http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1798
ISSN (impreso): 0212-4521 / ISSN (digital): 2174-6486

# Una propuesta didáctica para trabajar la secuencia numérica en el segundo ciclo de educación infantil

## A didactic proposal to work on the numerical sequence in the second cycle of preschool education

Catalina María Fernández Escalona
*Universidad de Málaga*
cfernandez@uma.es

RESUMEN • En este trabajo se presenta una propuesta didáctica para trabajar la secuencia numérica en el segundo ciclo de infantil atendiendo a la relación de «siguiente» que existe entre sus términos. En el diseño de las tareas se tienen en cuenta los esquemas lógicos matemáticos implicados en la estructura operatoria de seriación y en la acción de contar, bajo el prisma de las relaciones lógicas ordinales.

El propósito es que el escolar aprenda un método sistemático de reproducción de la secuencia numérica que pasa por el entendimiento de que el primer tramo, del 1 al 10, constituye un ciclo a partir del cual, y con una regla de combinación (seriación doble), se genera toda la serie de números naturales. Para conseguir ese método sistemático, se presenta la propuesta de enseñanza que incluye actividades para conocer el siguiente de un número en cualquier decena teniendo como referencia lo que ocurre en el ciclo, conseguir el aprendizaje rítmico y lingüístico de la secuencia numérica mediante agrupamientos propios de generación de series, trabajar las decenas ordinales y culminar todo el proceso de sistematización con el cálculo mental.

PALABRAS CLAVE: secuencia numérica; estructura lógica de seriación; acción de contar; contexto ordinal; infantil.

ABSTRACT • This paper presents a didactic proposal to work the numerical sequence in the second cycle of preschool education attending to the «following of» relationship that exists among its terms. When designing the tasks, we take into account the mathematical logic schemes involved in the operation structure of serialization and in the action of counting, under the perspective of ordinal logical relationships.

The purpose is that the schoolchild learns a systematic method of reproducing the numerical sequence that is based on the understanding that the first range of numbers. from 1 to 10, it is a cycle from which the entire series of natural numbers is generated, with a combination rule (double serialization). To accomplish this systematic method, we present a teaching proposal that includes activities to know which is the «following of» a number in any ten considering as a reference what is happening in the cycle, to achieve a rhythmic and linguistic learning of the numerical sequence by doing typical groups of series generation, to work the ordinal tens and to finalize the whole process of systematization with mental calculation.

KEYWORDS: number sequence; logical structures of seriation; act of counting; ordinal context; preschool.

Recepción: mayo 2015 • Aceptación: enero 2016 • Publicación: junio 2016

## INTRODUCCIÓN

Existen diversas líneas de investigación encargadas del desarrollo de los números en los niños y niñas (Castro, 2006; Gelman y Gallistel, 1978; Piaget y Szeminska, 1982). Estas líneas parten del conjunto de los números naturales, por lo que el tratamiento del número lleva consigo dos acepciones: cardinal y ordinal. El significado cardinal de un número es la cantidad y da respuesta a la pregunta ¿cuántos elementos tiene un conjunto?, mientras que el aspecto ordinal significa posición relativa del número puesto en secuencia.

En el trabajo que vamos a presentar, nos centramos en el aprendizaje de la secuencia numérica, por lo tanto lo primero que nos planteamos es la diferencia entre el conjunto de números naturales y la secuencia.

¿Qué diferencia hay entre secuencia numérica y conjunto de números naturales? Por un lado, entendemos por conjunto de números naturales aquel que está formado por números que son sus elementos. Una característica importante de este conjunto es que está ordenado, que sus elementos se pueden poner en secuencia, uno detrás de otro, y esto hace que cada elemento lleve consigo dos acepciones: una debida al lugar que ocupa en la serie, referente al aspecto ordinal; y la otra debida al significado que ese elemento tiene por sí mismo, referente al aspecto cardinal.

El primero origina el uso del número para contar y se formaliza, matemáticamente, mediante la inducción completa y los axiomas de Peano. El segundo aspecto nos proporciona el uso del número para conocer el cardinal de una colección de objetos discretos y se formaliza, matemáticamente, a través de la equipotencia de los conjuntos propuesta por Cantor (Russell, 1982).

La axiomática de Peano aborda el aspecto ordinal del número natural pretendiendo una secuenciación de los números. En esta construcción no es importante la definición de los términos, sino que lo verdaderamente importante es la relación de «siguiente de» existente entre ellos. Desde este punto de vista aparece la construcción de la secuencia numérica asociada a la función sucesor que se indica en el segundo axioma.

Por otro lado, definiremos la secuencia numérica como un tipo de serie que puede generarse a partir de relaciones lógicas ordinales. Estas relaciones surgen de dos tipos de relaciones generadoras de series, como son las asimétricas biunívocas de Bolzano y las asimétricas transitivas de Vivanti. Las biunívocas se refieren al «siguiente de», es decir, cada elemento tiene un único siguiente inmediato (la característica de biunívoca implica la unicidad), mientras que las transitivas hacen referencia a todos los siguientes de un número, por lo que cualquier número lleva asociado dos clases, una la clase de los anteriores y otra la clase de los posteriores. Ambas relaciones generadoras de series son equivalentes y a partir de ellas las relaciones lógicas ordinales se concretizan en: siguiente de, siguiente, entre, entre inmediato, primer elemento y primer y último elemento (Russell, 1982). Con esta definición llegamos a una construcción de la secuencia numérica en un contexto ordinal dado por un sistema de relaciones lógicas existente entre sus términos y omitiendo el significado cardinal de cada uno de ellos.

Ahora bien, la problemática planteada es que la enseñanza de la secuencia numérica no consiste únicamente en conseguir que los escolares reciten correctamente una secuencia estable y convencional, sino que conlleva la realización, por parte de los enseñantes, de propuestas de enseñanza que manifiesten todo el entramado de relaciones lógicas ordinales existente entre los términos numéricos (Castro, 2006; Grize, 1979).

Ante esta problemática, los maestros y maestras pueden aprovechar todo tipo de situaciones familiares y escolares en las que se establezcan relaciones intrínsecas entre los términos de la secuencia numérica y la aplicación de esta a un conjunto de objetos para obtener posiciones ordinales y lógicas ordinales de sus elementos, y así los niños y niñas logren pasar de un recitado memorístico a la resolución de problemas ordinales donde se manifiesta ese entramado de relaciones entre los términos numéricos (Dickson, Brown y Gibson, 1991; Tsamir, Tirosh y Levenson, 2011).

En este trabajo se presenta una propuesta de enseñanza para trabajar la secuencia numérica en un contexto totalmente ordinal, lo que conlleva darle un tratamiento de serie. Para que el escolar logre su construcción se tiene que percatar de que hay un método sistemático de reproducción de la secuencia basada en la seriación cíclica y la seriación doble, ya que el primer tramo constituye el ciclo a partir del cual y con una regla de combinación se genera toda la serie de números naturales. Además de esto, el tratamiento de la secuencia numérica como una serie implica estudiar la relación lógica ordinal existente entre sus términos, ya que una serie se construye a través del encadenamiento aditivo y esta capacidad alude al proceso de construcción de una sucesión de «siguientes de», según la cual a un elemento le continúa otro elemento y a este otro y así sucesivamente mediante relaciones asimétricas biunívocas generadoras de series (Castro, Cañadas y Molina, 2010; Grize, 1979; Ortiz, 2009; Piaget, 1983).

Dividiremos nuestra propuesta de enseñanza en cuatro bloques. En el primero de ellos se proponen actividades para determinar posiciones ordinales; es importante considerar el aspecto funcional-ordinal del conteo. En el segundo se trabaja el recitado de la secuencia numérica; los niños y niñas tienen que conocer las palabras numéricas y recitarlas en el orden estable y convencional ya que esto les proporcionará una agilidad mental que más tarde podrán usar para establecer las relaciones numéricas. El tercer bloque está dedicado a presentar actividades donde el esquema de trabajo es tratar un método sistemático para reproducir verbalmente la secuencia numérica. El último bloque se dedica a dar indicaciones para trabajar el cálculo mental teniendo en cuenta la estructura lógica de seriación y las relaciones lógicas ordinales.

La estructura lógica de seriación subyacente a la secuencia numérica está presente en todas las series de actividades planteadas.

## MARCO TEÓRICO

Existen muchas investigaciones sobre el desarrollo del número en el niño/a. Entre ellas, encontramos dos modelos que han permitido describir este desarrollo del número: el *modelo lógico piagetiano* (Piaget y Szeminska, 1982) y el *modelo de integración de habilidades (procesamiento de la información)* (Gelman y Gallistel, 1978). El primero hace referencia a la construcción conceptual y operatoria del número basada en las estructuras lógicas de clasificación y de seriación[1] (Alsina, 2006). El segundo permite la creación de un modelo de conteo íntimamente ligado a la acción de contar. Como estos modelos tratan sobre el conjunto de números naturales y nuestro trabajo se basa en la secuencia numérica en un contexto ordinal que conlleva las relaciones lógicas ordinales entre los términos numéricos, debemos interpretar el desarrollo de la secuencia numérica dentro del desarrollo del número en el niño/a bajo el prisma de las relaciones lógicas ordinales. Dichas relaciones no han sido objeto específico de estudio ni en el modelo piagetiano, ni en el modelo de integración de habilidades.

Si se toma como marco referencial la teoría de procesamiento de la información, en la que el estudio del número se basa en los principios del conteo y la acción de contar, entonces el tratamiento de la secuencia numérica ha de ser necesariamente un componente del conteo, mientras que si se toman como referencia las teorías lógicas-piagetianas, en las que el número es síntesis de clasificación y seriación, la clasificación se asocia al aspecto cardinal del número y la seriación al aspecto ordinal, entonces la secuencia numérica se estudia bajo la estructura operatoria de seriación relacionada con el razonamiento inductivo en el sentido de que se trata de percibir un patrón analizando los números en la secuencia que permita obtener el «siguiente de» un número dado (Castro, Cañadas y Molina, 2010; Ortiz, 2009).

Pasamos a estudiar el aprendizaje de la secuencia numérica teniendo en cuenta cada uno de estos modelos y las relaciones lógicas ordinales.

1. Cuando la seriación tiene un criterio de orden entonces se llama ordenación, por ejemplo seriar por tamaños es una ordenación.

## El aprendizaje de la secuencia numérica desde el modelo de integración de habilidades

En este modelo se parte del conteo como una concepción primaria en el desarrollo del número llegando a la comprensión de su significado en cuanto operador cuantificador (Gallistel y Gelman, 2005); es decir, esta referencia teórica desembocaría en la construcción de modelos de desarrollo del número partiendo de la acción de contar y usando el propio conteo como un «operador cuantificador» (Clark y Grossman, 2007; Montero *et al.*, 2009). Por tanto, se aleja del uso de la secuencia numérica en un contexto ordinal y el uso que se da de ella es para calcular el cardinal de un conjunto y decir cuántos elementos tiene mediante el establecimiento de cinco principios que modelizan la acción de contar. Nuestro objetivo aquí es partir de esos principios y centrarnos en aquel que se ocupa exclusivamente de la secuencia numérica.

Gelman y Gallistel (1978) defienden la existencia de cinco principios en el conteo: *de orden estable*, *de correspondencia uno a uno*, *de abstracción*, *de cardinalidad* y *de orden irrelevante*. Si queremos que se logre un aprendizaje correcto de la técnica de contar es fundamental tener en cuenta y conseguir los cinco principios que proponen estos autores.

Centrándonos en la acción de contar y en los esquemas mentales que ello conlleva, contar es ir asignando un término de la secuencia numérica a un objeto diferente de un conjunto bien definido. Por tanto, para contar debemos disponer previamente de una *sucesión de términos numéricos* y de un *conjunto de objetos bien definidos* cuyos elementos van a ponerse en correspondencia uno a uno.

La sucesión en cuestión es la secuencia numérica convencional «uno, dos, tres, cuatro, cinco...». Dicha secuencia consta de los términos y el orden del recitado.

Para la asimilación de esta secuencia disponemos de un principio del conteo: el *principio de orden estable*. Este principio nos dice que el individuo debe disponer de una secuencia estable y convencional, que no es otra que la secuencia numérica. Pero, ¿cómo un escolar llega a su dominio? Uno de los factores que nos permiten determinarlo es la capacidad de establecer relaciones lógicas ordinales entre sus términos. Teniendo en cuenta los niveles de dominio de la secuencia numérica determinados por Fuson (1988) y atendiendo a los nexos lógicos que existen entre los términos numéricos, distinguiendo si son simples etiquetaciones o se dan comparaciones entre ellos (porque cuanto más elevado sea el nivel aparecerán las comparaciones que se traducen en relaciones lógicas ordinales), podemos considerar los siguientes niveles:

1. Nivel cuerda. Solo se puede emitir la secuencia como un «todo», sin diferenciar las palabras numéricas que aparecen dentro de esta. La falta de diferenciación hace que los términos sean considerados como etiquetas sin existir ningún nexo comparativo entre ellos.
2. Nivel cadena irrompible. Cada una de las palabras que se emite dentro de la secuencia son términos distinguibles los unos de los otros, y así la secuencia no está constituida como un «todo», sino que está integrada por una sucesión de términos.
3. Nivel cadena rompible. Se da una mayor comprensión de las relaciones existentes entre las palabras numéricas dentro de la sucesión. Los niños y niñas que están en este nivel pueden determinar el siguiente de un número cualquiera.
4. Nivel cadena numerable. Se puede contar a partir de un término cualquiera «a» hasta llegar a otro término «b».
   Al tener que recordar continuamente el término de llegada, aparecen nuevas conexiones entre un término determinado, el anterior a este y el siguiente.
5. Nivel cadena bidireccional. Cada término en la secuencia ocupa un lugar determinado porque es posterior a todos los que le anteceden y anterior a todos los que le suceden.

## El aprendizaje de la secuencia numérica desde el modelo lógico piagetiano

El modelo piagetiano resta todo interés al conteo memorístico del niño/a preescolar porque el concepto de número piagetiano es abstracto, surgido del funcionamiento de la abstracción reflexionante, y muy distinto del concepto práctico o empírico que suele adquirirse precozmente (Piaget, 1983).

Según Piaget el número es una síntesis de clasificación y seriación en el sentido que indicamos a continuación. Del mismo modo que ignoramos las diferencias entre los objetos al clasificar, también lo hacemos cuando asignamos a un conjunto su número cardinal. La seriación se produce al contar los objetos del conjunto para calcular su número cardinal. Si bien en el proceso de recuento de los objetos son tratados como si fuesen iguales, también se tiene en cuenta en este proceso un aspecto que hace que los objetos sean tratados como diferentes. En el proceso de determinar el valor cardinal por medio de la enumeración debemos ordenar los objetos: contar primero uno, luego el siguiente y así sucesivamente.

Este proceso de *ordinación*[2] se vincula con la estructura lógica de seriación. Si distribuimos los objetos en el orden en que fueron enumerados estaremos frente a una verdadera serie, ya que los objetos constituyen un encadenamiento aditivo de relaciones asimétricas. En el caso que nos ocupa, las diferencias entre los objetos que determinan la serie es la posición ordinal (primer objeto contado, segundo objeto contado, etc.).

Según la teoría piagetiana el aspecto cardinal y el aspecto ordinal del número natural son indisociables ya que el número es síntesis de clasificación y seriación, en la que el aspecto cardinal va asociado a la clasificación y el aspecto ordinal y la secuencia numérica a la seriación. Pero nosotros estamos interesados exclusivamente en el aspecto ordinal y el estudio de la secuencia numérica en el modelo lógico piagetiano, entonces nos preguntamos ¿qué tratamiento hay que darle a la secuencia numérica en el marco lógico-piagetiano?

Si en nuestro trabajo queremos aplicar el desarrollo de la secuencia numérica, en escolares de 3 a 6 años, bajo la perspectiva de las teorías lógicas piagetianas en las que se ha estudiado el desarrollo del número natural, entonces hay que tratarla como una serie. Según Fernández (2010: 74):

> Debido a que el estudio de la estructura lógica de seriación es un análisis genético, el tratamiento de la secuencia numérica como una serie en el sentido piagetiano implica ahondar en las capacidades necesarias que el escolar debe manifestar para llegar a establecer las relaciones intrínsecas de un elemento de la secuencia (posición relativa) con todos los demás. Se trataría de estudiar el paso de la seriación a la sistematización de la secuencia mediante las capacidades seriales que el niño/a necesita aplicar para llegar a dicha sistematización. La expresión sistematización de la secuencia se traduce en la terminología piagetiana como alcanzar el éxito operatorio de la serie, que consiste en construir las relaciones ordinales entre los términos de la secuencia numérica.

El paso de la seriación a la sistematización de la secuencia se consigue mediante las capacidades seriales siguientes: encadenamiento aditivo, primer y último elemento; todo elemento es primero y último y generación de series; ya que son estas capacidades las que hacen que se tenga un método sistemático para realizar una serie según Piaget e Inhelder (1976). Dichas capacidades se entienden según se explica en los apartados sucesivos.

1. El encadenamiento aditivo alude al proceso de construcción de una sucesión de siguientes: a un elemento le continúa otro elemento y a este otro, y así sucesivamente hasta completar toda la serie. Este es un procedimiento recursivo, a partir del cual se obtiene la «sucesión de siguientes» (Piaget e Inhelder, 1976).
   La aplicación de estos esquemas (encadenamiento aditivo y sucesión de siguientes) a la secuencia numérica pasa por el entendimiento de que el primer tramo de la secuencia (del 0 al

2. El término ordinación pertenece a la terminología piagetiana: *ordinación* versus *cardinación*.

9) constituye un *ciclo* a partir del cual, y con una regla de combinación, se genera toda la serie de números naturales. Dicha regla conlleva, a su vez, la aplicación de la *seriación doble*; así, por ejemplo, si nos encontramos en la «fila del 1» la regla es poner delante de cada uno de los términos del ciclo un «1», y con ello generaríamos los términos de la secuencia 10, 11, 12… 19; lo mismo con la «fila del 2», el 3, hasta el 9, obteniendo un método sistemático para la sucesión de siguientes de los 100 primeros números.

El éxito operatorio se da cuando el escolar conoce un método sistemático para repetir la serie numérica, sabe que cuando se «agotan» los números que empiezan por «1» el siguiente es empezar por «2» y unir este a todos los del ciclo, y cuando esto se termina se debe continuar con el «3», y así sucesivamente.

2. La capacidad serial denominada primer y último elemento. Consiste en asegurar que en tramos finitos de la secuencia numérica existen un primer y un último elemento. El «primero es anterior a todos» y el «último es posterior a todos». Cualquier tramo finito de la secuencia numérica tiene primer y último elemento porque está «bien ordenada», es decir, dispone de una «buena ordenación» y «orden total».

   La asimilación de estos dos elementos característicos manifiesta el inicio del éxito operatorio, puesto que identificar los elementos «a» y «b» como primero y último conlleva lo siguiente: (i) advertir las diferencias existentes entre cada uno de esos elementos con todos los demás; (ii) usar los términos numéricos en sentido comparativo frente al uso de esos mismos términos en un sentido de etiquetaje, y así indicar que «a» es el más pequeño de todos y que «b» es el más grande; (iii) hacer uso de la serie comparativa en los dos sentidos.
3. Todo elemento es primero y último. Un término en una serie lineal es último elemento de todos los que le anteceden y primero de los que le suceden. Esta capacidad se infiere de las series ordinales, en las que intervienen una relación de orden total; de todas ellas podemos decir que un elemento cualquiera es mayor que todos los anteriores y menor que todos los posteriores.

   La identificación de cualquiera de estos términos supone el éxito operatorio en la realización de series, puesto que ello determina un método sistemático para la construcción de estas; consistente en colocar en primer lugar el primer elemento, a continuación se coloca el primero de entre los restantes, etc., luego, en cada paso, el elemento que se coloca es tratado simultáneamente como primero y último (Piaget e Inhelder, 1976).

   Esta capacidad en la secuencia numérica se tiene cuando el escolar es capaz de advertir que cualquier número: (a) divide a la secuencia en dos clases: los anteriores al número dado y la clase de los posteriores; (b) ocupa un lugar determinado porque es mayor que todos los anteriores y menor que todos los siguientes.
4. La capacidad de generación de series. Trata sobre el proceso de generación de series aludiendo a criterios ordinales. Describe un proceso de generación de las series numéricas aditivas a partir de la secuencia de números naturales del siguiente modo:

   *a*) Construcción de la serie $S_1.\alpha$

   Realizamos una correspondencia serial entre la secuencia numérica (que llamaremos S) y la alternancia: sí-no-sí-no-sí-no-sí-no… Consideramos la serie de la secuencia correspondiente a los «síes» y obtenemos:

   $$(S_1)\ 1\text{-}3\text{-}5\text{-}7\text{-}9\ldots$$

   Si a es la función sucesor de S y $a_1$ es la correspondiente a $S_1$, entonces:

   $$\alpha_1(x) = \alpha(\alpha(x))$$

   siendo x un elemento cualquiera de $S_1$.-

*b*) Construcción de la serie S2.

En el segundo paso aplicamos el mismo método generativo que hemos usado en el primero. Así, a la serie S le aplicamos la correspondencia serial con esta otra:

sí-no-no-sí-no-no-sí...

y obtenemos $S_2$, que sería:

1-4-7-10...

y si $a_2$ es la función sucesor de $S_2$, se cumple:

$$\alpha_2(x) = \alpha(\alpha(\alpha(x)))$$

De esta forma en el n-ésimo paso se obtiene la sucesión $S_n$ a partir de la correspondencia serial:

sí-(n-noes)-sí-(n-noes)-sí...

y si $a_n$ es la función sucesor de $S_n$ , se cumple:

$$\alpha_n(x) = \alpha^{(n+1)}(x)$$

Con este proceso se ha creado un método de construcción de las series numéricas aditivas a partir de la secuencia numérica con la particularidad de que es un proceso ordinal.
Si combinamos este apartado con algunos de los anteriores, como el encadenamiento aditivo y la capacidad serial que hemos denominado primer y último elemento, podemos obtener las tablas de multiplicar de esta forma:

– Contar dos lugares y con el dos como primer elemento: 2, 4, 6, 8…
– Contar tres lugares y con el tres como primer elemento: 3, 6, 9, 12…
– Contar cuatro lugares y con el cuatro como primer elemento: 4, 8, 12, 16…

Y así sucesivamente.

En definitiva, podemos generar cualquier serie aditiva, por ejemplo las del tipo:

La serie de las decenas. Contar de diez en diez empezando por diez y terminando en 90, que es lo mismo que decir contar diez lugares con el diez como primer elemento y 90 como el último.

– Contar de diez en diez empezando por uno y terminando en 91.
– Contar de diez en diez empezando por dos y terminando en 92.
– Contar de diez en diez empezando por tres y terminando en 93.

Y así sucesivamente.

Todas las series numéricas aditivas se pueden generar a partir de la secuencia de números naturales usando un método de generación de carácter ordinal.

## Dominio de la secuencia numérica mediante las relaciones lógicas ordinales

Reinterpretamos los niveles de dominio de la secuencia numérica de Fuson (1988) en base a la estructura lógica de seriación y las relaciones lógicas ordinales como sigue:

### I. La relación entre los términos de la secuencia numérica es antisimétrica

Quiere decir que cada término de la secuencia ocupa un lugar único y se emite una sola vez. En las actuaciones de los escolares ante una situación de conteo o simplemente en una situación de recitado de la secuencia, este esquema se pone de manifiesto si emiten la secuencia sin repetir ningún término (esto en cuanto al recitado) y no cuentan un lugar dos veces (esto en cuanto a situaciones de conteo).

### II. La secuencia numérica es una sucesión de siguientes que empieza en uno

Quiere decir que la secuencia numérica no se emite como un «todo» sino que hay diferenciación entre los términos, ya que cada uno de ellos, excepto el primero, se emite a continuación de otro. Esto, junto con lo anterior, determina que cada término tiene un único siguiente, pero hasta este momento, para los niños y niñas, estos siguientes aparecen siempre que la secuencia se emita empezando por uno.

### III. La sucesión de siguientes es una característica que se mantiene ante cualquier división realizada en la secuencia numérica

El que un término sea el siguiente de otro es independiente del primer término elegido para el inicio del conteo.

Se presenta un «esquema acumulativo» ya que si los escolares saben contar a partir de un término «a» es porque saben cuál es el «siguiente de a», por lo tanto es el establecimiento paso a paso de un término que, al ser enumerado, pasa de ser siguiente de uno dado a ser el primero en una nueva división de la secuencia a partir del cual se puede empezar a contar.

Tenemos que en las situaciones cognoscitivas de este nivel se dan actuaciones de «siguiente inmediato» en las que el escolar es capaz de reconocer el siguiente de un término cualquiera de la secuencia numérica, y se pueden realizar comparaciones entre dos términos cualesquiera a través del esquema acumulativo de siguiente.

### IV. Tramo finito en la sucesión de siguientes

El primer elemento es considerado como aquel que es anterior a todos los dados y el último como aquel que es posterior. En las actuaciones de los escolares que tienen en cuenta este esquema lógico-matemático está el poder contar o emitir la secuencia desde un término cualquiera «a» hasta otro término cualquiera «b», considerando «a» y «b» como primero y último respectivamente.

### V. Diferentes sentidos: ascendente y descendente en la sucesión de siguientes

En la emisión de la secuencia, tanto en un sentido ascendente como descendente, se manifiestan varios esquemas lógicos:

- Se puede determinar tanto el siguiente como el anterior de un elemento dado cualquiera.
- Análogo a la sucesión de siguientes a partir de un término «a» cualquiera se tendría una sucesión de anteriores.
- Al igual que se adquiere el conocimiento de «todos los posteriores», se obtiene la clase de «todos los anteriores».
- Del mismo modo que se puede determinar la posición de un término tomando como referencia una posición anterior a través del recuento progresivo, se puede determinar la posición de un término tomando como referencia una posición posterior a través del recuento regresivo.

## Propuesta de enseñanza

Sobre la base del marco teórico presentamos una propuesta de enseñanza dirigida a niños de 3 a 6 años para trabajar la secuencia numérica, organizada en cuatro bloques de actividades que aquí presentamos.

Según Fernández y Ortiz (2008) tanto los escolares de 3 años como los de 4 y los de 5 manifiestan relaciones lógicas ordinales entre los términos de la secuencia numérica al resolver problemas ordinales, con un aumento considerable al pasar de 4 a 5 años. Nos encontramos niños/as de 3 años que presentan un nivel alto en el dominio de la secuencia numérica en cuanto a las relaciones lógicas ordinales y niños/as de 5 años que están en un nivel más bajo. Por tanto, la propuesta de enseñanza se tiene que presentar tanto a los escolares de 3 años como a los de 4 y 5 años, y únicamente hay que adaptar cada actividad de la propuesta al tramo convencional que cada niño o niña tenga adquirido y hacer que ese tramo convencional sea cada vez más grande.

## Bloque 1: posiciones ordinales

Si tenemos en cuenta el aspecto funcional de la secuencia numérica en su contexto ordinal, estaremos en el campo de las relaciones lógicas ordinales y la finalidad de la acción de contar es la de comparar dos números mediante la relación de siguiente y no por la cantidad que ellos representan. En este sentido, «contamos para determinar posiciones ordinales».

Nos encontramos con lo siguiente: dado un conjunto cualquiera se puede seriar a través de la secuencia numérica mediante la correspondencia uno a uno, el proceso de seriación de un conjunto permite que sus elementos se dispongan en forma de hilera como una serie. Pues bien, llamamos *posición ordinal* de un elemento en la serie así construida al número que le corresponde en la secuencia numérica.

Por otro lado, llamamos posición lógica ordinal de un elemento de la serie con respecto a otro al número que le corresponde por el isomorfismo serial entre la secuencia numérica y la serie; dicha serie es un conjunto de objetos que se ha seriado a través de la secuencia, lo que permite la disposición de esos objetos en hilera, obtenido por el procedimiento en el que el número correspondiente a la posición ordinal dada es un dato y a partir de ese número se empieza a contar para obtener la otra posición ordinal. Por consiguiente, en una posición lógica ordinal se relacionan (con la relación de siguiente) dos términos numéricos para obtener una nueva posición ordinal a partir de otra dada, es decir, se obtiene una posición del elemento sin tener que empezar a contar desde el primero, sino a partir de una posición dada como dato.

Por tanto, si en lugar de estudiar las posiciones ordinales queremos determinar las posiciones lógicas ordinales, entonces tendríamos que usar el mismo procedimiento de conteo pero sin tener que empezar por uno.

El esquema general que se quiere trabajar en las actividades que proponemos en este apartado es el siguiente: «Teniendo en cuenta un número ordinal dado como dato, determinar una posición lógica ordinal».

## Actividad 1: posiciones lógicas ordinales

En clase se preparan 10 cajas en línea, en una de ellas hay un regalo. Después un escolar tiene que salir y seguir las instrucciones para encontrar el obsequio.

Las instrucciones son del tipo: «En la caja 5 encontrarás una pista donde se encuentra el regalo».

El niño o niña debe ir al lugar número 5 (posición ordinal) y, al abrirla, encontrará una tarjeta que indica que el regalo está en la caja número 3. Si un niño o niña está en la caja 5, daría la respuesta correcta si razona de la siguiente forma: «estoy en el 5, este es el 4 (señalando la caja 4) y este es el 3 (señalando la caja 3), entonces el regalo está aquí (señala la caja 3)».

Se trabajan otras combinaciones similares.

La situación, así planteada, puede ser resuelta con éxito de varias formas diferentes. El niño/a cuenta desde 1 hasta llegar a 5 (posición ordinal), una vez allí conoce que el obsequio está en la caja número 3, entonces puede suceder:

- Llega a la caja número 3 contando desde 1, por lo que en este caso, el niño o niña no establece relaciones lógicas ordinales entre el 3 y el 5. La situación está planteada para localizar posiciones lógicas ordinales y relacionar el 3 con el 5, sin embargo ha actuado según esquemas menos evolucionados, como es el de «localizar posiciones ordinales». Para ayudar al niño a que desde la caja número 5 localice la número 3 le podríamos dar la siguiente orden: «No podemos volver al principio para recoger el premio», con lo que evitaríamos que empezara desde 1.
- Desde la posición 5 cuenta las cajas desde 1, es decir, el niño o niña se encuentra en la caja 5, desde allí señala la caja 1 y dice «uno»; la está viendo pero no la puede tocar porque se encuentra en ese momento en la caja 5; después señala (sin tocarla) la 2 y dice «dos» y finalmente señala la 3 (sin tocarla porque el niño/a se encuentra en la caja 5) y dice «tres», y que allí se encuentra el premio (estaríamos en el caso en que cuentan una colección de objetos que pueden ver pero no tocar). Para evitar esto, podemos indicar que se coloquen en la posición 5 mirando al frente y que vayan a la posición 3 dando pasos hacia atrás, entonces da un paso hacia atrás y dice «cuatro» y da otro paso hacia atrás diciendo «tres».
- Cuenta a partir de 5 hasta llegar a la caja 3, con lo cual procede según el esquema lógico matemático planteado y por tanto está localizando posiciones lógicas ordinales, relacionando el 3 y el 5 por la relación de siguiente-anterior dada entre ambos. Es el caso en el que el niño razona «estoy en el 5 entonces si quiero ir al 3 tengo que ir en esta dirección donde están los anteriores a 5». Localiza el 3 diciendo «si este es el 5 entonces este es el 4 (señala caja 4) y este es el 3 (señala caja 3), por lo tanto el regalo se encuentra aquí».

Según el marco teórico las capacidades seriales y nivel de dominio de la secuencia numérica que aparecen en este razonamiento serían:

- La capacidad serial «todo elemento es primero y último» se presenta cuando el niño o niña está en el 5 y tiene que ir al 3 relacionando el 5 con el 3 cuando a partir del 5 llega al 3; entonces se razona considerando que el 5 divide la secuencia en dos partes: los anteriores y los posteriores a 5 porque el 5 es primer elemento de todos los que le siguen y último de todos los anteriores. El 3 está en la clase de los anteriores a 5, por lo tanto para llegar a 3 a partir de 5 hay que elegir la dirección de los anteriores y para ello es necesario aplicar la capacidad serial «primer y último elemento».
- El escolar debe estar en el nivel cadena bidireccional en el tramo 1-5, ya que tiene que saber que el anterior a 5 es 4 y que el anterior a 4 es 3 y detenerse en esa posición para dar la solución.

### Actividad 2: posiciones lógicas ordinales previo posiciones ordinales

En clase colocamos dos filas de 10 niños/as cada una; cada escolar, así situado, tiene que ir diciendo, uno a uno, la posición ordinal que ocupa. Se continúa la secuencia, por ejemplo hasta 50, colocando filas de 10 sillas. Una vez hecho esto, se trabajarán las posiciones lógicas ordinales con consignas de este tipo:

*El niño/a que ocupa el 5 que localice al niño/a que ocupa el lugar número 6*

Este juego se repite con las series:

- Ascendente

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 5-6 | 5-7 | 5-8 | 5-9 |
| | 15-16 | 15-17 | 15-18 | 15-19 |
| … ¿Cómo sigue? | | | | |

– Descendente

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5-4 | 4-3 | 3-2 | 2-1 |
| 9-7 | 7-5 | 5-3 | 3-1 |
| … Se sigue en otras decenas | | | |

Además de trabajar las posiciones lógicas ordinales cuando pedimos que localicen una posición a partir de otra dada como dato, estamos trabajando la componente cíclica que tiene la secuencia numérica mediante patrones seriales. Se va de menor a mayor dificultad, se empieza localizando el siguiente inmediato de un término numérico «n», que llamamos $s_i(n)$, se sigue con $s_i(s_i(n))$, después viene $s_i(s_i(s_i(n)))$ y $s_i(s_i(s_i(s_i(n))))$. En la primera serie «n» es un término numérico del ciclo, es decir un término del 0 al 9, después n pasa a ser un término de la primera decena, después de la segunda y así sucesivamente. Se manifiesta el carácter cíclico de la secuencia, por ejemplo si el siguiente inmediato de 5 es 6, entonces el de 15 es 16, de 25 es 26, etc. Igualmente si se recorren 2 términos a partir de 5 en la secuencia se llega al 7, entonces 2 términos a partir de: 15 se llega al 17, 25 se llega al 27, y así sucesivamente. Se trata de manifestar que la relación de siguiente que se da entre los términos de la secuencia numérica en el tramo 0-9, que llamamos ciclo, se mantiene en cualquier otra decena. Si cada decena está representada por una fila de sillas, entonces la cuestión de «siguiente entre los términos de una misma decena» se materializa tomando como referencia la fila del ciclo y moviéndote en la fila de la decena del mismo modo que se hace en el ciclo; así si en el ciclo, para ir del 5 al 6, se da un paso a la derecha, entonces si estamos en el 15 y se hace el mismo movimiento se llega al 16**.** Análogamente se considera la secuencia en sentido descendente, usando la relación recíproca de siguiente inmediato, a la que llamaremos anterior inmediato de un término numérico «n» y notaremos como $a_i(n)$. En primer lugar se va a trabajar $a_i(n)$ y $a_i(a_i(n))$, siendo «n» un término numérico del ciclo, a continuación se trasladarán esos mismos patrones seriales a otras decenas.

## Bloque 2: el recitado de la secuencia numérica

En este bloque de actividades nos vamos a marcar dos objetivos, a saber:

*a*) El aprendizaje lingüístico de las palabras numéricas.
*b*) El aprendizaje rítmico de la secuencia numérica.

Se puede pensar que en este apartado hay una alta dosis de conocimiento social en detrimento del conocimiento lógico matemático. Pero este conocimiento social puede potenciar conocimientos tales como la ampliación paulatina del principio de orden estable, comparar cantidades a través del ordinal o resolver problemas de suma y resta a través del recuento.

Según Gelman y Gallistel (2004), el niño/a siente un deseo espontáneo de recitar la secuencia numérica por el propio valor del recitado. El docente debe aprovechar este deseo y potenciar a través de canciones y juegos su aprendizaje.

## Actividad 3: se recita la secuencia numérica por el propio valor del recitado

En clase los escolares recitan a coro la secuencia con distintos ritmos y patrones:

1. Una palmada al mismo tiempo que se dice un número. Entonces es:

   – Palmada → 1
   – Palmada → 2
   – Palmada → 3
   – ……..

2. Agrupando de 2 en 2 con palmadas, sería:
   - Palmada-palmada → 1-2
   - Palmada-palmada → 3-4
   - Palmada-palmada → 5-6
   - ……….
3. Agrupando de 3 en 3 con palmadas, y así sucesivamente.

Cabe señalar los esquemas de seriación que aparecen en el recitado rítmico de la secuencia numérica; entre otros se da el proceso de generación de series aludiendo a criterios ordinales. Además, esta actividad está pensada para que los escolares pasen del nivel cuerda al nivel cadena irrompible.

### Actividad 4: jugar a recitar la secuencia numérica

En este apartado se trata, igualmente, de adquirir la secuencia numérica a través de juegos con reglas.

*a*) Secuencia alternada
Este juego se realizará por parejas. Los niños y niñas irán recitando por turno la secuencia numérica; el que se equivoque será sustituido por otro de su equipo que entrará a jugar en su lugar.

*b*) Se trata de recitar la secuencia numérica entre todos los niños y niñas de la clase
Cada uno dirá un número empezando por el uno; el que está situado en primer lugar dirá uno, el segundo dos, etc. El que se equivoque pasará al final. Habrá una segunda ronda con aquellos que no se han equivocado, y después una tercera etc.; hasta llegar a un ganador o ganadores.

*c*) Recitado colectivo e individual
La profesora en clase coge un micrófono, pone a los niños y niñas de pie en la alfombra, y empieza a recitar la secuencia numérica y cuando le parece va poniendo el micrófono a los escolares para que continúen.

*d*) Recitado colectivo e individual con cambio de decena

Sería la misma actividad de la situación anterior, pero el docente recupera el micrófono en los cambios de decenas.

### Bloque 3: método sistemático para reproducir la secuencia numérica

Cuando unimos el 1 con todos los números del tramo que va del 0 al 9 se generan los números que van del 10 al 19; cuando unimos el 2 con esos mismos dígitos aparecen los números que van del 20 al 29, etc. Pero la regla de generación del 2 con todos los dígitos es la misma que la que combinaba el 1 con los mismos, y así sucesivamente. Como la regla se vuelve a repetir cada vez que se agotan los dígitos, aparece la seriación cíclica, y con ella, un método sistemático para la generación de series.

El esquema general es: «El primer tramo de la secuencia va del 0 al 9. Cuando completamos el mismo, el 1 se combina con todos los dígitos, del 0 al 9, para dar lugar a los números que van del 10 al 19. Igualmente el 2 se combina con todos esos dígitos para ir del 20 al 29, y así sucesivamente».

Las actividades que presentamos son de dos tipos: en un primer momento pretendemos que el escolar se familiarice con las distintas decenas que componen la secuencia numérica en el tramo 1-100 mediante la estructura lógica de clasificación indicando que cada clase de equivalencia estará constituida por una decena; así, dos números estarán relacionados si pertenecen a la misma decena. Una vez realizada esa familiarización con los términos numéricos de una misma decena pasaremos a comparar elementos de distintas decenas y a colocarlos según un encadenamiento aditivo siguiendo el criterio de seriación cíclica.

## Actividad 5: las decenas ordinales como clases de equivalencia

Los materiales que vamos a usar serán cajas numeradas del 1 al 9, y tarjetas con números que van del 10 al 99.

En primer lugar vamos a animar a los niños y niñas a que exploren los materiales a fondo. Para ello:

*a*) Plantearemos preguntas
¿Qué podemos hacer con todas estas tarjetas?, ¿cómo las podríamos ordenar?, ¿por qué no las ordenamos y las vamos poniendo en esas cajas?, ¿ponemos el 15 en la caja número 1?, ¿ponemos el 35 en la caja número 3?, etcétera.
Estas preguntas van encaminadas a conseguir que el escolar realice una clasificación de las tarjetas usando el criterio «estar en la misma decena». Por ello, una vez que hemos incitado a los niños y niñas a clasificar las tarjetas en las 9 cajas, podemos preguntar acerca del criterio que se ha seguido en la clasificación: ¿Por qué pones aquí esta tarjeta (señalando la 15) en esta caja y no en otra? ¿Podemos poner el 35 que está en la caja número 3 en la caja número 45?, etc.

*b*) Animar a los escolares a enseñar a otros las características que han advertido
Daremos un modelo de conducta de investigación y de predicción.

> ¡OH! Aquí está el 34 en la caja número 3, seguro que si la pongo en la caja número 4 también está ordenado. ¡No puede ser! ¡En esta caja n.º 4 están todos los que empiezan por 4! Entonces, ¿qué números estarán en la caja n.º 5?

*c*) Manifestar los criterios de la clasificación
Para completar esta parte de la actividad podemos hacer que un niño o niña con los ojos tapados saque una tarjeta y la enseñe al resto de la clase y esta decidirá en qué caja debe estar. Esto hará que los escolares discutan sobre el tema y que manifiesten en voz alta los criterios que siguen en la clasificación.
Plantearemos una situación problemática a través de un cuento y los niños/as discutirán sobre su resolución. Esta es:

> Había una vez 9 amigos y a todos ellos les gustaba jugar con cochecitos. Todos tenían muchos coches, exactamente 10 coches cada uno. Un día se reunieron todos los niños y niñas para jugar en el patio del colegio, y todos llevaban sus coches; los pusieron todos juntos y a la hora de recoger ocurrió que ninguno sabía cuáles eran los suyos. ¿Por qué no ayudamos a estos niños y niñas? A mí se me ocurre que podríamos usar las tarjetas que tenemos para dar nombre a los coches, ¿por qué no lo hacemos? ¿Qué tal si repartimos una caja a cada niño/a? ¿Qué os parece si los ordenamos así?:

– El niño *o niña* con la caja número 1 mete todos los coches con los distintivos que van del 10 al 19. ¿Qué distintivos tendrían estos coches?
– El niño/a con la caja número 2 metería los coches con los distintivos que van del 20 al 29. ¿Qué distintivos tendrían los coches de la caja número 2?
– El niño/a con la caja número 3, ¿qué coches tendría?
– ¿Y el 4?
– Etc.

Una vez que hemos planteado la situación y a medida que los escolares van respondiendo, les iremos pidiendo que justifiquen sus decisiones. Preguntaremos por las opiniones de los otros niños y niñas sobre las determinaciones tomadas.
Para concluir la actividad plantearemos preguntas en sentido inverso a las ya realizadas, serían cuestiones del tipo:

- A ver, me acabo de encontrar un coche con el distintivo «15». ¿Sabéis de quién puede ser?
- He cogido este coche con el número 65. ¿De qué caja lo habré cogido?
- ¿Por qué el 45 está en la caja n.º 4?, etc.

El esquema lógico matemático que subyace en toda la actividad es el de las decenas ordinales, es decir, se tratan a las decenas como clases de equivalencia y no como una cantidad con agrupamientos de 10 objetos como sería el caso de las decenas cardinales. Dicho esquema lo hemos trabajado:

1. Planteando una actividad de clasificación. Todos los números que están en la misma clase cumplen la condición de que están en la misma decena (atributo de la clase de equivalencia) y por ello empiezan por el mismo dígito.
2. En segundo lugar se trabaja la pertenencia lógica, y esto es cuando elegimos un elemento cualquiera y debemos buscar la clase a la que pertenece.

### Actividad 6: seriación cíclica subyacente a la secuencia numérica

Continuamos con el juego anterior donde los niños y niñas han clasificado según la decena del número correspondiente.

Consideramos, ahora, lo siguiente: en un rincón de la clase disponemos nueve cajas enumeradas del 1 al 9; cada una tiene su etiqueta correspondiente. Las cajas están repartidas sobre el suelo de manera aleatoria. Cada caja tiene diez compartimentos, cada uno enumerado y etiquetado según la decena correspondiente a la misma.

El juego consiste en que un escolar debe ir recitando la secuencia numérica a partir de 10 señalando la caja en la que están los números que va diciendo y los compartimentos del número correspondiente, de manera que cuando pasamos de una decena a otra, por ejemplo del 29 al 30, debe abandonar la caja del 2 y buscar la del 3 para continuar contando.-

La disposición de las cajas de forma aleatoria es importante en la actividad puesto que ello hace que el escolar no resuelva la actividad usando esquemas infralógicos como continuar con la caja que está «al lado de» sino que tenga que aplicar el esquema lógico matemático «buscar el 3 después del 2 cuando se acaba la caja de los veinte cuando pasamos del 29 al 30, y así para todos los cambios de decenas».

### Bloque 4: cálculo mental

Según Fernández y Ortiz (2008), nos encontramos con niños/as de 3 años en un 12,5%, de 4 años en un 25% y 5 años en un 54,54%, que están muy evolucionados en cuanto a su pensamiento ordinal; estos niños/as poseen la estructura lógica de seriación subyacente a la secuencia numérica necesaria para resolver con éxito tareas relativas al cálculo mental.

Nos centramos en la estructura lógica de seriación subyacente a la secuencia numérica con especial atención al encadenamiento aditivo, teniendo en cuenta el ciclo que la genera y la generación de series; con esas dos capacidades se propone de manera sistemática una relación de ejercicios para trabajar el cálculo mental.

1. Del mismo modo que se juega a recitar la secuencia numérica del 1 al 10, se juega a recitar la secuencia de 10 en 10 hasta 100, también de 20 en 20, etc. De manera sistemática sería:

*a*) Contar de 10 en 10

1. Contar de 10 en 10 empezando en 10. Nos queda la serie:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

2. Contar de 10 en 10 empezando en 1.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 11 | 21 | 31 | 41 | 51 | 61 | 71 | 81 | 91 |

3. Contar de 10 en 10 empezando en 2.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 12 | 22 | 32 | 42 | 52 | 62 | 72 | 82 | 92 |

Y así sucesivamente hasta contar de 10 en 10 empezando por 9.

Debemos hacer notar que el siguiente de un número en cualquiera de estas series es el mismo número del ciclo en la siguiente decena ordinal. Hay que conseguir que los escolares se percaten de este hecho.

Una vez que dominan estas series planteamos preguntas del tipo: (i) Con respecto a la primera serie: ¿10 y 10?, ¿20 y 10?, etc. (ii) Con respecto a la segunda serie: ¿1 y 10?, ¿11 y 10?, etc. (iii) Con respecto a la tercera serie: ¿2 y 10?, ¿12 y 10?, etc. Y así sucesivamente.

*b*) Contar de 20 en 20

1. Contar de 20 en 20 empezando en 20. Nos queda la serie:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |

2. Contar de 20 en 20 empezando en 1.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 21 | 41 | 61 | 81 |

3. Contar de 20 en 20 empezando en 2.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 22 | 42 | 62 | 82 |

Y así sucesivamente hasta contar de 20 en 20 empezando por 9.

El siguiente de un número en cualquiera de estas series es el mismo número del ciclo en la decena siguiente de la siguiente. Hay que conseguir que los escolares se percaten de este hecho.

Una vez que dominan estas series planteamos preguntas del tipo: (i) Con respecto a la primera serie: ¿20 y 20?, ¿40 y 20?, etc. (ii) Con respecto a la segunda serie: ¿1 y 20?, ¿21 y 20?, etc. (iii) Con respecto a la tercera serie: ¿2 y 20?, ¿22 y 20?, etc. Y así sucesivamente.

Sería interesante seguir con este proceso contando de 30 en 30, de 40 en 40, etc., aunque en estos casos hay que pasar de 100 o habrá series que se queden reducidas a un único elemento.

Si cada decena está representada por una fila de sillas, mesas, casillas, o cualquier otra cosa, entonces contar de 10 en 10 se materializa como «ir a la fila siguiente», contar de 20 en 20 «ir 2 filas después», contar de 30 en 30 «ir 3 filas después» y así sucesivamente.

2. A continuación se propone una serie de ejercicios, de manera sistemática, donde no solo hay un desplazamiento de fila, sino que hay un desplazamiento dentro de la misma decena. El proceso es:

   *a*) Contar de 10 en 10 empezando por 10

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

   *b*) Contar de 11 en 11 empezando por 11.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 22 | 33 | 44 | 55 | 66 | 77 | 88 | 99 |

   El siguiente de un número en esta serie se obtiene desplazándose un lugar en la siguiente decena. Hay que conseguir que los escolares se percaten de este hecho materializando las decenas, siendo cada una de ellas una fila con 10 casillas. Terminamos con las preguntas ¿11 y 11?, ¿22 y 11?, ¿33 y 11?, etc.

   *c*) Contar de 12 en 12 empezando por 12.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 24 | 36 | 48 | 60 | 72 | 84 | 96 |

   El siguiente de un número en esta serie se obtiene desplazándose dos lugares en la siguiente decena. Terminamos con las preguntas ¿12 y 12?, ¿24 y 12?, ¿36 y 12?, etc.
   Y así sucesivamente contando de 13 en 13, de 14 en 14…de 19 en 19.
   Se puede continuar esta serie de ejercicios contando de 20 en 20, de 30 en 30, etc.

3. Realizar sumas en una misma decena comparándola con la suma en el ciclo.
   Hay que hacer hincapié en que todo lo que ocurre en el ciclo ocurre en cualquier decena. A modo de ejemplo, la influencia del ciclo con la suma 5+2=7 en el resto de las decenas (hasta 100) se pone de manifiesto en la figura 1:

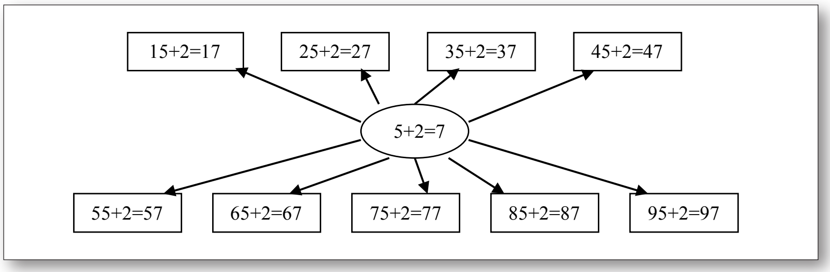


Fig. 1. Sumas en distintas decenas a partir de la suma 5+2=7.

   De manera sistemática, lo mismo que se ha hecho con la suma 5+2=7, se debe trabajar todas las sumas del ciclo que no pasen de 10. Serían estas sumas:

   1+a con a variando de 1 a 9 (figura 2):

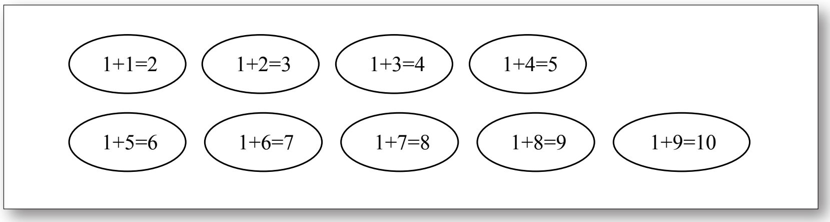


Fig. 2. Todas las sumas del tipo 1+a sin pasar de 10.

2+a con a variando de 1 a 8 (figura 3):

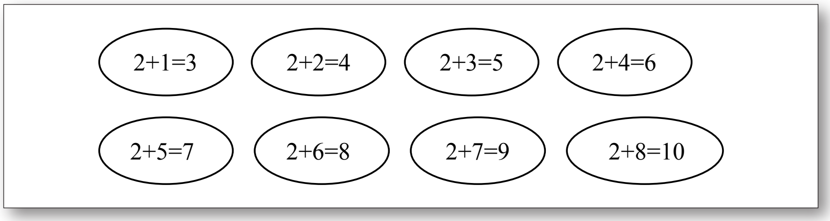


Fig. 3. Todas las sumas del tipo 2+a sin pasar de 10.

Y así sucesivamente con 3+a y a variando de 1 a 7, 4+a con a de 1 a 6, 5+a con a de 1 a 5, 6+a con a de 1 a 4, 7+a con a de 1 a 3, 8+a donde a toma los valores 1 o 2 y 9+a donde a es 1.

## CONCLUSIONES/DISCUSIÓN

Concluimos lo siguiente:

- Se puede trabajar la secuencia numérica en un contexto ordinal. Es posible determinar tareas específicas que reflejen las relaciones lógicas ordinales entre los términos numéricos sin tener que tratar los números como magnitudes. Ejemplo de esto son las actividades del bloque 1, en las que se usa la secuencia numérica para obtener posiciones ordinales y no para decir «cuántos hay».
- Se puede plantear una enseñanza en la que intervenga el principio de orden estable dentro del modelo de integración de habilidades. El ejemplo es el bloque 2 de actividades conducentes al aprendizaje rítmico y lingüístico de la secuencia numérica para conseguir que los escolares lleguen a un nivel alto según los niveles de dominio de Fuson.
- Se puede trabajar la secuencia numérica como una serie en el sentido piagetiano. Esto implica que usando capacidades propias de la estructura lógica de seriación como: seriación doble, seriación cíclica, primer y último elemento, y generación de series, se pueden plantear propuestas de enseñanza para que los escolares logren la sistematización de la secuencia numérica y con ella el éxito operatorio. A esta conclusión llegamos teniendo presente las actividades de los bloques 3 y 4 de la propuesta de enseñanza que hemos presentado, en las que se trata específicamente la sistematización de la secuencia numérica, y por otra parte hay una propuesta de ejercicios totalmente sistematizados para tratar el cálculo mental en los que intervienen el aspecto cíclico y la generación de series.

En este trabajo los bloques de la propuesta de enseñanza tienen un denominador común y es que en todos ellos subyace el carácter cíclico de la secuencia numérica y las relaciones lógicas ordinales para alcanzar su sistematización. En el bloque 1 de las posiciones lógicas ordinales consideramos el carácter cíclico cuando hacemos que se localicen posiciones lógicas ordinales, que se dan en el ciclo, en cualquier otra decena. En el bloque 2 para el aprendizaje rítmico y lingüístico de la secuencia numérica también intervienen capacidades seriales y agrupamientos propios de la generación de series. En el bloque 3 se ha visto que existen tareas para trabajar las decenas en un contexto ordinal donde son tratadas como clases de equivalencia y, si en cada clase aplicamos la relación de siguiente entre sus términos, entonces comprobamos que esa relación es la misma que la del ciclo. Con el bloque 4 hemos visto que a los niños pequeños podemos plantearles actividades adecuadas para trabajar el cálculo mental teniendo en cuenta el ciclo que genera a la secuencia numérica y la generación de series, y siguiendo una sistematización a la hora de presentar las actividades para desarrollar el cálculo mental.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


Alsina, A. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona: Editorial Octaedro.

Castro, E. (2006). Competencia matemática desde la infancia. *Pensamiento Educativo*, 39 (2), 119-135.

Castro, E., Cañadas, M. C. & Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *Uno*, 54, 55-57.

Clark, R. & Grossman, M. (2007). Number sense and quantifier interpretation. *Topoi*, 26 (1), 51-62.
http://dx.doi.org/10.1007/s11245-006-9008-2

Dickson, L., Brown, M. & Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Labor, S.A.

Fernández, C. M. (2010). Análisis epistemológico de la secuencia numérica. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13(1), 59-87.

Fernández, C. & Ortiz, A. (2008). La evolución del pensamiento ordinal en los escolares de 3 a 6 años. *Infancia y Aprendizaje*, 31(1), 107-130.
http://dx.doi.org/10.1174/021037008783487066

Flavell, J. H. (1982). *La psicología evolutiva de Jean Piaget*. Barcelona; Paidós.

Fuson, K. C. (1988). *Children's countinq and concepts of number*. Nueva York: Springer-Verlag.
http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4612-3754-9

Gallistel, C. & Gelman, R. (2005). Mathematical Cognition. In K Holyoak y R. Morrison (Eds.). *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (pp. 559-588). Cambridge: University Press.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard Press.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (2004). Language and the Origin of Numerical Concepts. *Science*, 306, 441-443.
http://dx.doi.org/10.1126/science.1105144

Grize, J. B. (1979). Observaciones sobre la epistemología matemática de los números naturales. En J. PIAGET (Ed.). *Tratado de lógica y conocimiento científico. Vol. II: Epistemología de la lógica* (pp. 109-120). Buenos Aires: Piados.

Montero, A. N. E., Crespo, C. D., Arana, I. E., Marcos, M. O. L. & Marcos, P. R. (2009). ¿Hay que decir todos los números cuando cuentas? Un estudio sobre la habilidad de contar en niños de 3 a 6 años. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 1, 77-86

Ortiz, A. (2009). Lógica y pensamiento aritmético. *PNA*, 3(2), 51-72.

Piaget, J. (1983). *Introducción a la Epistemología Genética. Tomo 1. El Pensamiento Matemático.* Buenos Aires: Paidós.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1976). *Génesis de las estructuras lógicas elementales: clasificaciones y seriaciones.* Buenos Aires: Guadalupe

Piaget, J. & Szeminska, A. (1982). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires. Guadalupe.

Russell, B. (1982). *Los Principios de la Matemática*. Madrid: Espasa Calpe. (Versión original 1903).

Tsamir, P., Tirosh, D. & Levenson, E. (2011). Windows to early childhood mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(2), 89-92.
http://dx.doi.org/10.1007/s10857-011-9174-z

# A didactic proposal to work on the numerical sequence in the second cycle of preschool education

Catalina María Fernández Escalona
Universidad de Málaga
cfernandez@uma.es

The aim of this paper is to show teachers in training how to approach the numerical sequence in an ordinal context with children from 3 to 6 years, presenting a proposal for teaching mathematical logic schemes involved in the operation structure of serialization, in the action of counting, and in all aspects of ordinal relations that exist between numerical terms.

We base our study on two different lines of research about the development of the number in children: Piagetino logical model and skills integration model. None of these lines explicitly studies the numerical sequence in an ordinal context, so we ask: how should we regard the numerical sequence in each of the two models? In the Piagetian logical model we use a serial treatement and the child reaches the systematization through serial chaining capabilities such as additive chaining through both cyclical and double serialization, first and last element, and the generation of series. In the second kind, the skill integration model, the study of the numerical sequence is performed by using the principle of stable order taking into account the ordinal logical relationships that exist among numerical terms that are available in each of the levels determined by Fuson.

Considering that a schoolchild reaches his maximum level in the development of numerical sequence when it is capable of having a systematic approach in his reproduction (Fernandez & Ortiz, 2008), the teacher in training must know the application of cyclical serialization and double underlying to the numerical sequence schemes to achieve the aforementioned systematic method which, in turn, is based in the understanding that the first stretch of the sequence (0 to 9) is a cycle from which the whole series of natural numbers is generated. Everything that happens in the section 0-9 occurs at any other stage.

The teaching proposal is composed by four content blocks:

(a) The activities of the first block are based on the functional character of the numerical sequence in an ordinal context and, in this sense, counting is needed to determine an ordinal and logical ordinal position (obtain an ordinal position through a datum) and not to determine «how many there are.» For this, the general scheme that is developed in this section is as follows: «having an ordinal number as given, determine a logical ordinal position.»
It involves knowing the following of a number in any ten having as reference what happens in the cycle. To do this, the first step is to locate the «immediate following» of a numerical term «n», that we have called $s_i(n)$. It is followed by $s_i(s_i(n))$, $s_i(s_i(s_i(n)))$, $s_i(s_i(s_i(s_i(n))))$, etc. At the beginning, «n» is a numerical term of the cycle, then n becomes a term of the first ten, then a term of the second ten and so on. The cyclical nature of the sequence is manifested, for example, when the immediate following of 5 is 6, then the one of 15 is 16, of 25 is 26, etc. Similarly, if starting at 5, two terms are traversed in the sequence, 7 is reached, then when starting at 25, 27 is reached, and so on. It consists in the realisation that the «relation of following» that exists between the terms of the numerical sequence in the section 0-9, which is called cycle, is maintained in any other ten.

(b) The activities of the second block try to achieve the rhythm and language learning of the numerical sequence by making groups typical of the generation of series, constructing the sequence going one by one, two by two, three by three, etc. This social knowledge can enhance skills such as the gradual improvement of the principle of stable order, comparison of quantities through the ordinal or solution of sum and subtraction through problems by using recounting.

(c) The third block focuses on ordinal tens. When we combine number 1 with numbers ranging from 0 to 9, all numbers from 10 to 19 are generated. Similarly, when we join number 2 with those same digits, numbers from 20 to 29 appear. However, the rule of generation of 2 with all digits is the same as the rule of 1with the same digits, and so on. Since the rule is repeated every time that no more digits are available, the cyclical seriation appears and, with it, a systematic method to generate series.

(d) The fourth block culminate the whole systematization process with mental arithmetic. Systematically, a list of exercises are proposed: counting from 10 to 10 by starting with any number from 1 to 10, counting 20 to 20, 30 to 30 etc. We continue with some other kinds of exercises in which it is first needed to count by 10s, by 11s, by 12s, etc., and then making sums in the same ten and comparing them with the sum in the cycle, for example if 5 + 2 = 7, then 15 + 2 = 17, 25 + 2 = 27, 35 + 2 = 37, 45 + 2 = 47, 55 + 2 = 57, 65 + 2 = 67, 75 + 2 = 77, 85 + 2 = 87 and 95 + 2 = 97.

With this teaching proposal, the systematization of the sequence would be achieved by the structure of underlying cyclic serialization, which makes possible: counting by «n»s, progressive counting to solve problems involving sum and subtraction, multiplication and mental arithmetic, and ultimately, the success in operation.