



La analogía provocativa como estrategia pedagógica: el caso histórico de la mecánica de fluidos

The provocative analogy as pedagogical strategy: the historical case of fluid mechanics

Alain Ulazia Manterola

*Departamento de IN y Mecánica de Fluidos e Instituto de Lógica, Cognición, Lenguaje e Información.
Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea.*

alain.ulazia@ehu.es

RESUMEN • Este artículo estudia el razonamiento analógico en la génesis histórica de la mecánica de fluidos para poder desarrollar estrategias pedagógicas eficaces en este ámbito. En los textos fundacionales de los Bernoulli se han identificado analogías interesantes para el aula porque desempeñan un rol esencial en la creatividad. Estas analogías superan la definición mínima de carácter expediente aportando contenido explicativo a la modelización del problema. Como la ciencia cognitiva clásica ha reducido su investigación al carácter expediente, se discutirán recientes estudios sobre analogías cercanas o sobre el refinamiento de la analogía donde esta adopta diferentes roles respecto a la construcción del modelo. Así, se verá que la analogía puede provocar nuevos esquemas mentales en la concepción de un problema en la mente de un experto y trazar en consecuencia una estrategia para enseñar siguiendo ese razonamiento.

PALABRAS CLAVE: analogía; creatividad; construcción de modelos; Daniel Bernoulli; Johann Bernoulli.

ABSTRACT • The aim of this article is to study the analogical reasoning in the historical genesis of fluid mechanics in order to develop efficient pedagogical strategies in this area. The foundational texts of the Bernoullis offer interesting examples for classroom because the identified analogies play an essential role in creativity. These get over the minimum definition of expedient character providing explanatory content to theoretical modelling. Since the classical cognitive science has reduced its research to the expedient role, studies on literal analogies or on the refinement of analogies will be discussed in which analogy adopts different roles in relation to the construction of the model. Thus, we will see that analogy may activate new mental schemas in the conception of a historical problem in the mind of an expert and, consequently, lay down a strategy to teach following this reasoning.

KEYWORDS: analogy; creativity; model construction; Daniel Bernoulli; Johann Bernoulli.

Recepción: febrero 2014 • Aceptación: mayo 2015 • Publicación: octubre 2015

Ulazia Manterola, A., (2015) La analogía provocativa como estrategia pedagógica: el caso histórico de la mecánica de fluidos. *Enseñanza de las Ciencias*, 33.3, pp. 159-174

INTRODUCCIÓN

¿En qué medida nos puede ayudar el estudio del proceso creativo de los científicos para desarrollar estrategias pedagógicas efectivas? En áreas de investigación como la ciencia cognitiva y la enseñanza, resulta habitual asumir que la enseñanza de la ciencia debe también dedicarse a la construcción de modelos mediante la cooperación de diferentes instrumentos heurísticos. Uno de estos instrumentos heurísticos es, sin duda alguna, el razonamiento analógico, el cual, dentro de una perspectiva constructivista del aprendizaje, se puede encontrar frecuentemente en la práctica científica diaria. Nuestra premisa será que el alumno debe entrenarse en la construcción creativa de modelos mentales contextualizándolos en el área de estudio en cuestión, en nuestro caso en la mecánica de fluidos.

El profesor habitualmente sí suele presentar los modelos científicos para transmitir el contenido, pero no enseña a modelar como una estrategia de razonamiento científico. En sí, lo que se conoce como «razonamiento basado en modelos» aparece en episodios históricos de la ciencia (Nersessian, 1999). Veremos que en el caso de la génesis de la mecánica de fluidos la analogía colaboró creativamente con otros instrumentos heurísticos en el surgimiento de modelos innovadores, mediante unos procesos mentales que, en nuestra opinión, deberían introducirse estratégicamente en el aula para mostrar fenómenos físicos particulares y resolver problemas relacionados con ellos. Aunque en un principio la exposición de estas ideas puede parecer informal al alumnado, como dice Nersessian (1995: 206) la construcción informal de modelos «es una parte importante del proceso por el cual un experto, por sí solo, crea una explicación científica de un problema». En la fase inicial de tormenta de ideas ante un problema, una analogía aparentemente informal puede activar la génesis teórica.

En este contexto de resolución de problemas se dice que la analogía conlleva un cambio en la representación del problema. Visto así, la analogía es un metaoperador que participa desde el exterior teórico de la configuración del problema, más que desde el interior. Es decir, se diría que establece una nueva restricción teórica y pragmática. Sin embargo, este cambio es muy especial. En la resolución de problemas se suele decir que los pasos creativos usuales son «verticales»; por ejemplo, cuando el sujeto está buscando la abstracción mediante representaciones matriciales depura los símbolos relevantes para la solución. No obstante, cuando el pensador se dirige al caso análogo (la fuente desde la que establecerá un *mapping* hasta el objeto) piensa «horizontalmente», ya que la nueva representación del problema se encuentra en el mismo nivel de abstracción. El salto creativo es evidente: la atención de la mente se dirige a un problema diferente, no a una versión más abstracta del mismo problema. En este punto hay que superar las suposiciones construidas al considerar el problema original, aunque se pierda el control epistemológico de un nivel de abstracción mayor. Incluso sin constituir un metaoperador estructurado, la analogía podrá establecer así un punto de partida determinante para el proceso creativo emprendido contribuyendo al modelo explicativo. Emular estos procesos que se encuentran sumergidos en la historia práctica de la ciencia puede resultar muy motivador para cualquier alumno.

Después de establecer la fuente analógica en similitud con el objeto, el sujeto empieza a pensar dentro de este nuevo dominio fuente que está apartado del problema objeto, y trae la solución desde ahí. Es decir, hay una transferencia desde la fuente hasta el objeto, se expide una idea del dominio fuente pensando que puede solucionar el problema objeto. Paradójicamente, el pensador primero se «aleja» del problema con la intención de transferir la solución desde el nuevo dominio. En este lenguaje, es normal denominar la analogía como «lejana» o «cercana». De esta manera, las analogías cercanas al objeto han sido consideradas carentes de poder creativo y contenido explicativo, porque según la ciencia cognitiva clásica suelen ser los paralelismos entre relaciones de orden superior los que generan un cambio conceptual como los que describe Nersessian (1992).

A pesar de todo, se puede demostrar con diferentes ejemplos que un sujeto puede llegar a transferir o expedir una solución adecuada partiendo de una analogía que es muy similar al problema objeto. La

evaluación continua de la relación fuente-objeto refinará el *mapping* dando lugar a la transformación de esta fuente inicial y a la construcción de la solución final. Este ciclo creativo-evaluativo que observa como proceso el razonamiento analógico ofrecerá una garantía epistémica adicional a la capacidad heurística del pensador o pensadora, sea este un experto o un alumno.

Un buen ejemplo que ilustra el éxito de analogías literales o cercanas es el problema de los dos muelles (Clement, 1981). En este problema los dos muelles son iguales, tienen la misma longitud, están hechos del mismo material y tienen el mismo número de espiras, pero uno es más largo que el otro. Si en ambos colgamos el mismo peso, ¿cuál se alargará más? Clement gravó la voz de los sujetos después de pedirles que expresaran en voz alta todo lo que se les ocurriera mientras pensaban en la solución («talk aloud methods»), y encontró analogías muy interesantes. Un científico experto empezó a pensar en el problema simplificando el muelle y tratándolo como un alambre en zigzag sobre un único plano. Otro sujeto que tuvo más éxito comenzó a pensar en lo que sucedería si las espiras fuesen hexagonales en vez de circulares. En ambos casos parece que la fuente analógica se parece demasiado al muelle original para poder realizar una inferencia fructífera. Según la *teoría estructura-mapping* de Gentner (1983) tendrían una «similitud literal», y al ser la fuente y el objeto tan cercanos no podrían emerger relaciones de orden superior dentro de un nivel de abstracción esclarecedor. Pero en el caso del sujeto observado por Clement la cercanía visual de la espira hexagonal le valió para darse cuenta del mecanismo de resistencia más importante de la hélice: la torsión. El éxito fue total, ya que encontró una nueva variable y una nueva relación causal determinante para poder explicar la diferencia de elongación entre los dos muelles.

El caso histórico de la *Hydrodynamica* de Daniel Bernoulli (1737) y la *Hydraulica* de Johann Bernoulli también es paradigmático en este sentido, puesto que tomando como eje una configuración experimental concreta, mediante pequeñas transformaciones de esta, se proponen diversas variantes experimentales que frecuentemente son solucionadas mediante experimentos mentales. Estas analogías cercanas que configuran el grupo de variantes son las que guían la creatividad de Bernoulli en la consecución de su famoso teorema que establece la relación entre la velocidad y la presión de un fluido. Como se verá, una analogía cercana puede evocar, incluso provocar, el diseño de un experimento mental o la realización de un diagrama complejo que explica cualitativamente este tipo de relaciones ocultas.

De este modo, una analogía cercana puede contener un poder transformador provocando ideas e imágenes mentales. Como subraya Clement (2008: 460), esta visión más «generativa, transformativa y provocativa» de la analogía podría explicar aspectos evolutivos del proceso creativo. Es esta evolución que puede partir de una analogía cercana en la mente de un experto la que queremos entrenar en la mente de los alumnos con casos concretos. En este sentido, es pedagógicamente sugerente el modo como se define la *analogía provocativa* (ibíd.: 462): la fuente analógica activa un esquema mental latente que no es parte del dominio fuente, esquema que se puede ejecutar y poner en marcha («run») para aplicarlo en el modelo explicativo del objeto. Es la ejecución y transformación de ese esquema provocado lo que nos puede ofrecer una estrategia para el aula.

Además, estos ejemplos destacan otro punto importante sobre la cuestión de la creación de la fuente analógica. En la perspectiva habitual, el caso análogo o fuente es creado por *asociación* porque el problema presentado hace recordar algo conocido al sujeto. Así, el sujeto accede a una estructura de conocimiento que se encontraba en su memoria. Pero esta perspectiva no puede explicar analogías cercanas como la de la espira hexagonal. La espira hexagonal no es algo guardado en la memoria; el pensador lo inventa y lo diseña transformando la espira habitual. Este proceso creativo no solo genera una nueva relación analógica, también crea el caso análogo mediante una nueva composición más vinculada a la invención que al simple recuerdo. Y es este tipo de proceso de invención el que, en nuestra opinión y aunque sea de forma guiada, alimenta claramente la motivación de cualquier alumno.

En el tratamiento cognitivo clásico de la analogía (Gentner, 1983, 1988; Kolodner, 1993; Holyoak y Thagard, 1995) y fuera de una lógica de descubrimiento (Hanson, 1983; Peirce, 1931-1936), la definición de la analogía casi ha sido reducida a su mínimo expediente sin tener en cuenta el rol que puede jugar respecto al modelo explicativo. Modelo explicativo que no solo se debería referir a la comprensión de la realidad física, sino también a los métodos empleados en la enseñanza de teorías particulares. El marco abductivo que se está considerando aquí (donde cooperan razonamientos no formales como la analogía, los experimentos mentales, transformaciones espaciales, diagramas o esquemas mentales dinámicos buscando la explicación óptima al problema) no omite estas contribuciones informales esenciales para la creación de una teoría, o en nuestro enfoque pedagógico, el aprendizaje de lo que se ha practicado en ese proceso creativo. Las primeras ideas informales que nacen ante un problema nuevo provienen muchas veces del *asombro* que siente, o es capaz de sentir, el pensador. Las analogías espontáneas que se crean en la mente en respuesta a este asombro son el modo de empezar a buscar aleatoriamente una explicación plausible al problema asombroso. Mantenemos como premisa que estas analogías primitivas son capaces de realizar colaboraciones heurísticas y de provocaciones imaginativas que irán refinando la fuente analógica original, proceso de modelización teórica al que debería tener acceso el estudiante de ciencias.

¿ENSEÑANZA POR REFINAMIENTO? EL REFINAMIENTO DE LAS ANALOGÍAS A LO LARGO DE LA HISTORIA DE LA CIENCIA

Aunque hay que tener en cuenta estas importantes excepciones, a veces la fuente de una analogía toma cuerpo en una idea que no tiene nada que ver con las propiedades del objeto. Esa «analogía lejana» progresa por el trabajo teórico hasta que se obtiene una analogía final sistemática en una categoría más abstracta. Cuando esa fuente inicial «lejana» contiene una naturaleza icónica puede convertirse en un diagrama que ha filtrado los atributos no relevantes. Entonces, se da un refinamiento elaborado de la analogía. Es un buen ejemplo la historia de campo electromagnético interpretado como un conjunto de osciladores armónicos. La visualización del campo electromagnético empezó con remolinos de agua, con ruedas y poleas, y pasó por sistemas de muelles hasta llegar a los osciladores armónicos actuales. La periodicidad y la oscilación de aquellas primeras ruedas engranadas y vórtices de fluidos son las que se han depurado para dar con los osciladores armónicos que representan el campo actual.

En 1865 Maxwell escribió la obra *On Physical Lines of Force*. En ella mencionaba que los fenómenos electromagnéticos eran similares a un sistema de fluidos de remolinos moleculares. En el mismo artículo comentaba que Helmholtz estaba investigando las similitudes entre las líneas de corriente de un fluido y las líneas magnéticas, «como si fuera una analogía física». En la ciencia británica de 1860 eran habituales los modelos visuales basados en la construcción de aparatos mecánicos, y era normal divergir la creatividad en diseños de construcciones mecánicas. Existía un puente en el uso de esta analogía: el fluido era la fuente analógica del magnetismo, pero para el fluido se establecían como otra fuente los dispositivos mecánicos, enlazando estos dispositivos con el electromagnetismo. Pero la invención de estos aparatos se diluía en un exceso de ideas. Esto es, al forzar la analogía entre la complejidad del comportamiento de los fluidos y la construcción de dispositivos mecánicos se obtenía un modelo débil para la explicación de los fenómenos electromagnéticos (Nersessian, 2002).

A principios del siguiente siglo el modelo del oscilador armónico fue esencial en el estudio de la radiación del cuerpo negro. Planck quiso ofrecer un fundamento atomista a su ley de radiación que derivó de la termodinámica. ¿Cómo producían la radiación los átomos de las paredes de cuerpo? Decidió considerar estos como osciladores armónicos cargados. Aunque nadie creía que un electrón podía estar atado a un muelle, este resultó ser un buen modelo, en parte porque la ecuación diferencial del oscilador armónico puede ser fácilmente resuelta. Este conocimiento produce una capacidad de cate-

gorización mayor, ya que un dispositivo mecánico sencillo podía explicar la radiación electromagnética dentro de la interacción materia-radiación. La amplia posibilidad de dispositivos mecánicos se redujo así a un simple muelle oscilante; ya no había ni vórtices, ni poleas, ni ruedas.

Además, los osciladores armónicos aparecieron de nuevo en la teoría cuántica de Heisenberg y en el átomo de Bohr. En esta línea, se puede decir que hoy en día el electrón oscilante es la clave de la teoría cuántica de campos. Las poleas y ruedas de Maxwell han sido reemplazadas por la estructura matemática del oscilador armónico en la medida que ofrece un alcance teórico más amplio y más profundo. Además, este tratamiento es fenomenológicamente más amplio que el del cuerpo negro: se emplea en la configuración electrónica de los átomos, en la estructura interna de la radiación y en la interacción materia-radiación, e incluso en los procesos de creación y destrucción de partículas subatómicas. Como sistema bien axiomatizado, el oscilador armónico es capaz de explicar no solo la interacción entre fotones y electrones, sino también los procesos subatómicos.

Este refinamiento de la fuente analógica que alimenta el modelo teórico ha sido señalado varias veces como progreso histórico en la ciencia, también en el plano del pensamiento científico. Lloyd (1966) estudió la argumentación por polaridad y por analogía en la antigua Grecia en una época en la que el pensamiento precientífico estaba tomando forma. En las conclusiones finales que corresponden a los argumentos analógicos muestra la evolución desde la «metáfora figurativa» a una lógica más cuidada de la analogía, y la importancia de esta en las investigaciones de los antiguos griegos.

Según Lloyd, a medida que se desarrollaba la filosofía griega, «aparecieron algunos de los problemas que ofrecía el uso de la analogía al sugerir la explicación de fenómenos naturales oscuros y al expresar las concepciones que interpretaban el cosmos como una totalidad: se logró una idea más clara del estatus de las imágenes cosmológicas, y se estudió explícitamente la analogía como inferencia». Pero mientras los avances que se realizaron en la lógica y el conocimiento de la analogía eran determinantes, en la práctica «esto no conllevó el abandono de ninguno de los usos de la analogía». Únicamente produjo una aplicación un poco más elaborada de las analogías por parte de algunos pensadores. Los argumentos analógicos explícitos se emplearon durante un largo tiempo, bastante después de haber concluido que «en el mejor de los casos eran sugerentes». Aunque Platón admitió que las explicaciones figurativas no tenían el estatus de demostración, él y otros muchos siguieron usando ampliamente la concepción cosmológica. Además, hay que decir que aunque Aristóteles era en algunos aspectos incluso más crítico que sus predecesores, «sostuvo que la analogía ofrecía un método indispensable en el esclarecimiento de fenómenos naturales oscuros».¹

Por lo tanto, en la génesis histórica del pensamiento científico existe un progreso hecho desde una analogía «lejana», «figurativa», «imaginativa», a una analogía «inferencial», «lógica», «elaborada». Al fin y al cabo, en estas interpretaciones históricas previas se quiere observar la evolución que debería tener la analogía dentro de un proceso creativo exitoso, sin olvidar que incluso una fuente analógica casi literal que es muy cercana al objeto puede hacer emerger un detalle para activar el paso creativo adecuado.

1. As Greek philosophy developed, some of the problems involved in the use of analogies to express conceptions of the cosmos as a whole and to suggest accounts of obscure natural phenomena: a clearer idea of the status of cosmological images was achieved, and analogy was explicitly analysed as a mode of inference. But while the advances in the knowledge of the logic of analogy are clear-cut and decisive, in practice these did not lead to the abandonment of any particular use of analogy, only to a slightly more cautious application of analogies on the part of certain specific writers. Explicit analogical arguments continue to be both used and misused long after it was first pointed out that they are at best persuasive. While Plato acknowledged that figurative accounts are inferior to demonstrations, he and many others continued extensively in expressing cosmological conceptions. Finally, while Aristotle is, in certain respects, more critical in his use of analogies in natural science than most of his predecessors, analogy remained an extremely important, indeed an indispensable, method of elucidating obscure phenomena in many fields of inquiry long after the fourth century (Lloyd, 1966: 419).

Tanto en el caso cercano como en el lejano, pero siempre caso a caso, el objetivo será estudiar la función de la analogía respecto a la creatividad para aplicarla en las explicaciones que se dan a los alumnos. Habiendo detallado las propiedades de la analogía y su rol se podrá hablar de la relación fuente-objeto y de su contribución al modelo explicativo que queramos enseñar.

Nersessian (1995) también afirma que los físicos deberían «predicar lo que practican» para que los alumnos puedan aprender simulando cómo se hace la modelización constructiva de las teorías. Prediquemos entonces el carácter estratégico de la analogía en el aula dada su evidente practicidad en la modelización científica. Una cosa es la exposición formal cuasi axiomática de una teoría en el aula y otra cosa la enseñanza mediante la simulación del proceso creativo de los expertos para llegar a esa axiomatización. Este refinamiento partiendo desde lo informal, habitual como se ha visto a lo largo de la historia, es lo que deberían esquematizar los profesores en sus estrategias de cara al alumnado.

ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA LOS FUNDAMENTOS DE LA DINÁMICA DE FLUIDOS

En los puntos anteriormente señalados hay que enfatizar que la analogía se puede tipificar según criterios diferentes. Por un lado, está el criterio anterior de «lejanía/cercanía» según el grado de similitud fuente-objeto y según los atributos externos que comparten ambos. Aquí se ha hecho notar, con los ejemplos de espiras zigzag o hexagonales, que el caso de analogías cercanas que tienen propiedades semejantes también se debe tener heurísticamente en cuenta. Por otro lado, hay que considerar el conocimiento que se tiene sobre la fuente: cuando este conocimiento es fuerte, el sujeto emplea información directa guardada en la memoria; pero este conocimiento también puede ser débil, porque se construye un caso análogo diseñado e inventado por composición y transformación, respecto al cual no se guarda ningún conocimiento previo. Así las cosas, el grado de similitud fuente-objeto y el nivel de conocimiento sobre la fuente son criterios esenciales en la fase de evaluación del *mapping* inicial.

A pesar de todo, una cosa es discernir los tipos de analogía en la fase de construcción y creación, o en la fase de evaluación y posterior transferencia, y otra cosa muy diferente estudiar la analogía según la función que cumple respecto a la creatividad en la construcción del modelo. El caso ya mencionado de Maxwell (Nersessian, 2002; Hon y Goldstein, 2012), así como los razonamientos en voz alta de los sujetos ante un problema dado (Clement, 2008), todos ofrecen una casuística fértil para el estudio de la naturaleza heurística de la analogía, como el caso histórico aquí estudiado sobre la génesis de la mecánica de fluidos protagonizado por Johann Bernoulli y Daniel Bernoulli (1732, 1737).

En el siglo XVIII el fluido representaba un medio continuo que necesitaba de nuevos conceptos para tratar su dinámica, ya que la física de Newton trataba fuerzas para cuerpos discretos. Había que establecer un volumen de control para el flujo en este tratamiento dinámico, y además el concepto de presión todavía no estaba bien definido. Estaban en camino de descubrir que la presión era la tercera forma de almacenamiento de *vis viva* o energía en un fluido, junto a la energía cinética y la energía potencial que cualquier objeto, discreto o no, podía contener. Este contexto de descubrimiento ofrecía las condiciones óptimas para la aparición de razonamientos no-formales y analogías. El mismo Kuhn (1975: 291-292), al contraponer paradigma y principio científico, cita una analogía «lejana» de Daniel Bernoulli entre el péndulo y el avance de las partículas de fluido según la conservación de su *vis viva*, o lo que hoy en día conocemos como energía.

Por ello y por su importancia histórica, el trabajo de los Bernoulli ha sido elegido como caso de estudio donde se puede predicar sobre la bella práctica del razonamiento basado en modelos. Creemos, como muchos (Acevedo, 2004; Acevedo, Vázquez y Manassero, 2003), que estos casos pueden hacer de la historia de las ciencias un importante referente en la formación del profesorado de ciencias. Adaptados adecuadamente, pueden resultar una útil fuente de recursos que proporcionaría una mejor

comprensión del quehacer científico. Por ello acabaremos cada apartado proponiendo una estrategia para la enseñanza de estos conceptos fundamentales para entender la dinámica de los fluidos.

La relación entre la velocidad y la presión de un fluido por Daniel Bernoulli

El teorema más importante de la mecánica de fluidos es el que conocemos como teorema de Bernoulli, que describe la ley de conservación de energía para los fluidos. El salto creativo y el cambio conceptual que dirigió a Daniel Bernoulli hacia la formalización del teorema fue preguntarse cómo se relacionan la velocidad del flujo dentro de un conducto cerrado y la fuerza de retención que ejercen sus paredes. Desde la antigüedad se conocía bien la hidrostática, es decir, sabían calcular las fuerzas superficiales o presiones que ejercía un líquido en reposo sobre las paredes del recipiente que lo contiene. Pero Bernoulli no dejaba de hacerse una pregunta: ¿Cómo variará la presión soportada por las paredes de un conducto que encierra un flujo al aumentar su velocidad?

En su obra *Hydrodynamica*, para entender la relación entre la velocidad y la presión del flujo, Daniel imaginó un depósito que descargaba agua desde una tubería horizontal en su fondo. En la punta de la tubería se colocaba un tapón con un orificio, y para Daniel la presión era la fuerza de retención que realizaba este tapón al obstaculizar la salida del agua. Como se ve en la ilustración 1, se suponía que el volumen de agua en el depósito era muy grande, estableciendo una altura constante para la superficie libre AB y un flujo permanente.

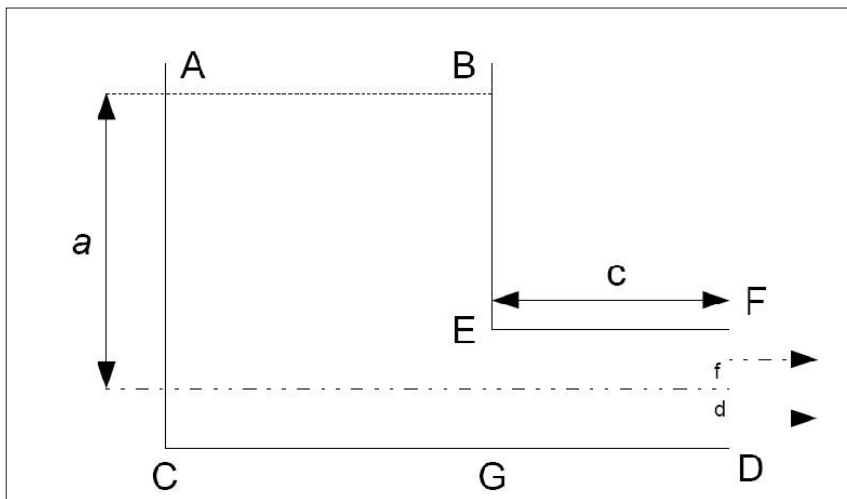


Fig. 1. El experimento mental de Daniel Bernoulli

Según la ley de Torricelli, la altura de velocidad del líquido derramado sería igual a la profundidad del agujero respecto a la superficie libre, a . Hoy diríamos que la velocidad de derrame es proporcional a la raíz de esa altura, y lo más importante, independiente del tamaño del orificio si no tenemos en cuenta la contracción de vena líquida y otras correcciones por fricción. Como tenemos un orificio menor de derrame en el tapón, la razón r entre las secciones transversales FD del tubo y fd del orificio determina un flujo más lento dentro de la tubería: v_s/r , siendo v_s la velocidad en la salida. Todo esto estaba establecido por la bien conocida continuidad del flujo o conservación del caudal.

Siendo esto así, Bernoulli ideó este experimento mental: supongamos que el tapón del extremo desaparece en un instante. Está claro que el flujo interior de la tubería aceleraría desde la velocidad v_s/r hasta la velocidad v_s . Según Daniel, el tapón con agujero actúa como si estuviese empujando y reteniendo el agua (*nisus et renisus*), esto es, como si estuviese presionando el agua contra las paredes

y dificultando su expansión. El tapón *FD* es el marcador cognitivo más importante de esta imagen porque es el que controla las variables relevantes. En este punto se encuentra la idea genial de Daniel Bernoulli. Necesitaba un modo para determinar la velocidad dentro de la tubería para poder relacionar esta velocidad con la presión; para ello, podía controlar la velocidad interior variando el tamaño del orificio *fd*. La fuerza de retención aumentará a medida que se ralentiza el flujo interior, porque el agua tendrá una capacidad de aceleración mayor para una desaparición hipotética del tapón. Es el tapón lo que obstruye el flujo libre. Como se ha dicho, el tapón actúa como un marcador heurístico para la simulación mental porque posibilita el control de las variables de presión y velocidad.

Citando a Daniel, la retención del tapón comprime el agua en la tubería *EFGD*, y esta presión se transmite a las paredes laterales del depósito (XII, 5&): «mediante esta presión y represión el agua se comprime, la compresión del cual está confinada por las paredes del conducto, y por siguiente estas también soportan la misma presión. La presión de las paredes laterales parece ser proporcional al incremento de velocidad o aceleración que sufriría el chorro si el obstáculo desapareciera en un instante y el flujo se dirigiera en seguida hacia el aire».²

Detrás de este experimento mental se encuentra una analogía con una gran capacidad creativa que *provoca* todo el razonamiento posterior: la fuerza de presión de las paredes del tapón actúa como un obstáculo para el flujo. Así las cosas, la estructura del razonamiento analógico que da cuerpo al experimento mental histórico y a una posible estrategia para el aula se ilustra en la tabla 1.

Tabla 1

Analogía: La presión en el tapón actúa como una fuerza de retención contra el flujo

- | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Cuando el agua fluye sin ningún obstáculo la velocidad del agua es la más rápida posible. 2. La presión es nula fuera del conducto. 3. Si el diámetro del orificio de descarga es menor que el del conducto, la velocidad interior del flujo decrece, y si aumenta la obstrucción, la fuerza de retención de las paredes también aumenta. 4. Luego, cuando el orificio de descarga es infinitesimal el agua apenas se moverá dentro del conducto, ya que la obstrucción y la fuerza de retención de las paredes es mayor y es capaz de parar el flujo. 5. En valores intermedios, la presión de retención del tapón es también intermedia, y decrece a medida que aumentan el diámetro de orificio y el flujo interno en el conducto. 6. En consecuencia, la presión de las paredes de la tubería disminuye con el aumento de la velocidad interna del flujo. |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Es así como Bernoulli estableció la base cualitativa para la formalización de su famoso teorema. La idea de la disminución de la presión ante el aumento de la velocidad interior únicamente necesitaba la contribución de Euler, que formuló la presión como una magnitud isótropa que almacena densidad de energía en un punto; de esta guisa se establecería la conservación de la suma de la densidad de energía cinética del flujo y de su presión en un punto.

El remolino de Johann Bernoulli

La analogía provocativa, en cambio, sí contiene un carácter explicativo que debería ser explicitado en la enseñanza. La fuente analógica activa un esquema mental nuevo y este es aplicado al objeto. El

2. Ab hoc nisu & renisu comprimitur aqua, quae ipsa compressio coertetur a lateribus tubi, haeque proinde similem pressionem lustinent. Apparet sic pressionem laterum proportionalem esse accelerationi seu incremento velocitatis, quod aqua sit acceptura, si in instanti omne obstaculum motus evanescat, sic ut immediate in aerem ejiciatur.

hexágono creado como fuente de la espira nos da cuenta del fenómeno de torsión en sus vértices, lo cual ofrece un esquema determinante para prever lo que sucederá con los muelles. La literalidad y cercanía del caso análogo no es razón para despreciar su posible contribución al aprendizaje, ni el poco conocimiento sobre la fuente creada.

Johann Bernoulli (el padre de Daniel) también nos ofrece otro caso histórico de gran interés en este sentido. Johann quería formalizar toda la mecánica de fluidos dentro del marco newtoniano sin considerar el principio de conservación de las fuerzas vivas (que establecía la igualdad entre el ascenso potencial y el descenso real) que todavía era dueño de un dudoso estatus en la filosofía natural. El trabajo denominado *Hydraulica* (Bernoulli, 1732) consta de dos partes. En la primera Johann estudia el movimiento del agua a través de conductos cilíndricos en los que el fluido es imaginado como una composición de cilindros transversales contiguos que avanzan en la dirección del flujo. Dentro de esta imagen propone un problema paradigmático para un flujo: el agua está circulando a través de un conducto circular ancho que repentinamente da paso a un conducto más estrecho. El flujo, lejos del estrechamiento, llevará la velocidad uniforme correspondiente a la sección transversal de las tuberías aguas arriba y aguas abajo.

Para mantener este movimiento permanente, Johann consideró la existencia de un remolino en la transición del estrechamiento que crearía un embudo capaz de acelerar los elementos de fluido, «ya que ningún cambio es repentino, sino transitorio y gradual» (parte I, III§).³ La idea del remolino (*gorges*)⁴ parece meramente imaginativa, pero Johann cuenta cómo pudo ver el agua dibujando círculos en la esquina de un río. Incluso pone fecha al día en el que vivió este momento *eureka* (parte I, VIII§): «En 1729 conseguí mi objetivo, cuando observé que la clave de todo el problema se encontraba en la contemplación del remolino que nadie consideró previamente».⁵ Se mostrará que esta contemplación providencial del remolino activó o provocó un razonamiento más elaborado mediante un imaginario basado en líneas de corriente. Es decir, el remolino del río se convierte en fuente analógica transferida a la zona de transición de los conductos activando esquemas mentales visuales en forma de corrientes o trayectorias del flujo.

De hecho, hay que enfatizar el papel de implicación que juegan las líneas de corriente, porque en gran medida son ellas las que dan sentido a la dirección de circulación del remolino. Estas líneas proyectan la virtualidad del fenómeno sobre el papel cuando su representación diagramática da vida y movimiento al concepto físico de movimiento. Así, la fuente de la analogía contemplada en el canal, primero dibuja estas líneas y después coopera virtualmente con el diagrama. No es una mera analogía expediente, puesto que está en el origen del contenido explicativo.

Las líneas de corriente hacen alusión al remolino, sugiriendo un retorno del flujo y, de hecho, la clave explicativa se encuentra en el remolino: el aumento de velocidad se produce por el empuje del remolino en la zona de transición; esa es la causa de la variación de velocidad según «principios mecánicos puros» o newtonianos. En la sección VII§ el texto señala que la acción del remolino no se puede

3. Dum transit liquor ex uno tubo in alterum, mutabitur utique velocitas in ratione reciproca amplitudinum; at nulla mutatio est subitanea, sed successiva et gradualis, procedens per omnes posibles gradus intermedios a minori ad majorem, vel a majori ad minorem.

4. Hay una discusión sobre la traducción de este término. Johann usó la palabra *gorges* en latín, la cual significa 'agua' o 'corriente'. Algunos lo han traducido como *eddy* en inglés, es decir, 'remolino', como se ha empleado aquí. Pero Rouse, en la introducción de su traducción (Bernoulli, 1968: xiii), menciona que no hay circulación y que habría que traducirlo como 'garganta', ya que Johann imagina el flujo pasando por una especie de embudo; según Rouse el agua está estanca en la zona transitoria y Johann no visualiza ninguna circulación. Pero como Johann menciona expresamente lo contemplado en la esquina de un río, no hay duda que asocia el agua estanca con el remolino; no es agua sin movimiento, es agua atrapada. Además, en los diccionarios de latín, *gorges* siempre tiene una connotación de corriente o torbellino.

5. Donce tandem, post meditationem longiusculam, anno jam 1729 voti compos factus, vidi totius rei cardinem versari in contemplantione gurgitis, antea a nemine animadversi.

despreciar. La fuerza ejercida a un elemento de fluido a lo largo de la «garganta» consigue la variación de velocidad requerida en un intervalo de tiempo muy breve.

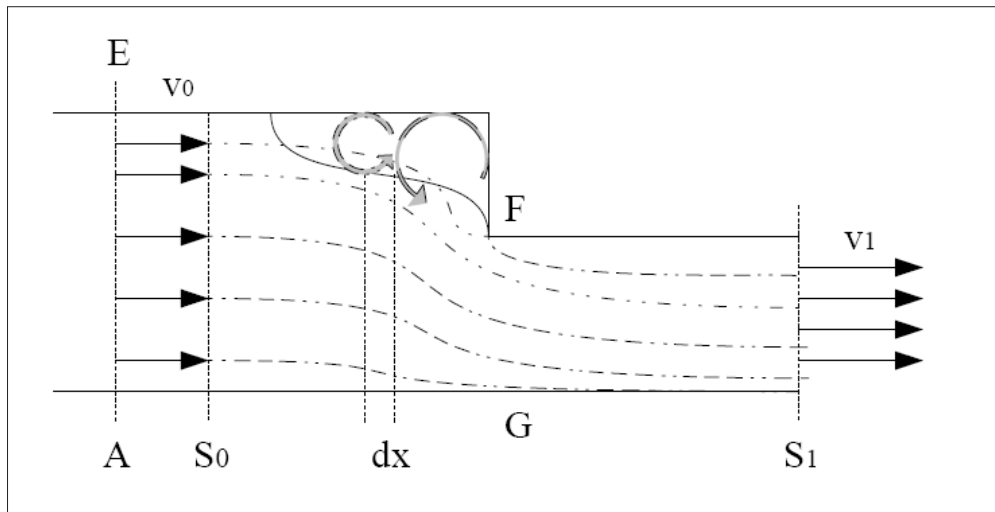


Fig. 2: El remolino de Johann Bernoulli

La representación de remolino (véase figura 2) revela dos aspectos para encontrar la esencia del problema. Primero, el sentido de izquierda a derecha del flujo necesita un retorno cuando entra en el borde superior derecho del conducto ancho; las aguas quedan girando en esa zona, atrapadas en el remolino. Por consiguiente, se crea una región apartada del flujo y que se mueve aguas abajo. La circulación del remolino, igual que el flujo lineal dominante, es mantenida por la fuerza de presión que se transmite desde aguas arriba. En el *Corolario II* comenta esto, porque las velocidades en el conducto ancho y en el estrecho son constantes si el flujo es permanente. Luego, la fuerza motriz (*vis motrix*), o la fuerza de presión, no contribuye a la aceleración total del agua contenida en los dos conductos. En la forma de ver de Johann, la fuerza de presión es aplicada a la permanencia del vórtice.

Segundo, según dice en la sección IX, en el intervalo de desplazamiento que está bajo el remolino el fluido conseguirá la cantidad de movimiento necesaria para pasar más rápido al conducto estrecho. De esta guisa, el remolino determina por sí mismo el sentido de circulación. De hecho, si consideramos elementos diferenciales de fluido debe haber una aceleración en la zona de transición bajo la influencia del remolino. El remolino también ofrece una explicación en esta perspectiva donde se realiza un seguimiento de la trayectoria de los elementos de fluido.

En este análisis cualitativo, e intentando encontrar una descripción cuantitativa, la pregunta que se formulaba con este modelo del remolino era la siguiente: ¿cómo se puede encontrar la ley de aceleración que cumple el líquido al pasar por el contorno inferior del remolino dentro de un desplazamiento infinitesimal dx de ese trayecto? Para ello, Johann establece un control de volumen entre las superficies planas S_1 y S_0 , y el contorno de las tuberías. La diferencia de fuerzas de presión (siendo p_1 y p_0 las presiones correspondientes) en ambas superficies será la causa del movimiento, esto es, $p_1 S_1 - p_0 S_0$. Así, como se ha dicho ya, la forma de garganta que ofrece el remolino al flujo y su sentido de circulación facilita el paso del fluido acelerándolo. El hecho es que Johann sabía por la hidrostática que la transmisión de la presión era instantánea: con el agua en reposo o en movimiento la «fuerza inmaterial» en la superficie AE que guiaba el flujo llegaría instantáneamente hasta la superficie GF . De este modo, se conseguía unir una disciplina bien conocida desde la antigüedad con la dinámica de fluidos, o con lo que se llamó la hidráulico-estática, ya que el movimiento considerado era permanente, o «estático» para ellos.

Para resolver matemáticamente este problema Bernoulli supuso que el fluido estaba distribuido en láminas perpendiculares al flujo. Johann eligió una lámina de anchura dx localizada en la zona de transición del remolino. Siguiendo a Newton, la fuerza local sería el producto de la masa de la lámina ($\rho S dx$) y la aceleración a . Consecuentemente, la fuerza motriz aplicada a esta era $dF = \rho S a dx$. Además de esto, como por razones cinéticas se derivaba que $adx = (dv/dt) dx = dv(dx/dt) = v dv$, al fin se obtenía que $dF = \rho S v dv$. De esta manera, la fórmula de la fuerza queda únicamente en función de la velocidad y la aceleración.

Además, aunque la lámina infinitesimal considerada para el análisis tenga cualquier altura o cualquier área transversal S (nótese que llegará como máximo hasta el remolino), al trasladar por hidrostática la fuerza motriz a la superficie AE esta fuerza se multiplicará por S_0/S , y la fuerza motriz será $\rho S_0 v dv$. Esto es, dicha fuerza producirá la fuerza motriz $\rho S v dv$ que actúa sobre la lámina elegida. La integral entre los límites verticales del remolino nos dará la fuerza total que acelera el flujo de la velocidad v_0 a la velocidad v_1 :

$$F_0 = \int \rho S_0 v dv = \frac{1}{2} \rho S (v_1^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \rho S_0 (1 - S_1^2/S_0^2) v_1^2$$

Esta ecuación describe «la fuerza que creará la aceleración oportuna para pasar de la velocidad menor en conducto ancho a la velocidad mayor, la cual es necesaria para que el líquido fluya hacia el conducto estrecho» (IXS).⁶ Luego, ni la forma ni el tamaño del remolino son determinantes para obtener la fuerza motriz.

Johann llama *presión* a esta fuerza que guía el flujo. Según él, es evidente que la función de esta fuerza es formar el remolino y alimentarlo, ya que no contribuye a la aceleración de la masa total o la del caudal (parte I, IX§, *Corolario II*). En este sentido, el remolino ofrece una forma de embudo a la zona de transición de los conductos. Como se ha dicho, la aceleración que aparece en el caso del elemento de fluido que se mueve sobre una línea de corriente es causada por la fuerza de circulación del vórtice.

La contemplación del remolino y el caso análogo que ofrece son la fuente de provocación de los esquemas mentales, diagramas y visualizaciones de la corriente que conforman el modelo explicativo final según premisas newtonianas «puras». La contribución explicativa de esta analogía es esencial en la construcción del modelo. Y la forma de cooperación de la analogía con otros instrumentos heurísticos es más compleja que en el anterior caso del cuarto proporcional. En comparación, esta operación expediente es un paso secuencial más en la deducción final, y no interfiere en el núcleo explicativo del modelo. Así, en la tabla 2 se muestra la estructura esquemática que seguir en la estrategia pedagógica que intentaría simular el proceso mental del autor original.

6. «... quae designat vim motricem requisitam in tubo HE, and id unice, tu in gurgite fiat acceleratio necessaria ad mutantam velocitatem minorem in majorem, qua opus est, tu transeat liquor in tubum angustiozem GC».

Tabla 2

Analogía:

el borde de transición del conducto ancho al estrecho es similar a lo que se puede encontrar en la esquina de un río donde se forman remolinos, por lo que es de esperar la creación de un remolino.

1. La analogía del remolino *provoca* una visualización de circulación en la zona transitoria.
2. Esta visualización se puede expresar mediante un diagrama.
3. La dirección del flujo está relacionada con la dirección de giro del remolino, en este caso antihorario.
4. Además, el remolino crea una zona de agua estanca que conforma un paso como un embudo que suaviza la transición desde el conducto ancho al estrecho.
5. Todo ello completa una imagen coherente que se puede expresar mediante un diagrama.
6. Además, la circulación del remolino empuja a las partículas en la zona de transición, lo que explica la aceleración que sufrirán según las leyes newtonianas.
7. Es decir, el aumento de velocidad desde el conducto ancho al estrecho se puede explicar por la fuerza motriz acumulada en el remolino.

IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA

Estas descripciones basadas en la analogía provocativa de un episodio particular de la génesis de la dinámica de fluidos muestran, tal y como lo hace el electromagnetismo de Maxwell y el posterior oscilador armónico, el carácter explicativo de este razonamiento no-formal y su posible implementación como estrategia que seguir en el aula. El método deductivo de investigación que se traslada muchas veces al método de enseñanza en el aula no suele tener en cuenta la importancia de estas contribuciones no-formales en la creación de conjeturas. Se pierde así la capacidad de *asombro* que es el móvil de la investigación y el aprendizaje.

¿Qué extraña fuerza es la que acelera el elemento de fluido en la zona de transición entre los dos conductos? Esta era la pregunta que asombraba a Johann Bernoulli hasta que contempló el remolino en un río. Por otro lado, desde la antigüedad se conocía bien la presión ejercida por un líquido en reposo en las paredes del recipiente que lo contiene, pero no se conocía cómo actuaba el líquido sobre las paredes cuando este se ponía en movimiento. Este desconocimiento fundamental también asombraba a Daniel.

Del mismo modo, Newton se preguntaba sobre la naturaleza de una fuerza universal que fuese capaz de dibujar aquellas órbitas planetarias asombrosas (elípticas) tal y como había descubierto Kepler. La única respuesta plausible era conjeturar una fuerza de tipo $1/r^2$ con la distancia. En la creación de esta hipótesis, en sus manuscritos, Newton (1665) menciona una analogía informal que se le ocurrió cuando empezó a pensar sobre la gravedad: «la forma de estimar la fuerza con la que un globo colocado dentro de una esfera presiona la superficie de la esfera», le ayudó a deducir que las fuerzas que mantienen los planetas en sus órbitas deben ser inversamente proporcionales a los cuadrados de las distancias.⁷ Así, las analogías que nacen como respuesta al asombro son capaces de provocar un razonamiento bien estructurado en colaboración con otros instrumentos heurísticos.

En todos los casos, tanto los Bernoulli como Newton recurren a la analogía para crear una hipótesis que puede explicar el fenómeno asombroso. Luego, fuera de la concatenación de la rigidez deductiva que por sus influencias directas restringe la enseñanza a la mera presentación de unos axiomas, la analogía se sitúa como razonamiento plausible atractivo para el estudiante en el origen de unas hipótesis que

7. «Having found out how to estimate the force with which a globe revolving within a sphere presses the surface of the sphere, from Kepler's rule I deduced that the forces which keep the planets in their Orbs must be reciprocally as the squares of their distances...».

pueden resolver el problema presentado en clase. Visto así, la espontaneidad de estas analogías creadas a partir del asombro y su importancia histórica valdría para diseñar estrategias de enseñanza basadas en las analogías provocativas.

Siguiendo una escala de progresión para el uso de analogías en el aula propuesta por Justi y Gilbert (2002), yendo de menor a mayor dificultad, Oliva-Martínez y Aragón-Méndez (2009) han propuesto esta secuenciación que puede ser enriquecida por nuestra visión:

- Aprender analogías formuladas y presentadas por el profesor debidamente justificadas por su importancia histórica después de mostrar un fenómeno físico particular y formular una pregunta asombrosa.
- Usar esas analogías para provocar imágenes, experimentos mentales, diagramas, etc., y extraer conclusiones.
- Determinar los límites de validez y evaluar las analogías aprendidas estableciendo cada vez más restricciones teóricas y prácticas.
- Reconstruir analogías previamente pensadas por científicos históricos y planteadas solo parcialmente para que los alumnos provoquen nuevas ideas, construyan modelos en colaboración con otros instrumentos heurísticos y evalúen los resultados.
- Idear analogías personales propias, usarlas y evaluarlas.

En esta progresión, las analogías provocativas de Daniel y Johann tienen un gran valor pedagógico ya que muestran procesos heurísticos originales e históricos que pueden ofrecer un programa didáctico motivador hasta el estadio *d*. Se podría plantear parcialmente la analogía para que los alumnos la reconstruyan, o incluso hacer que los alumnos ideen espontáneamente el remolino o el orificio variable mediante preguntas dirigidas.

La narración histórica del refinamiento de las analogías que partieron de poleas y llegaron al oscilador armónico, o partieron de la contemplación de un remolino y llegaron a la formalización matemática de la circulación del flujo, o diseñaron un experimento mental imaginando un orificio variable, humaniza a los grandes pensadores de la historia ante los ojos de los alumnos. Hay que hacer ver que las analogías espontáneas y cercanas a partir de las cuales elaboraron sus grandes teorías quedan al alcance de cualquier persona. Otra cosa es, claro está, trabajar minuciosamente a partir de ellas y de los esquemas mentales provocados por ellas, trabajo que puede ser guiado por la expectativa que crea el asombro donde tienen lugar estos razonamientos plausibles tan importantes.

REFERENCIAS

- ACEVEDO, J.A. (2004). El papel de las analogías en la creatividad de los científicos: la teoría del campo electromagnético de Maxwell como caso paradigmático de la historia de las ciencias. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 1(3), pp. 187-204.
- ACEVEDO, J.A., VÁZQUEZ, A. y MANASSERO, M.A. (2003). Papel de la educación CTS en una alfabetización científica y tecnológica para todas las personas. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 2(2), artículo 1. Disponible en línea: <<http://www.saum.uvigo.es/reec/>>.
- ACHINSTEIN, P. (1983). *The concept of evidence*. New York: Oxford University Press.
- BERNOULLI, D. (1737). *Hydroynamica, sive de viribus et motibus fluidorum commentarii*. Strassburg: published by Johann Reinhold Dulsecker.
- BERNOULLI, J. (1732). *Hydraulica*. St Petersburg: Memoirs of the Imperial Academy.
- BERNOULLI, D. y J. BERNOULLI (1968). *Hydrodynamics by Daniel Bernoulli & Hydraulics by Johann Bernoulli*. Traducido del Latín por Thomas Carmody y Helmut Kobus. New York: Dover.

- CLEMENT, J.J. (1981). *Analogy generation in scientific problem solving*. Proceedings of the Third Annual Conference of the Cognitive Science Society. Disponible en línea: <http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/search/detailmini.jsp_nfpb=true&_&ERICExtSearch_SearchValue_0=ED228044&ERICExtSearch_SearchType_0=no&accno=ED228044>.
- CLEMENT, J.J. (2008). *Creative Model Construction in Scientists and Students: The Role of Imagery, Analogy, and Mental Simulation*. London: Springer. Disponible en línea: <<http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-6712-9>>.
- GENTNER, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework. *Cognitive Science* 7, pp. 155-170. Disponible en línea: <http://dx.doi.org/10.1207/s15516709cog0702_3>.
- GENTNER, D. (1988). Metaphor as structure mapping: The relational shift. *Child Development* 59, pp. 47-48. Disponible en línea: <<http://dx.doi.org/10.2307/1130388>>.
- HANSON, N. R. (1983). The logic of discovery, en P. Achinstein (ed.), pp. 53-63.
- HON, G. y GOLDSTEIN, B. R. (2012). Maxwell's contrived analogy: An early version of the methodology of modeling. *Studies in History and Philosophy of Science Part B. Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 43 (4), pp. 236-257. Disponible en línea: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.shpsb.2012.07.001>>.
- HOLYOAK, K. y THAGARD, P. (1995). *Mental leaps: analogy in creative thought*. Cambridge, MA: The MIT press.
- JUSTI, R. S. y GILBERT, J. K. (2002). Modelling, teachers' views on the nature of modelling, and implications for the education of modellers. *International Journal of Science Education*, 24 (4), pp. 369-387. Disponible en línea: <<http://dx.doi.org/10.1080/09500690110110142>>.
- KOLODNER, J. L. (1993). *Case-based learning*. Dordrecht: Kluwer. Disponible en línea: <<http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4615-3228-6>>.
- KUHN, T. (1975). *La estructura de las revoluciones científicas*. Madrid: Fondo de Cultura Económica.
- LLOYD, G. E. R. (1966). *Polarity and Analogy*. London: Bristol Classical Press.
- MALAMENT, D. (2002). *Reading natural philosophy: essays in the history and philosophy of science and mathematics*. Illinois: Open Court Publishing Company.
- NERSESSIAN, N. (1992). How do scientists think? Capturing the dynamics of conceptual change in science. En Giere, R. N. (ed.) *Cognitive Models of Science*. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- (1995). Should physicists preach what they practice? *Science & Education* 4, pp. 203-206. Disponible en línea: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF00486621>>.
- (1999). Model-based reasoning in conceptual change. En L. Magnani, N. J. Nersessian y P. Thagard. *Model-based reasoning in scientific discovery*. New York: Kluwer Academic/Plenum Publishers. Disponible en línea: <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4615-4813-3_1>.
- (2002). Maxwell and the method of physical analogy: Model-based reasoning, generic abstraction, and conceptual change. En D. Malament (ed.), pp. 129-167.
- NEWTON, I. (1665). *Additional manuscripts 3968*, 41 (2). Cambridge: Cambridge University Press.
- OLIVA-MARTÍNEZ, J. M. y ARAGÓN-MÉNDEZ, M. (2009). Contribución del aprendizaje con analogías al pensamiento modelizador de los alumnos en ciencias: marco teórico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27 (2), pp. 195-208.
- PEIRCE, C. S. (1931-36). *The Collected Papers*. Cambridge M.A.: Harvard University Press.

The provocative analogy as pedagogical strategy: the historical case of fluid mechanics

Alain Ulazia Manterola

Departamento de IN y Mecánica de Fluidos e Instituto de Lógica, Cognición, Lenguaje e Información.

Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea.

alain.ulazia@ehu.es

The aim of this article is to study the analogical reasoning in the historical genesis of fluid mechanics in order to develop efficient pedagogical strategies in this area. The foundational texts of Bernoulli, Johann Bernoulli's *Hydraulica* and his son Daniel's *Hydrodynamica* offer interesting examples for the classroom because the identified analogies play an essential role in creativity by means of the cooperation with mental experiments and images. In that time the particle vision of fluid by Newtonian mechanics lacked the suitable heuristic instruments to understand the behavior of fluids. Moreover, the application of the conservation of energy or *live forces* was considered unorthodox by Newtonians, and this restrictive view made it difficult to develop an isotropic concept of pressure as a live force density accumulator in a certain point of the fluid. Both the idea of the velocity-pressure relation of a flux by Daniel Bernoulli and the idea of the generation of a whirl in the throat of a conduit by Johann Bernoulli offer a new imagery to treat fluid dynamics.

These go beyond the minimum definition of expedient character providing explanatory content to the theoretical modeling. Since the classical cognitive science has reduced its research to the expedient role, studies on literal analogies or on the refinement of analogies will be discussed in which analogy adopts different roles in relation to the construction of the model. In this way, the multiple roles of analogy can operate with other heuristic instruments to develop a fruitful model for the explanation of anomalous or astonishing phenomena.

In the first case, in which Daniel Bernoulli invented a mental experiment to establish the velocity-pressure relation in a conduit, this mental experiment cooperates with the *analogy of pressure as retention* imagining the behavior of the flux against a variable orifice. This coalition created a reasoning sequence that resulted in what is known as Bernoulli's Theorem and the velocity-pressure relation, in which, within a closed conduit, the pressure decreases if velocity increases and vice versa. In our opinion the simplified sequence of Bernoulli's reasoning process configures not only a deductive strategy, but also a pedagogical one to explain Bernoulli's Theorem.

In the second case Johann Bernoulli visualized a whirl in the corner of the rapid throat of a conduit by analogy to the whirls in the rivers edges. He was thinking about the problem of the acceleration of the narrowing flux within a conduit, trying to explain that acceleration by the appearance of a force in the transition zone. What was the origin of that force? The circulation of a virtual whirl in the edge could explain the thrust and even the form of the current lines or particle's course. This beautiful idea and the subsequent reasoning offer another clear pedagogical strategy.

Thus, we can see that analogy may activate new mental schemas in the conception of a historical problem in the mind of an expert and, consequently, lay down a strategy to teach following this reasoning. The historical narration of the refinement of analogies, which had their origin in a whirl's contemplation and developed the final formalization of fluid circulation, or designed a mental experiment imagining a variable orifice, humanizes the famous scientists throughout history in the eyes of the students. We have to show that their spontaneous and contemplative analogies are in the reach of everyone. Evidently, the labor needed is another question. The careful work from these analogies, images and mental experiments can be guided through the expectative created by plausible reasoning.

