Ciencia, emerge en 7.º básico, formando parte del plan común hasta 2.º medio. Como dato principal para establecer la «propuesta oficial» se consideraron todos aquellos capítulos o unidades de los textos escolares de Ciencias, entregados por el Ministerio de Educación de Chile, relacionados con el eje «Fuerza y Movimiento». Fundamentamos la decisión de considerar dichos textos como fuente principal del análisis en el hecho de que el 92% de los estudiantes los reciben gratuitamente y el 87% de profesores de Física declaran usarlo habitualmente (Universidad Alberto Hurtado, 2009). A su vez, se consideraron las bases curriculares y los programas de estudios correspondientes, dado que dichos

documentos son utilizados como referente para la elaboración de los textos escolares. También fueron revisados los textos escolares de Matemáticas oficiales con el propósito de identificar ciertos contenidos específicos, esenciales para el estudio de los temas físicos. Finalmente, para el análisis también fueron utilizados textos de Física de enseñanza superior para usarlos como referentes del saber físico.

Para analizar las unidades de los textos escolares utilizamos las nociones de *modelo epistemológico de referencia* (MER), *transposición didáctica* y *organización física* (OF) de la TAD. Si bien dichas nociones nacieron en el contexto de analizar las obras matemáticas, tal y como menciona Chevallard (2013), consideramos que son aplicables a la Física. Barquero, Bosch y Gascón (2011) utilizan la noción de organización matemática para caracterizar procesos de estudio centrados en cuestiones científicas, como es el estudio de la dinámica de poblaciones, donde si bien la Matemática juega un rol esencial en el estudio, a su vez intervienen aspectos de otras disciplinas científicas. La idea de organización física es que todo saber físico es producto de la actividad humana, y surge como respuesta a un conjunto de cuestiones problemáticas que por un motivo u otro la comunidad científica se plantea y decide abordar desde la Física. Para poder responder a dichas cuestiones desde la Física, se hace necesario que sean reformuladas desde una determinada parcela del saber físico. Las cuestiones reformuladas son las que en la TAD se denominan *tareas* en el sentido de que deben ser respondidas. Para ello, se hace necesario desarrollar y/o utilizar uno o más procedimientos para resolverlas de manera fiable. Dichos procedimientos son los que denominamos como *técnicas*. La elaboración y/o uso de una técnica (cualquiera que esta sea) requiere la existencia de un discurso interpretativo/argumentativo que permita hacer comprensible su pertinencia, así como el campo de validez de esta y su «modus operandi», de manera que pueda adaptarse a nuevas situaciones problemáticas en caso necesario. Ese discurso es lo que, en términos de la TAD, denominamos como *tecnología*. Si bien la tecnología es en esencia un discurso de carácter argumentativo, no tiene ni la pulcritud, ni la precisión, ni la formalidad, ni el nivel de generalización requerido para que sea considerada como teoría. La *teoría* es la reinterpretación, generalización y formalización de parte de los discursos tecnológicos con toda la formalidad y la rigurosidad que se requiere para que sean reconocidos y aceptados como válidos por la comunidad científica.

De ese modo, para caracterizar las OF comenzamos por identificar en cada una los distintos componentes praxeológicos que las componen: tipos de *tareas* ( $T_i$ ) que se propone estudiar, *técnicas* ( $\tau_i$ ) o prácticas para su estudio, discurso argumentativo que permite comprender y justificar dichas prácticas (denominado como *tecnología* ( $\theta_i$ ) en la TAD) y la *teoría* ( $\Theta_i$ ), así como las relaciones entre ellos. Para el análisis consideramos cada capítulo o unidad del texto escolar como una OF, en la que identificamos sus elementos  $\{T_i / \tau_i / \theta_i / \Theta_i\}$  y las relaciones entre ellos. Para facilitar su visualización, para cada OF elaboramos un mapa que refleja sus componentes, así como las relaciones entre ellos. Una detallada explicación del proceso de la elaboración de dichos mapas y sus usos puede revisarse en Barbé *et al.* (2005).

El análisis curricular involucra necesariamente, de manera más o menos explícita, una interpretación del ámbito de la Física que está en juego. Así, cuando se analiza curricularmente un determinado concepto en los textos, como por ejemplo la velocidad, dicho análisis se realiza inevitablemente desde una interpretación de la actividad física que acompaña a la noción de velocidad tanto en el contexto de las instituciones de enseñanza superior como en el de las instituciones de enseñanza secundaria. Desde la TAD se postula la explicitación de dicho modelo como paso imprescindible para otorgar a la problemática didáctica el carácter científico. La citada explicitación constituye el núcleo de la dimensión epistemológica del problema y se materializa en un modelo epistemológico de referencia. En cuanto a la manera concreta de describir un MER suele hacerse mediante una red de cuestiones y respuestas donde estas tienen una estructura similar a la de una OF. Dado que el MER emerge de una concepción didáctica que busca entender cuáles son los componentes esenciales de un saber científico y cómo se organizan estos, así mismo su estructura puede ser explicitada usando los mismos elementos esenciales utilizados para describir las OF. (Gascón, 2014).

Todo contenido de saber, designado como «saber a enseñar», sufre necesariamente un conjunto de transformaciones adaptativas con el propósito de hacerlo apto para que ocupe un lugar entre los objetos de enseñanza de una determinada institución. Dichas transformaciones es lo que se denomina «transposición didáctica» (Chevallard, 2005). La explicitación de un MER permite establecer criterios de vigilancia epistemológica sobre dicho proceso de transformación y, en particular, entre el saber designado y el saber que se va a enseñar, lo que hace posible controlar que el saber de las propuestas de enseñanza no sufra desviaciones en lo sustancial del saber científico.

La elaboración del MER para el eje «Fuerza y Movimiento» se realizó a partir de establecer ciertas cuestiones esenciales que forman parte del estudio de la cinemática y la dinámica, pertinentes para ser tratadas en los textos escolares considerando los contenidos mínimos obligatorios y los objetivos de aprendizaje descritos en las bases curriculares en dicho eje. Para la descripción de los componentes esenciales del MER utilizamos las mismas nociones que las usadas para describir las OF: tareas, técnicas, tecnología y teoría, con la diferencia de que en el caso del MER nos limitamos a describir solo los elementos nucleares que deberían estar presentes sí o sí. Por el contrario, en la descripción de las OF propuestas por los textos escolares se tratan de identificar todos los elementos presentes.

Sobre la base de dicho MER se establecieron criterios de completitud, coherencia y calidad utilizados para el análisis de las OF. Dichos criterios fueron adoptados de trabajos anteriores para el análisis de organizaciones matemáticas (Gellert *et al.*, 2013a; Gellert *et al.*, 2013b). El criterio de completitud se define a partir de la presencia o ausencia en la OF propuesta por el texto de aquellos ingredientes del MER que deberían estar en la unidad. El criterio de coherencia se basa en establecer la coherencia entre los distintos componentes de la OF, mientras que el criterio de calidad se basa en establecer si la distancia entre los elementos esenciales de la OF y sus correspondientes en el MER es adecuada de manera que no pierdan su esencia científica.

## **CARACTERIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LA UNIDAD «FUERZA Y MOVIMIENTO» DEL TEXTO OFICIAL DE 1.º MEDIO**

Al analizar los textos escolares, encontramos tres unidades vinculadas al eje Fuerza y Movimiento, cuyos nombres coinciden con el del eje. En la unidad de Fuerza y Movimiento de 7.º básico se estudian las leyes de Newton, enfatizando la relación entre las fuerzas y el cambio en el estado movimiento. La unidad de 1.º medio está orientada al estudio y caracterización del movimiento y de la velocidad mediante el uso de sistemas de referencia. En la unidad de 2.º medio se vuelven a estudiar las leyes de Newton, caracterizando el movimiento uniformemente acelerado, así como el teorema de conservación del momento lineal. Para ilustrar el proceso de caracterización de las OF del texto y mostrar los resultados obtenidos en dicho proceso, decidimos presentar aquí el caso de la unidad de Fuerza y Movimiento de 1.º medio. Dicha selección obedece a que nos permite ilustrar de forma clara y categórica varias disfuncionalidades encontradas en este eje. De todos modos es importante señalar que fueron caracterizadas todas las unidades de Física de Fuerza y Movimiento desde 7.º básico a 2.º medio.

### **Aspectos esenciales del modelo epistemológico de referencia a considerar para la caracterización y análisis de la unidad**

Para establecer los aspectos esenciales del MER que debiera considerar la OF en primer lugar se identificaron aquellos elementos principales del currículum oficial de 1.º medio (objetivos fundamentales verticales OFV, contenidos mínimos obligatorios, CMO, y aprendizajes esperados, AE) que guardan relación con el eje de Fuerza y Movimiento. Estos son:

- OFV 7: Comprender que la descripción de los movimientos resulta diferente al efectuarla desde distintos marcos de referencia.
- CMO 11: Reconocimiento de la diferencia entre marco de referencia y sistema de coordenadas y de su utilidad para describir el movimiento.
- CMO 12: Aplicación de la fórmula de adición de velocidades en situaciones unidimensionales para comprobar la relatividad del movimiento en contextos cotidianos.
- AE 01: Justificar la necesidad de introducir un marco de referencia y un sistema de coordenadas para describir el movimiento de los cuerpos.
- AE 02: Describir investigaciones científicas clásicas asociadas al concepto de relatividad del movimiento, valorando el desarrollo histórico de conceptos y teorías.

Sobre la base de esos elementos, identificamos en el MER aquel conjunto de elementos de este  $\{T_{Ri}/\tau_{Ri}/\theta_{Ri}/\Theta_{Ri}\}$  que deberían sí o sí formar parte de la OF propuesta en el texto escolar por considerar su estudio como esencial para el logro de los AE. En ese aspecto, establecimos las siguientes tres tareas  $T_{Ri}$  del MER como conjunto mínimo:

$T_{R1}$  Caracterizar el movimiento de un móvil respecto un sistema de coordenadas estableciendo su trayectoria, la distancia recorrida, el desplazamiento y la velocidad de este respecto a un sistema de referencia.

$\tau_{R1}$  Representar las posiciones  $(x_n, y_n)$  en el plano cartesiano de cada punto por el que pasa el móvil  $P_n$ . La trayectoria se obtiene al unir dichas posiciones siguiendo el orden cronológico. La distancia recorrida entre dos puntos dados  $P_a$  y  $P_b$  es la longitud de la trayectoria entre ambos  $\Delta S_{ab}$ . El desplazamiento  $\Delta r_{ab}$  entre dos puntos del plano cartesiano  $P_a$  y  $P_b$  es el vector que va desde  $P_a$  a  $P_b$ . La velocidad promedio en un determinado tramo  $S_{ab}$  de la trayectoria es una magnitud escalar que se calcula  $|\bar{v}| = \frac{\Delta S_{ab}}{\Delta t_{ab}}$ . La velocidad  $\bar{v}_p$  en un punto  $P$  de la trayectoria se puede estimar mediante la expresión  $\bar{v}_p = \frac{\Delta r_{ab}}{\Delta t_{ab}}$  siempre y cuando el tramo de trayectoria

$S_{ab}$  considerado alrededor de  $P$  sea lo suficientemente corto de forma que la velocidad presente muy poca variación en dicho tramo. Una forma de garantizar que esta condición se cumpla es considerar para el cálculo el intervalo de tiempo lo más pequeño posible, es decir  $\Delta t_{ab} \rightarrow 0$ .

$T_{R2}$  Establecer la velocidad a la que se mueve un móvil  $m$  que se desplaza a una determinada velocidad  $\bar{v}_m$  dentro de un medio (sistema de referencia) que se mueve a una velocidad  $\bar{v}_s$ .

$\tau_{R2}$  La velocidad resultante  $\bar{v}_R$  se obtiene sumando a la velocidad del móvil  $\bar{v}_m$  la velocidad del medio  $\bar{v}_s$  o sea  $\bar{v}_R = \bar{v}_m + \bar{v}_s$ .

$T_{R3}$  Establecer la velocidad  $\bar{v}_{AB}$  a la que se mueve un móvil  $A$  respecto de un móvil  $B$  conociendo sus velocidades  $\bar{v}_{AO}$  y  $\bar{v}_{BO}$  respecto al sistema de referencia  $O$ .

$\tau_{R3}$  La velocidad resultante  $\bar{v}_{AB}$  se obtiene restando vectorialmente a la velocidad del móvil  $A$  la velocidad del móvil  $B$ , o sea  $\bar{v}_{AB} = \bar{v}_A - \bar{v}_B$ .

Respecto al discurso argumentativo  $\theta_{Ri}$  asociado a  $\tau_{Ri}$  estaría vinculado a la idea de la caracterización del movimiento como un cambio de posición dentro de un sistema de referencia, describiendo dicho cambio mediante el vector desplazamiento. La velocidad se define como una magnitud vectorial asociada a un punto de la trayectoria cuyo módulo es la variación en la longitud de la trayectoria en ese punto por unidad de tiempo, mientras que su dirección y sentido son la dirección y sentido del movimiento en ese punto. El promedio del módulo de la velocidad  $\langle |\bar{v}| \rangle$  dentro de un tramo de trayectoria  $S_{ab}$  se define como el cociente entre la longitud de dicho tramo  $\Delta S_{ab}$  y el tiempo

utilizado  $\Delta t_{ab}$  para recorrerlo  $\langle |\vec{v}| \rangle = \frac{\Delta S_{ab}}{\Delta t_{ab}}$ . La velocidad en un punto  $P$  de la trayectoria se define

como  $\vec{v}_P = \lim_{\Delta t_{ab} \rightarrow 0} \frac{\Delta S_{ab}}{\Delta t_{ab}} \vec{u}_s = \frac{dS}{dt} \vec{u}_s$ , siendo  $\vec{u}_s$  un vector unitario tangente a  $S$  en  $P$ .

Tanto la noción de límite como la de derivada no forman parte del medio matemático de los estudiantes de enseñanza media. Si bien uno podría considerar la posibilidad de incorporar dicha noción al proceso de estudio, ello presenta un fuerte conjunto de restricciones matemáticas, didácticas e institucionales que dificultan su introducción (Espinoza y Azcárate, 2000; Bosch *et al.*, 2003). Sin herramientas de cálculo diferencial no es posible calcular de forma precisa la variación de la trayectoria respecto al tiempo en un punto, sin embargo sí es posible estimar el valor de la velocidad de forma aproximada. Para estimar el módulo de la velocidad en un punto  $P$  de la trayectoria se puede utilizar la expresión de la velocidad promedio  $\langle |\vec{v}| \rangle$  siempre y cuando se escoja un tramo de la trayectoria  $S_{ab}$  alrededor de  $P$  lo suficientemente corto para que permita considerar que la  $\vec{v}$  en dicho tramo se mantiene constante. En ese caso, dentro del tramo  $S_{ab}$ , el movimiento puede considerarse como rectilíneo uniforme, por lo que la dirección del movimiento coincide con la dirección del vector desplazamiento  $\overline{\Delta r_{ab}}$ , y la longitud de la trayectoria  $\Delta S_{ab}$  con el módulo de dicho vector  $|\overline{\Delta r_{ab}}|$ . Entonces para calcular  $\vec{v}$  en  $P$  podemos utilizar  $\vec{v}_P = \frac{\overline{\Delta r_{ab}}}{\Delta t_{ab}}$  ya que al ser  $\vec{v}$  constante se cumple  $\overline{\Delta r_{ab}} \cong \Delta S_{ab} \vec{u}_s$ .

El discurso argumentativo  $\theta_{R2}$ , asociado a las técnicas  $\tau_{R2}$  y  $\tau_{R3}$ , se basa en el concepto de adición y sustracción de vectores, asociado a la composición vectorial. En el caso del móvil que viaja a una cierta velocidad dentro de un medio que tiene otra, sobre el móvil están actuando las dos velocidades, la propia y la del medio; por tanto la velocidad resultante es la suma vectorial de ambas. Por otro lado, desde un móvil que se mueve a cierta velocidad se observa cómo todo su entorno se mueve con esa misma velocidad pero en dirección opuesta, o sea  $-\vec{v}$ . Así pues, el problema de calcular la velocidad relativa de un móvil  $A$  respecto a un móvil  $B$ , desde el móvil  $B$ , es análogo a considerar que el móvil  $A$ , además de su velocidad  $\vec{v}_A$ , se encuentra dentro de un medio que se mueve con velocidad  $-\vec{v}_B$ .

La teoría  $\theta_R$  asociada a las tecnologías  $\theta_{R1}$  y  $\theta_{R2}$  se enmarca en la cinemática, y en este caso son las nociones de sistema de referencia, posición, trayectoria, desplazamiento, velocidad, movimiento rectilíneo uniforme, así como la relación entre ellas, además de las nociones matemáticas de plano cartesiano, vector y la composición vectorial.

### Explicitación de elementos curriculares afines a los elementos identificados en el MER presentes en otras unidades de los textos escolares

En esta sección recopilamos ciertos elementos curriculares de Física y Matemática presentes en los textos escolares que se encuentran en unidades anteriores a la unidad de Fuerza y Movimiento de 1.º medio y que guardan relación con los elementos explicitados en el MER. Consideramos muy necesaria la explicitación de dichos elementos, puesto que permitirán establecer el grado de articulación entre las unidades del eje Fuerza y Movimiento, así como valorar el uso de herramientas matemáticas disponibles.

En la unidad de Fuerza y Movimiento de 7.º básico se estudia la noción de la fuerza como magnitud vectorial utilizando el discurso tecnológico «el efecto que una fuerza produce depende de la intensidad, dirección y sentido en que se aplique» para introducir los conceptos de módulo, dirección y sentido (figura 3). Se analiza con bastante profundidad el significado de composición de fuerzas cuando estas actúan simultáneamente sobre un mismo cuerpo:



La fuerza resultante de sumar dos o más fuerzas depende de las intensidades, direcciones y sentidos que estas tengan. Cuando dos fuerzas que actúan sobre un mismo cuerpo tienen una misma dirección y sentido, la intensidad de la fuerza resultante es la suma de intensidades, mientras que si tienen sentidos opuestos las intensidades se restan. La fuerza resultante tiene la misma dirección que las fuerzas que actúan y el sentido el de la fuerza mayor (p. 120).

Una de las tareas es la de determinar la dirección y sentido de la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo cuando sobre él actúan dos o más fuerzas. Para su resolución aparecen técnicas como la descomposición gráfica de fuerzas o la compensación de pares de fuerzas iguales que actúan en sentido opuesto.

En las orientaciones para la gestión del texto se explicita la necesidad de distinguir entre magnitudes escalares y vectoriales, así como de abordar la diferencia que existe en el significado de la suma entre ambos tipos de magnitudes. Se sugiere mencionar como tipos de magnitudes vectoriales, además de la fuerza, la velocidad y la aceleración.

Respecto a las herramientas matemáticas en la unidad de geometría de 8.º básico se encuentra toda una sección dedicada al estudio del plano cartesiano, en la que aparecen las tareas de representar figuras y trasladar figuras dado el vector desplazamiento. El estudio se inicia precisamente con la problemática de caracterizar el movimiento de un cuerpo mediante el vector desplazamiento (figura 4).

Por otro lado, en la unidad de 1.º medio, el estudio avanza incorporando problemáticas de composición de traslaciones en las que se definen formalmente la suma y resta vectorial, asociándolas al vector desplazamiento resultante de aplicar dos o más traslaciones. Asociadas a dichas tareas aparecen las técnicas de aplicar un vector a un punto y sumar y restar vectores al-

**Sumando fuerzas**

Constantemente, todos los cuerpos están sometidos a los efectos de las fuerza aunque no se perciba. Con frecuencia actúan dos o más fuerzas sobre un mismo objeto en forma simultánea.

¿Cómo crees tú que se puede determinar el efecto total de las fuerzas que actúan sobre un objeto?

Si colocas  $30 \text{ cm}^3$  de agua en una probeta vacía y luego le agregas otros  $40 \text{ cm}^3$  en tu probeta habrá  $70 \text{ cm}^3$  de agua. Sin embargo, en el caso de las fuerzas, puede que  $30 \text{ N}$  más  $40 \text{ N}$  no sean  $70 \text{ N}$ . Esto sucede porque la fuerza es un vector, es decir, no solo posee intensidad sino que además tiene una dirección y un sentido. La suma de dos o más fuerzas es también una fuerza y se llama fuerza resultante ( $F_R$ ).

■ Fuerzas con igual dirección e igual sentido.      ■ Fuerzas con igual dirección y sentidos contrarios.

$F_1 = 30 \text{ N}$   
 $F_2 = 40 \text{ N}$       =       $F_R = 70 \text{ N}$        $F_1 = 30 \text{ N}$        $F_2 = 40 \text{ N}$       =       $F_R = 10 \text{ N}$

Si ambas fuerzas tienen la misma dirección y sentido, sus efectos se suman. La fuerza resultante tendrá la misma dirección y sentido. Su intensidad será la suma de la intensidad de ambas fuerzas.

Si las fuerzas tienen sentidos opuestos, sus efectos se restan. La fuerza resultante tendrá la misma dirección de ambas fuerzas y su sentido será el de la fuerza de mayor intensidad. Su intensidad será igual a la resta de la intensidad de ambas fuerzas.

Fig. 3. Página 120 del texto público de Ciencias Naturales de 7.º año básico.

**Lección 39**

Propósito  
Desplazar objetos según un vector.

¿Para qué?  
Cuando cambia de posición un elemento desde una ubicación inicial, por ejemplo, el recorrido de un insecto en un tiempo dado, se hace necesario especificar hacia dónde y cuánto se desplaza, para así conocer su posición final. Utilizando vectores, es posible determinar en qué dirección y sentido se traslada un elemento cualquiera.

**¿Cómo desplazar objetos por medio de vectores?**

**Situación 1 Representar el desplazamiento de un objeto**

Un avión, al estar en movimiento, se va desplazando hacia nuevas posiciones. ¿Cómo representar el desplazamiento del avión en el plano cartesiano?

**Paso 1** Identifica el punto final (B) e inicial (A) del desplazamiento, es decir los puntos finales e iniciales de la posición del avión.

La abscisa del punto A se incrementa en 5 unidades y su ordenada se incrementa en 2 unidades, por lo tanto:  
El punto inicial es: (2, 3)  
El punto final es: (2 + 5, 3 + 2)

Fig. 4. Página 246 del texto público de Matemática de 8.º año básico.

La velocidad de la casa en la dirección del río puede ser representada por una flecha de longitud 4 en el eje X del plano cartesiano, y la velocidad en la dirección perpendicular por una flecha de longitud 6 en el eje Y.

Así representamos la velocidad resultante de la casa como la flecha roja que parte en el origen del plano cartesiano y termina en el punto de coordenadas (4,6).

Esta velocidad resultante, no puede ser descrita por un simple número. Ésta flecha queda determinada por su longitud, denominada **módulo** que vale  $2\sqrt{13}$  unidades, por su **dirección**, la de la recta que pasa por los puntos O y A y por su **sentido** O hacia A.

Fig. 5. Página 120 del texto público de Matemática de 1.º año medio.

gebraicamente. Dentro de los ejemplos tratados en el texto nos llamó especialmente la atención un problema de composición de velocidades en el que se plantea calcular el punto de la orilla opuesta al que llegará un bote al cruzar un río sabiendo que el bote avanza con una velocidad perpendicular a la orilla de 6 km/h mientras que la velocidad de la corriente lo arrastra río abajo a 4 km/h (figura 5).

En resumen, como antecedentes curriculares al estudio de la unidad, en los textos oficiales aparecen tratadas las nociones de vector, magnitud vectorial, la composición de fuerzas, el vector desplazamiento asociado al movimiento, la suma y resta vectorial, el vector velocidad y la composición de velocidades.

### La organización física propuesta en el texto oficial de 1.º medio

Al analizar la unidad de Fuerza y Movimiento del texto del estudiante de 1.º medio, identificamos el siguiente conjunto  $\{T_i/\tau_i/\theta_i/\Theta_i\}$  de elementos:

$T_1$  Establecer la posición en el espacio del origen  $O'$  de un sistema de coordenadas cartesianas  $S_{O'}$  respecto del origen  $O$  de otro sistema  $S_O$  al cabo de un cierto tiempo  $t$ , cuando el sistema  $S_{O'}$  se mueve con una velocidad constante  $\vec{v}_{O'}$  respecto al sistema  $S_O$ .

$\tau_i$  Aplicar la fórmula que relaciona las coordenadas del  $S_{O'}$  respecto del  $S_O(x, y, z) = (x' + v_x t, y', z' + t)$ .

$T_2$  Establecer la velocidad<sup>1</sup> resultante  $v_r$  a la que se mueve un móvil  $a$  que se desplaza a una determinada velocidad  $v_a$  dentro de un medio  $m$  que se mueve a una velocidad  $v_m$ , ambos respecto a un mismo sistema de referencia.

$\tau$  Para calcular  $v_r$ , si las velocidades  $v_m$  y  $v_a$

–  $\tau_{21}$  tienen misma dirección y sentido se suman,  $v_r = v_a + v_m$

–  $\tau_{22}$  tienen misma dirección y sentidos opuestos se restan,<sup>2</sup>  $v_r = v_a - v_m$

–  $\tau_{23}$  son perpendiculares entre sí se calcula la hipotenusa del triángulo rectángulo considerando como catetos dichas velocidades  $v_r = \sqrt{v_a^2 + v_m^2}$ .

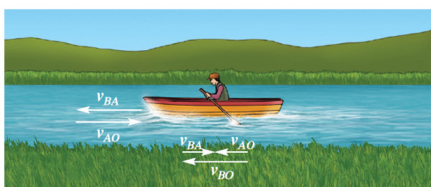
- Si el agua se mueve con cierta velocidad ( $V_{AO}$ ) respecto a la orilla, y el bote se mueve con una velocidad ( $V_{BA}$ ) respecto al agua y en el mismo sentido que esta, un observador que se encuentre en la orilla del río verá que la velocidad del bote ( $V_{BO}$ ) respecto de la orilla es mayor, debido a que se suma la velocidad del bote con la velocidad de arrastre del río. Esta situación se representa a través de la siguiente expresión:

$$V_{BO} = V_{BA} + V_{AO}$$



- Sin embargo, si el bote se dirige en sentido contrario al movimiento del agua, el observador verá que la velocidad del bote es menor, ya que se resta la velocidad del bote a la velocidad de arrastre del agua. Esta situación se expresa según:

$$V_{BO} = -V_{BA} + V_{AO}$$



En síntesis, si nos movemos con cierta velocidad sobre un sistema que también se mueve respecto de un observador, nuestra velocidad en referencia a dicho observador será:

- la adición de nuestra velocidad a la del sistema, si el sentido de dichas velocidades es el mismo.
- la sustracción entre nuestra velocidad a la del sistema, si el sentido de dichas velocidades es distinto.

Fig. 6. Páginas 134 y 135 del Texto de Física oficial de 1.º Medio en el que se elabora el discurso argumentativo para la composición de velocidades.

1. En este punto el texto se muestra muy ambiguo como consecuencia de la decisión de no distinguir entre magnitudes escalares y magnitudes vectoriales. Al plantear las técnicas de cálculo de  $\tau_{21}$ ,  $\tau_{22}$  y  $\tau_{23}$  no se especifica que lo que se está calculando es el módulo resultante de componer (o sumar) ambas velocidades.

2. En este caso para  $\tau_{22}$  el texto no plantea ningún tipo de aclaración sobre la posible interpretación de dicha resta cuando la velocidad del agua es mayor que la del bote, ni cómo darle significado al signo de la velocidad resultante cuando esta es negativa.

Respecto a las tecnologías  $\{\theta_j\}$  asociadas a las distintas técnicas  $\{\tau_j\}$ , para  $\tau_1$  no encontramos ningún argumento más allá de la imposición arbitraria de dicho procedimiento. Para  $T_2$  el texto desarrolla una argumentación muy centrada en el contexto en el que se plantea el problema, que es el de un bote de remos que se mueve dentro de un río, adaptando dicho discurso a las técnicas  $\tau_{21}$ ,  $\tau_{22}$  y  $\tau_{23}$ .

$\theta_{21}$  Si el agua se mueve con cierta velocidad respecto de la orilla y el bote se mueve con una velocidad respecto del agua y en el mismo sentido que esta, un observador que se encuentre en la orilla verá que la velocidad del bote respecto de la orilla es mayor, debido a que se suma la velocidad del bote a la velocidad de la orilla.

$\theta_{22}$  Si el bote se dirige en sentido contrario al movimiento del agua, el observador verá que la velocidad del bote es menor, ya que se resta la velocidad del bote a la velocidad de arrastre del agua.

$\theta_{23}$  En el caso de que nos movamos en dirección perpendicular respecto de la velocidad del agua, la velocidad resultante es la composición de dos movimientos perpendiculares. En ese caso, la velocidad resultante es la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por las direcciones de las velocidades. Esta se obtiene utilizando Pitágoras.

El desarrollo argumentativo de dichos discursos viene acompañado de un conjunto de ilustraciones (figura 6) en el que aparecen representadas las distintas situaciones llenas de flechas que lo único que provocan es una gran confusión en su interpretación.

Finalmente, llama también mucho la atención el escaso número de problemas asociados a cada tarea. En el texto, además del ejemplo desarrollado, solo se plantea otro problema, totalmente análogo al ejemplo resuelto e inmediatamente después de este.

### **Caracterización de aspectos didácticos de la OF e identificación del fenómeno didáctico de la «desmatematización»**

Al analizar la OF, hay ciertos aspectos que nos llaman enormemente la atención. El hecho de que en toda la unidad no se haga ninguna referencia al aspecto vectorial de la velocidad, tratándola como escalar, resulta difícil de entender. No se hace uso de nociones, conceptos, ni técnicas estudiadas en unidades anteriores y que ayudarían a resolver las problemáticas planteadas. Los argumentos que aparecen rara vez se despegan del contexto concreto, apelando constantemente a la experiencia, y con el exclusivo fin de apoyar ciertos procedimientos. Respecto a los contextos en los que se plantean los problemas, además de pobres, resultan iterativos y distan mucho de situaciones reales (individuos corriendo dentro de trenes o camiones en marcha, hormigas que se mueven a velocidades uniformes sobre el eje de un sistema de coordenadas, ríos donde el agua está en reposo, helicópteros que viajan a 6 km/h). A su vez, todos los problemas se plantean en un ámbito numérico que involucra cantidades enteras y muy bajas, independientemente de si tienen o no sentido; barcos que viajan a 8 km/h, helicópteros que se mueven a 4 km/h. Ello nos hace plantear las siguientes preguntas:

- ¿Cómo es posible que dentro de la OF del texto no aparezca mención alguna, ni directa ni indirecta, al carácter vectorial de la velocidad, siendo que la velocidad es el objeto físico protagonista a lo largo de toda la unidad?
- ¿Por qué no se establece ninguna relación entre la problemática de la composición de velocidades y la composición de fuerzas estudiada en 7.º básico?
- ¿Por qué no se aprovechan las nociones de posición y desplazamiento estudiadas en 8.º y la composición vectorial estudiada en 1.º medio para afrontar las tareas planteadas?
- ¿Por qué hay solo un ejemplo de cada problema y a su vez este aparece siempre inmediatamente después de un ejemplo resuelto totalmente análogo?

- ¿Cuáles son las consecuencias de estudiar la problemática de composición de velocidades prescindiendo de la naturaleza vectorial de dicha magnitud?
- ¿Sucede algo análogo en el texto orientado al sector privado de la misma editorial del texto oficial en los aspectos mencionados?

Para poder responder a estas cuestiones realizamos un análisis exhaustivo de los elementos de la OF presentes y la relación entre ellos, contrastando dichos elementos con los del MER. La figura 7 muestra el mapa de la OF del texto de 1.º medio y del trozo de mapa del MER relacionado con dicha OF representando los componentes descritos en los apartados anteriores. En el mapa cada tarea se indica mediante un rectángulo cuya área representa la importancia que se le otorga a dicha tarea en la organización. La intersección entre tareas refleja en cierta medida el hecho de que comparten ciertos aspectos técnicos en su resolución. Los discursos tecnológicos que fundamentan los procedimientos de resolución de las distintas tareas están representados mediante líneas curvas discontinuas que engloban todas aquellas tareas a las que prestan soporte. En el ámbito escolar, es muy frecuente que se adapten los discursos justificativos con el propósito de facilitar el acceso de los estudiantes. Por supuesto que la mayoría de adaptaciones suponen necesariamente un sacrificio de rigor en el proceso de justificación que hay que estar dispuestos a aceptar. Sin embargo es bueno ser conscientes de ese sacrificio y verificar que el discurso reducido siga cumpliendo, en esencia, su rol científico. De lo contrario se corre el serio riesgo de que en realidad el discurso justificativo sea más bien un reemplazo sin ninguna base científica cuyo propósito principal sea el de llenar el vacío originado por la eliminación del discurso original. En este aspecto, el hecho de que una determinada tecnología intersecte a una tarea de manera parcial en el mapa refleja que para su resolución se requiere el uso de otros fundamentos que no se encuentran dentro de la tecnología representada. Así mismo, cuanto más amplia es una tecnología (en el sentido de más generalizada), más grande se representa en el mapa. La intersección de tecnologías significa el hecho de que comparten ciertos aspectos a nivel discursivo. Para no saturar los mapas evitamos representar las técnicas, entendiendo que cada técnica está enmarcada en el interior de la o las tareas que resuelve.

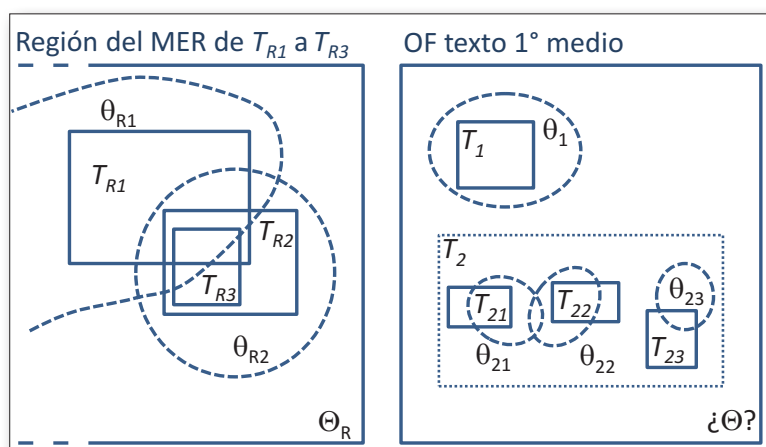


Fig 7.- Mapas de la región del MER seleccionada y de la OF de la unidad de Fuerza y Movimiento del texto oficial de 1.º medio.

Al contrastar ambas organizaciones se puede observar claramente cómo en el MER tanto las tareas como las tecnologías presentan una fuerte vinculación entre sí, mientras que en la OF del texto aparecen fuertemente desarticuladas.

Así, al analizar las relaciones entre los elementos que componen el MER, podemos apreciar cómo el concepto de velocidad como magnitud vectorial en  $\theta_{R1}$  contribuye fuertemente a la elaboración del discurso  $\theta_{R2}$  que, a su vez, permite desarrollar y justificar tanto la técnica  $\tau_{R2}$  como  $\tau_{R3}$ . Los discursos tecnológicos aparecen ampliamente, con una cobertura total de las tareas y que se prolonga bastante más allá de ellas, puesto que engloban otras tareas no detalladas. Las tareas también aparecen fuertemente relacionadas entre sí, intersectándose todas ellas, puesto que las técnicas que las resuelven comparten muchos aspectos comunes. De hecho, dentro de  $\theta_{R1}$  y como una pequeña variante de  $T_{R1}$  se podría enmarcar la problemática de calcular el desplazamiento resultante de un cuerpo a partir de dos movimientos sucesivos, problemática cuya resolución puede plantearse en términos de la composición vectorial de ambos movimientos, técnica que guarda mucha similitud con las propuestas para la resolución de  $T_{R2}$  y  $T_{R3}$ .  $T_{R3}$  se ha representado inserta en  $T_{R2}$ , dado que a partir del discurso tecnológico  $q_{R2}$  dicha tarea puede ser planteada como un caso particular de  $T_{R2}$  y, en ese sentido, ser resuelta con  $\tau_{R2}$ . Finalmente, las tecnologías  $\theta_{R1}$  y  $\theta_{R2}$  encuentran su sustento en la cinemática, que vendría siendo  $\Theta_R$ .

Por otro lado, al analizar el mapa de la OF asociada a la unidad «Fuerza y Movimiento» del texto escolar de 1.º medio podemos observar cómo las tareas aparecen muy desvinculadas entre sí. Ello se debe fundamentalmente a que los discursos tecnológicos que aparecen, al ser tan contextualizados, no permiten establecer relaciones entre las técnicas propuestas. De hecho, llama mucho la atención la forma en que el texto plantea el estudio de  $T_{R2}$  (calcular la velocidad resultante de un móvil cuando sobre este actúan dos velocidades) separando dicha problemática en tres casos muy específicos, los que denominamos como  $T_{21}$ ,  $T_{22}$  y  $T_{23}$  (según sea el ángulo que forman las velocidades entre sí:  $0^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $90^\circ$ ), sin proponer ningún tipo de articulación entre ellos.

Para su resolución se utilizan argumentaciones distintas,  $\theta_{21}$ ,  $\theta_{23}$  y  $\theta_{23}$ , fuertemente basadas en la experiencia y la intuición, contextualizadas a la particularidad de cada caso, hecho que dificulta enormemente su extensión a otros casos y, por tanto, su articulación. Por otro lado, ninguno de los tres discursos justifica realmente las técnicas  $\tau_{21}$ ,  $\tau_{22}$  y  $\tau_{23}$ .

La estrategia de resolver primero casos particulares más simples para luego pasar a estudiar el caso general es una estrategia muy utilizada en la enseñanza. Sin embargo, el problema que se presenta en esta situación es que en la OF nunca se propone, ni se insinúa, que en realidad se están resolviendo casos particulares de una misma problemática y que con determinadas herramientas matemáticas disponibles hay una forma general de resolverlos para cualquier ángulo que formen las velocidades. Al quedarse solo con los casos particulares, desarrollar una técnica y una tecnología distinta para cada caso sin ningún tipo de discurso que las articule, se dificulta enormemente el poder percibir  $T_2$  como un tipo de problema. De ese modo, el costo asociado a la opción de no considerar el carácter vectorial de la velocidad deriva en la desintegración de la OF, tanto a nivel de tareas, como de técnicas y de tecnología. Finalmente, en el texto no aparece prácticamente mención alguna a la cinemática, lo que descarta toda ambición de llevar los discursos tecnológicos a niveles superiores que permitan la modelación de las problemáticas estudiadas y deriven en ciertos aspectos teóricos vinculados a la cinemática.

Finalmente, nos llamó mucho la atención el no encontrar en el texto ninguna referencia a  $T_{R3}$  (calcular la velocidad de un determinado móvil respecto a otro), siendo que dicha problemática es parte esencial del estudio sobre la relatividad del movimiento.

Estamos convencidos de que la coincidencia de todos los factores mostrados (ausencia de vectores, estudio de problemas ya resueltos, acomodación del ámbito numérico en los cálculos, empobrecimiento de los discursos justificativos) obedece a una misma causa. Bajo nuestro punto de vista responde a una intención de acercar el estudio de la Ciencia, en particular de la Física, de manera que la gran mayoría de estudiantes la puedan comprender. Para ello la propuesta curricular oficial opta por simplificar lo más posible el estudio de la unidad, tratando de minimizar las nociones matemáticas necesarias, así como de acercar los discursos argumentativos a la experiencia e intuición. Sin embargo, el análisis de

la unidad desvela claramente cómo, en este afán de simplificación, la transposición didáctica realizada sacrifica ciertos ingredientes esenciales, tanto de carácter técnico, como tecnológico, lo que impide una mínima articulación y modelación de las problemáticas estudiadas. Cuesta imaginar desde esta propuesta curricular cómo los docentes puedan transmitir ciertos conceptos esenciales que puedan ser integrados al saber físico de los estudiantes, puesto que son justamente esos conceptos esenciales los que la propuesta elude. Prueba de ello es que, tal como se puede apreciar en la figura 8, en la síntesis de la unidad, el texto es un mero dibujo con textos aislados que hacen referencia solo a cuestiones anecdóticas.

En este sentido es en el que asociamos los hechos de evitar a toda costa el uso de la matemática mínima necesaria para llevar a cabo con sensatez el estudio propuesto, junto con tratar de simplificar todo cálculo, así como de contextualizar todos los discursos argumentativos a un mismo fenómeno didáctico al que denominamos «la desmatematización de las organizaciones físicas escolares».

Por el momento restringimos la presencia del fenómeno a la enseñanza de la Física en la educación media chilena; sin embargo, creemos que puede tratarse de un fenómeno más general y no solo de la Física, sino también de otras ciencias.

### Algunos aspectos que considerar sobre la OF de la versión privada del texto oficial

Para poder indagar en las posibles causas del fenómeno de desmatematización establecido creemos imprescindible averiguar si dicho fenómeno aparece en una escala similar también en los textos escolares de enseñanza media orientados al sector privado. Por ello revisamos los textos más utilizados en las escuelas particulares privadas en busca de este fenómeno. Sin embargo, encontramos que en la gran mayoría de los casos estos textos presentaban tanto técnicas, como discursos tecnológicos, similares a los del MER. A su vez, presentaban una mayor cantidad y variedad de tareas y problemas propuestos que los textos públicos. En este proceso de revisión nos llamó especialmente la atención el texto privado de la misma editorial que el texto público (al que llamamos versión privada), puesto que ambos son muy similares en su estructura y están escritos por los mismos autores.

En primer lugar, en la versión privada del texto la unidad cambia el nombre de «Fuerza y Movimiento» a «Vectores y Cinemática». Esta empieza distinguiendo entre magnitudes vectoriales y magnitudes escalares, define los vectores, así como sus propiedades básicas, la suma y resta vectoriales, la descomposición vectorial y el producto de un escalar por un vector, entre otros conceptos. A partir de ahí se define sistema de referencia, así como los vectores posición, desplazamiento y velocidad, entre otras nociones. El texto paulatinamente va elaborando un discurso bastante amplio y sólido que sienta las nociones matemáticas fundamentales para dar inicio al estudio de la cinemática.

A diferencia del texto oficial, en la versión privada de la misma editorial están presentes las tres problemáticas descritas en el MER. Al respecto cabe mencionar que el discurso vinculado al problema  $T_{R2}$ , de la composición de velocidades, se construye sobre la base de la composición vectorial, de manera que la OF del texto privado guarda bastante similitud con la descrita en el MER, tanto en términos de tareas, como de técnicas, tecnología y teoría. Por otro lado, en la síntesis de la unidad, además de las nociones de vector, plano cartesiano, sistema de coordenadas, los vectores posición, desplazamiento y velocidad, se sistematizan los tres tipos de problemas correspondientes a  $T_{R1}$ ,  $T_{R2}$  y  $T_{R3}$ , así como sus técnicas respectivas  $\tau_{R1}$ ,  $\tau_{R2}$  y  $\tau_{R3}$ . Por último, la versión privada propone 36 problemas, frente a los escasos 7 que propone la versión pública.

Tenemos la hipótesis de que la gran distancia que encontramos entre la versión pública y la versión privada de los textos no es una casualidad, sino que obedece a una ideología sobre la necesidad de adaptar el currículum a los distintos capitales culturales de los estudiantes (Berstein, 1990; Dowling, 1998). Se como sea, la decisión del Estado de invertir una gran cantidad de recursos para facilitar un

texto gratuito a la gran mayoría de estudiantes debería ser una medida que contribuyera a la equidad; sin embargo, al menos en Física, la gran distancia entre los textos públicos y el MER hace que dicha medida genere una considerable inequidad curricular entre los estudiantes de las escuelas particulares privadas y el resto de alumnos.

## CONCLUSIONES

En el análisis de la dimensión curricular pudimos establecer que existe una clara desmatematización de las OF que proponen los libros de textos oficiales en enseñanza media. El discurso tecnológico teórico de las OF por lo general suele ser de naturaleza empirista, en el sentido de naturalista, escasamente fundamentado en el método científico, fuertemente apoyado en la intuición y en lo que parece evidente, natural y cercano al estudiante, y escasamente relacionado con las Matemáticas.

Los procesos de matematización de las cuestiones problemáticas que aborda la Física son los que en gran medida permiten modelar los fenómenos de la Física, y con ellos estudiarlos, comprenderlos y resolver determinadas cuestiones. Por ello la desmatematización de las OF las convierte en simples enunciados discursivos que no aportan herramientas para actuar.

Este fenómeno aparece en los textos públicos de educación media y no así en los de educación básica, ni tampoco en los textos privados. Este hecho resulta particularmente llamativo, porque va en contra de lo que se esperaría del currículum en términos de progresión. A nuestro parecer esta situación podría estar relacionada con una intención de tratar de simplificar el estudio de la Física para los estudiantes de enseñanza media del sector público y el sector particular subvencionado. Sin embargo, en realidad, en este caso, en lugar de simplificar el estudio lo dificulta.

Hemos detectado otro fenómeno didáctico en los textos oficiales que tiene una relación dialéctica con el fenómeno de la desmatematización. Se trata del fenómeno de la desaparición de cuestiones problemáticas iniciales frente a las cuales se deban construir/disponer las nociones de la Física que se pretende sean aprendidas por los estudiantes. En efecto, dado que existe escasa matematización de los fenómenos físicos en estudio, los procesos de modelización son elementales, y con ello no es posible abordar ninguna cuestión problemática de manera sistemática y en profundidad. Y viceversa, dada la desaparición de cuestiones problemáticas iniciales que requieran un estudio sistemático y profundo para abordarlas y resolverlas, no es necesaria una matematización de los fenómenos físicos en estudio. Asimismo, los escasos problemas que aparecen propuestos en los textos suelen estar circunscritos a contextos muy pobres.

Esta disfunción adquiere mayor relevancia en términos de articulación curricular, cuando encontramos que en el subsector de Matemáticas se estudia la matemática necesaria para realizar este tipo de modelizaciones.

Por contra, en los libros de texto de enseñanza básica, las OF analizadas presentaron un grado de matematización adecuado como para poder modelar las problemáticas en estudio.

Por último, a la luz de esta investigación, se recomienda encarecidamente revisar los procedimientos de licitación, adjudicación y adquisición de textos escolares en Chile, con el fin de garantizar que los textos públicos constituyan una verdadera aportación que contribuya a aumentar la equidad entre las escuelas públicas y las escuelas privadas.

## AGRADECIMIENTOS

Joaquim Barbé, Lorena Espinoza y Uwe Gellert agradecen al Ministerio de Educación de Chile por financiar esta investigación a través de CONICYT con el proyecto FONDECYT Regular n.º 1121179.

## REFERENCIAS

- BARBÉ, J., BOSCH, M., ESPINOZA, L. *et al.* (2005). Didactic Restrictions on the Teacher's Practice: The Case of Limits of Functions in Spanish High Schools. *Educational Studies. Mathematics*, 59, pp. 235-268.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-005-5889-z>
- BARQUERO, B., BOSCH, M. y GASCÓN, J. (2011). Los recorridos de estudio e investigación y la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(3), pp. 339-352.
- BELLEI, C. (2007). Expansión de la educación privada y mejoramiento de la educación en Chile: Evaluación a partir de la evidencia. *Revista Pensamiento Educativo*, 40(1), pp. 285-311.
- BERNSTEIN, B. (1990). *The structuring of pedagogic discourse*. London: Routledge y Kegan Paul.  
<https://doi.org/10.4324/9780203011263>
- BOSCH, M., ESPINOZA, L. y GASCÓN, J. (2003) El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(1), pp. 79-136.
- BOURDIEU, P. (2003). *Las estructuras sociales de la economía*. Barcelona: Anagrama.
- BROUSSEAU, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros Del Zorzal.
- CARRASCOSA, J., Gil-Pérez, D. y Vilches, A. (2006). Papel de la actividad experimental en la educación científica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 23(2), pp. 157-181.
- CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), pp. 221-265.
- CHEVALLARD, Y. (2005, 3.<sup>a</sup> edición). *La trasposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Aique, p. 45. ISBN 950-701-380-6.
- CHEVALLARD, Y. (2013). Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contra-paradigma emergente. *REDIMAT-Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), pp. 161-182.
- DE ATAÍDE, A. R. P. y GRECA, I. M. (2013). Epistemic views of the relationship between physics and mathematics: Its influence on the approach of undergraduate students to problem solving. *Science y Education*, 22(6), pp. 1405-1421.  
<https://doi.org/10.1007/s11191-012-9492-2>
- DOWLING, P. (1998). *The sociology of mathematics education: Mathematical myths/ pedagogical texts*. London: Routledge Falmer.
- ESPINOZA, L. y AZCÁRATE (2000) Organizaciones matemáticas y didácticas en torno al objeto de «límite de función»: una propuesta metodológica para el análisis. *Enseñanza de las ciencias*, 18 (3), pp. 355-368.
- GASCÓN, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 4(2), pp. 129-160.
- GASCÓN, J. (2014). Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos de emancipación de la didáctica y la historia de las matemáticas. *Educación Matemática*, 25, pp. 99-123.
- GELLERT, U., BARBÉ, J. y ESPINOZA, L. (2013a). Towards a local integration of theories: Codes and praxeologies in the case of computer-based instruction. *Educational Studies in Mathematics*. 82, 2, pp. 303-321.
- GELLERT, U., ESPINOZA, L. y BARBÉ, J. (2013b). Being a mathematics teacher in times of reform ZDM. *International Journal on Mathematics Education*. 45, 4, pp. 535-545.



- GINGRAS, Y. (2001). What did mathematics do to physics? *History of Science*, 39, pp. 383-416.  
<https://doi.org/10.1177/007327530103900401>
- KANE, T. J. y STAIGER, D. O. (2008). *Estimating teacher impacts on student achievement: An experimental evaluation* (Working Paper) Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.
- OCDE (2014). *Informe Nacional Resultados Chile PISA 2012*. Santiago: Agencia de Calidad de la Educación, Ministerio de Educación de Chile.
- PATY, M. (1988). *La matière dérobée: L'appropriation critique de l'objet de la physique contemporaine*. Montreux: Gordon y Breach.
- REDISH, E. F. y KUO, E. (2015). Language of physics, language of math: Disciplinary culture and dynamic epistemology. *Science y Education*, 24(5-6), pp. 561-590.  
<https://doi.org/10.1007/s11191-015-9749-7>
- TORCHE, F. (2005). *Desigual pero fluido: El patrón chileno de movilidad en perspectiva comparada*. Santiago: Expansiva.
- TREVIÑO, E., DONOSO, F. y BONHOMME, M. (2009). ¿Cómo las escuelas chilenas pueden mejorar el aprendizaje en ciencias? En L. Cariola, G. Cares, y E. Lagos (eds.), *Qué nos dice PISA sobre la educación de los jóvenes en Chile*. Santiago: Ministerio de Educación, Unidad de Currículum y Evaluación, pp. 71-104.
- TREVIÑO, E. y TREVIÑO, G. (2004). *Estudio sobre las desigualdades educativas en México: la incidencia de la escuela en el desempeño académico de los alumnos y el rol de los docentes* (Cuadernos de investigación 5). México, DF: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- UHDEN, O., KARAM, R., PIETROCOLA, M. y POSPIECH, G. (2012). Modelling mathematical reasoning in physics education. *Science y Education*, 21(4), pp. 485-506.  
<https://doi.org/10.1007/s11191-011-9396-6>
- UNIVERSIDAD ALBERTO HURTADO (2009). *Seguimiento al uso de los textos escolares en la formación docente* (Informe final, tomo 2). Santiago. Ministerio de Educación.
- WRIGHT, S. P., HORN, S. P. y SANDERS, W. L. (1997). Teacher and classroom context effects on student achievement: Implications for teacher evaluation. *Journal of Personnel Evaluation in Education*, 11(1), pp. 57-67.  
<https://doi.org/10.1023/A:1007999204543>

---

# The mathematical impoverishment of recommendations for teaching in official physics textbooks at high-school level

Joaquim Barbe  
*Dep. of Physics. University of Santiago de Chile, Chile.*  
joaquim.barbe@usach.cl

Lorena Espinoza  
*Dep. of Mathematics. University of Santiago de Chile, Chile.*  
lorena.espinoza@usach.cl

Uwe Gellert  
*Dep. of Education and Psychology. Free University of Berlin, Germany.*  
uwe.gellert@fu-berlin.de

This article presents an analysis of physics textbooks for 7<sup>th</sup>-grade primary school and 2<sup>nd</sup>-grade high-school students (aged 11 to 15 years) in Chile. The didactical structuring of the teaching units displayed in the textbooks is analysed with the aim of identifying curricular features that hinder the students' transition from primary school (grades 1 to 8) to high-school (grades 1 to 4) and that obstruct the expected learning achievements declared in the study programs. The research is embedded in the theoretical framework of Anthropological Theory of Didactics (Chevallard 1999). Particularly important is its concept of «praxeology». Based on the result of the analysis, the article establishes a didactical phenomenon to be named «the demathematisation of recommendations for the teaching of high-school physics» in Chile. We believe that this is not an isolated event in Chile and a more common didactical phenomenon, as already mentioned by Chevallard (2013).

To a large extent, it is the mathematisation of the problems of physics which allows to model physical phenomena, to study them, to understand them and to solve the crucial questions. For this reason, the demathematisation of physical praxeological organisations converts them to simple and superficial statements that do not provide intellectual tools to act.

We observe this phenomenon only in the physics textbooks of public secondary schools. These textbooks are produced under control of the Chilean government and distributed to public schools free of charge. We call them the «official» physics textbooks. We do neither observe a similar phenomenon in the physics textbooks of primary education nor in those physics textbooks used in private secondary schools. The mismatch of the mathematisation of physics in primary and public secondary schooling is particularly striking, because it contradicts the expectations about a physics curriculum in terms of its progression. In our view, this situation is possibly related to a misguided intention to simplify the study of physics for the secondary school students of the public sector. As we show, however, in this case, instead of simplifying the study, learning physics becomes more difficult.

Another didactic phenomenon that we have identified in the official textbooks used in public secondary schools, and which is dialectically related to demathematisation, is the disappearance of initial problematic questions. This is an important issue, because precisely the posing of initial questions can lead the students to construct and arrange the concepts of physics to be learned in school. However, the process of mathematisation is fundamental for the passage from initial problems to abstract physical concepts. In fact, since we observe a relative absence of mathematisation of the physical phenomena under study, the related modelling processes remain on a superficial level. It is then not possible to address problematic physical questions systematically and in depth. Vice versa, given the factual disappearance of initial problematic questions that require systematic and deep study, systematic mathematisation of the physical phenomena under study becomes less and less relevant. Consequently, the few problems that are proposed in the texts for discussion are usually confined to very poor physical contexts.

Once we consider the curricular articulation across school subjects, the demathematisation of school physics seems to be even more dysfunctional. The mathematical concepts and procedures necessary to perform the mathematical modelling of the physical problem situations are taught in school mathematics at the same age level.

In the light of our research, we finally recommend strongly to pay more attention to the creation, production, distribution and procurement of school texts in Chile, in order to ensure that official textbooks can be a real support that contributes to increasing the equity of access to valued forms of knowledge and to reduce the achievement gaps between students of public and private secondary schools.