

## ¿TAMAÑO O VOLUMEN?

FERNÁNDEZ DURÁN, EUGENIO<sup>1</sup>; SOLANO MARTÍNEZ, ISABEL<sup>2</sup> y JIMÉNEZ GÓMEZ, ENRIQUE<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Física Teórica y del Cosmos. Universidad de Granada

<sup>2</sup> Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Universidad de Murcia

efedu@ugr.es

isolano@um.es

ejimenez@um.es

---

**Resumen.** Se analiza el desarrollo de las relaciones entre figura y volumen a través de los modelos de vasos comunicantes usados en la enseñanza, porque de ellas dependen los diferentes conceptos posibles de volumen y el que cada persona usa en cada caso concreto. Los resultados ponen de manifiesto que, en el momento de la enseñanza, los sujetos se pueden clasificar en tres grupos: los que no memorizan el modelo, los que sólo memorizan el modelo y los que además de memorizar el modelo lo extrapolan. También se pone de manifiesto que hay una evolución posterior de dichas relaciones, pero no es la misma ni afecta a todos los sujetos. Los resultados indican que hay un grupo de sujetos en los que la evolución es nula, otro en los que la evolución es parcial y otro que logra el pleno de las relaciones entre figura y volumen.

**Palabras clave.** Tamaño, volumen, figura, relaciones figura tamaño, evolución mental.

---

### Size or volume?

**Summary.** In this paper we analyse the development of the relationships between figure and volume, through the models of Pascal vases used in learning, since on these relationships depend the different possible concepts of volume, and the particular model used by each person in each specific situation. The results show that, at learning time, subjects can be classified in three main groups: those who do not memorize the model, those who memorize the model, and those who not only memorize the model but also extrapolate from it. It is also shown that these relationships evolve in the subjects after learning, but this evolution is neither the same as all subjects nor affects all of them. Results show that there is a group of subjects in which this evolution is null, another group in which there is a partial evolution, and another group that achieves the completeness of relationships between figure and volume.

**Keywords.** Size, volume, figure, figure-size relationships, mental evolution.

---

## INTRODUCCIÓN

El volumen de los cuerpos se elimina en los contextos de la estática, la dinámica y la mecánica, debido a las condiciones restrictivas de sus respectivos estados. Pero dichas condiciones restrictivas de los estados (Fernández Durán, Jiménez Gómez y Solano Martínez, 2001, 2002, 2004) nunca se expusieron de manera explícita en tales contextos ni en la enseñanza de los mismos.

La eliminación explícita del volumen fue ejecutada por Euler, como una exigencia, pues «...*Euler observó que los enunciados newtonianos son en general correctos sólo cuando se aplican a masas concentradas en puntos aislados; él fue quien introdujo el concepto preciso de masa puntual, y suyo es el primer tratado única y exclusivamente dedicado a este concepto*» (Truesdell, 1975, p. 108).

Con posterioridad a Euler, dicha exigencia fue asumida sin cuestionamiento alguno en los métodos matemáticos desarrollados por Lagrange, Laplace, Hamilton, etc. Estos métodos matemáticos, que fueron y son considerados como principios de la mecánica, elevaron la eliminación del volumen a la categoría de axioma matemático, pero sin aportar fundamento o justificación alguna del mismo.

Los contextos antes mencionados han adquirido el carácter de paradigmas, no sólo como consecuencia de la habituación que genera su enseñanza generalizada, sino porque su estructura lógica, consecuente con la eliminación del volumen, coincide con el nivel de la estructura cognitiva lograda por la mayoría de los individuos.

El concepto de *volumen* se desarrolla, según Piaget (Piaget e Inhelder, 1982), hacia los 12, 13 años de edad, pero el concepto de *volumen* que aparece a dicha edad es el que corresponde al lugar ocupado por el cuerpo que se identifica (tamaño). Este concepto de *volumen*, que es el usual, incluye, junto al espacio que corresponde al entramado estructural del cuerpo, el espacio de los poros y huecos que posee el cuerpo. Así, el volumen de un edificio incluye, junto al espacio intrínseco de su estructura, el correspondiente a sus salas, sótanos y ventanas. Cuando se quiere designar el volumen intrínseco que corresponde a la estructura de un cuerpo, hay que hacer explícitos tanto el nivel estructural elegido (entramado molecular, moléculas, átomos, núcleos, partículas elementales, agregación líquida o agregación gaseosa) como los convenios para eliminar o no el volumen correspondiente a los huecos y poros, que presente dicho nivel estructural. Como se deduce de lo anterior, el *volumen de un cuerpo* no es un concepto unívoco, pues puede referirse al volumen intrínseco de uno de sus niveles estructurales o al lugar ocupado por el mismo (Klopfer, Champagne y Chaiklin, 1992; Potari y Spiliotopoulou, 1996).

En los estados inferiores del nivel estructural de la agregación líquida son inexistentes los huecos y poros, por lo que el volumen de una porción de líquido en dichos estados está determinado de manera unívoca. Este volumen intrínseco de las porciones de líquido en estos estados es el que corresponde al empaquetamiento máximo de sus moléculas. Y por ello es imposible su compresión. Cuando una porción de líquido se solidifica, la regularidad del entramado molecular suele generar un empaquetamiento de las moléculas mayor que el del líquido, por lo que el volumen del cuerpo obtenido es menor que el volumen del líquido del que procede, si no tiene irregularidades en la estructura o entramado molecular (el empaquetamiento del hielo es anómalo, pues es menor que el del agua, cuyo empaquetamiento máximo se da a 4°C). Para que se dé la agregación gaseosa, el empaquetamiento entre moléculas o átomos debe tener unos huecos cuyo volumen supere al volumen intrínseco de las partículas gaseosas en miles de veces. Si el proceso de solidificación ocurre con una diferencia de temperatura pequeña, se obtiene un sólido o cuerpo con una gran regularidad estructural, pues no presenta huecos ni poros en su entramado molecular. En su origen, el vocablo sólido fue el adjetivo calificativo de dicha regularidad estructural en el entramado molecular, que se obtiene en el proceso de

solidificación y que lo contrapone al líquido. Pero este calificativo acabó confundiendo con los de rígido, firme, duro, macizo, denso, fuerte, etc., y, sustantivado por la geometría, sustituyó al cuerpo, pasando posteriormente a los contextos de la física.

La información que los sentidos corporales pueden obtener sobre el volumen se apoya, principalmente, en los cuerpos, porque los volúmenes de líquidos y gases se obtienen a partir de los recipientes que los contienen. Sin embargo, la conceptualización de volumen viene impuesta por la necesidad de manipulación de los líquidos y los gases.

Esto es lo que muestran los contextos físicos sobre líquidos y gases. La aparición de los contextos sobre líquidos siempre ha sido posterior a la de los correspondientes contextos sobre los cuerpos, porque la manipulación de los líquidos, necesaria para la delimitación de sus sistemas y, consecuentemente, para su identidad, depende de los cuerpos (Jones, Lynch y Reesink, 1989; Lynk, 1996; Gao, Levine y Huttenlocher, 2000, entre otros). Los contextos de los gases son aún más tardíos, porque su manipulación es más difícil. La historia muestra que las identidades de los diferentes gases se establecieron después de lograr su manipulación y delimitación (Brock, 1998).

En el contexto del gas perfecto, el volumen adquiere carácter de magnitud fundamental y tal carácter es potenciado en el contexto de la termodinámica. Pero este concepto de *volumen*, que coincide con el desarrollado por la geometría, adquiere tal grado de ente que elimina toda relación con la información que suministran los sentidos corporales y acaba negando sus relaciones básicas con la sustancia y con el nivel estructural.

Sin embargo, el concepto de *volumen* con determinación numérica y dependiente de la información suministrada por los sentidos es el que corresponde a la regularidad de los líquidos y su manipulación, así como a la regularidad de los cuerpos sólidos y rígidos.

El proceso mental, que lleva desde el concepto inicial de *volumen*, como lugar o espacio ocupado por un cuerpo (tamaño), por ejemplo, el de un árbol, hasta el concepto de *volumen* con determinación numérica elaborado a partir de la información suministrada por los sentidos corporales, es tan complejo y depende tanto de la manipulación métrica de los líquidos, que lo usual es que se adopte el convenio que lo sustituye por su valor numérico o por la expresión mediante la cual se calcula dicho valor numérico (Enochs y Gabel, 1984).

Existe una gran cantidad de trabajos experimentales cuyo objetivo es detectar cuál es el conocimiento que, sobre los líquidos, poseen individuos de diversas edades. Entre las distintas tareas sobre el comportamiento de los líquidos, que fueron propuestas a los sujetos de investigación, destaca la conocida tarea piagetiana, de predecir la superficie libre de porciones de líquidos contenidas en recipientes, no completamente llenos, que se inclinaban con distintas orientaciones (nivel del agua de una botella o vaso). Según Piaget e Inhelder, la comprensión de la

experiencia era completa alrededor de los 11 años. Pero trabajos posteriores (Sholl, 1989; Liben, 1991; Lohaus, Thomas, Kessler y Gediga, 1996; Pulos, 1997, entre otros) ponen de manifiesto un inadecuado conocimiento del comportamiento de los líquidos en todas las edades. Incluso muchos estudiantes universitarios, más del 40%, fracasan en la realización de dicha tarea (Lohaus, Thomas, Kessler y Gediga, 1996).

La horizontalidad de la superficie libre de una porción de líquido contenida en un recipiente, no completamente lleno, no suele enseñarse en las clases de ciencias, por lo que se puede suponer que su conocimiento debe ser extraído por el propio sujeto a partir de su manipulación de los líquidos (Vasta, Belongia y Ribble, 1994). Pero esto entraña una gran dificultad, porque la mayoría de los recipientes que se manipulan conteniendo porciones de líquidos son opacos, poseen una sola superficie de apoyo, están casi llenos de líquido y su manipulación elimina el contacto con la superficie horizontal, fija y rígida, en que descansaba el recipiente (se elimina el referente inmediato). La dificultad es tal, que una instrucción específica sobre la misma sólo ha conseguido un éxito muy limitado (Pulos, 1997) e incluso, algunos investigadores han sugerido que dicho fracaso sea consecuencia de carecer de las estructuras cognitivas necesarias para asimilar la experiencia (Sholl, 1989).

A diferencia de los supuestos iniciales de otros trabajos sobre los líquidos (Sholl, 1989; Liben, 1991; McAfee y Proffitt, 1991; Vasta et al., 1994; Sholl y Liben, 1995; Lohaus et al., 1996; Pulos, 1997; Thomas, Lohaus y Kessler, 1999; Li, 2000, entre otros), se tuvo en cuenta que la enseñanza de los líquidos se limita al contexto de la estática y al principio de Arquímedes, y se basa en modelos matemáticos que reducen la geometría tridimensional de las interacciones entre los cuerpos y los líquidos a una geometría lineal y vertical. Por consiguiente, tal enseñanza de los líquidos elimina las interacciones en todas las orientaciones distintas de la vertical y el volumen. Ello determina, como se quiere poner de manifiesto en la presente investigación, que la asimilación de su modelo quede supeditada a la estructura cognitiva lograda por los sujetos hasta el momento de dicha enseñanza y que la misma sea ajena tanto a los volúmenes de cuerpo y líquido, como a la evolución del concepto de *volumen*.

## OBJETIVOS

Lo que se indagaba en este trabajo era, en primer lugar, *el grado de asimilación del modelo sobre el comportamiento de los líquidos en los vasos comunicantes, suministrado por la enseñanza*; en segundo lugar, *la capacidad de los sujetos para integrar en su modelo o superándolo, las clases de información presentes en las experiencias realizadas e inmediatas a las señales de los sentidos corporales*.

Para la consecución del primer objetivo se han utilizado las experiencias de predicción, mientras que para alcanzar el segundo objetivo se han utilizado las de llenado.

Las experiencias de predicción, utilizadas en el presente trabajo, consistían en peticiones que se formularon junto a la presentación de tres tipos de vasos comunicantes, que se describen en el apartado siguiente, en los que la variable principal era el volumen. Con ellas se indagó el grado de asimilación del modelo usado en la enseñanza a través de su memorización y su transferencia.

En la segunda parte, las experiencias de llenado, se utilizaron los mismos tres tipos de vasos comunicantes, procediendo a su llenado hasta la señal indicada; pero ahora sólo se dejaba visible el vaso cilíndrico, vertical y transparente, en el que se vertía el líquido; mientras que el otro vaso se mantenía oculto. El llenado de dichos tres tipos de vasos comunicantes tiene como variables la duración, el volumen, la figura y la altura. El volumen se podía obtener de los volúmenes de los frascos llenos de líquido con los que se llenaban los vasos comunicantes, mientras que la rapidez de llenado del vaso visible dependía de la distribución geométrica de la cavidad del vaso oculto.

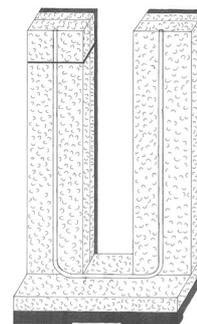
## DISEÑO EXPERIMENTAL

### Material

El material empleado fue:

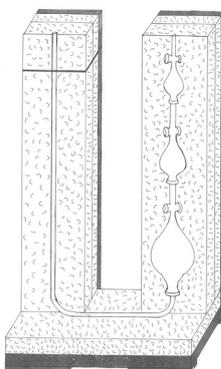
a) El primer tipo de vaso comunicante es el que usualmente se emplea en el modelo de enseñanza: Un tubo de plástico transparente de 1cm de diámetro interior y 164cm de longitud fue acodado en forma de U con 30cm en la parte inferior horizontal y 67cm en cada una de las dos ramas verticales (Figura 1).

Figura 1



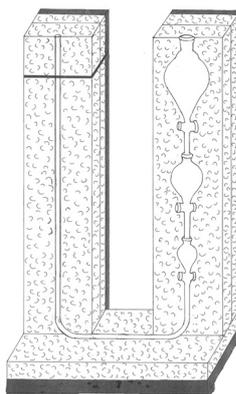
b) El segundo tipo de vaso comunicante tenía una rama vertical y su parte inferior horizontal iguales al 1, pero la otra rama, de la misma altura, era una serie de tres embudos de decantación de 250cc, 100cc y 50cc, conectados entre sí de modo que sus ejes de simetría coincidían en un solo eje que era vertical (Figura 2).

Figura 2



c) El tercer tipo de vaso comunicante era similar al 2 (Figura 3), sólo que la rama con los tres embudos de decantación tenía la serie invertida (el de 50cc era el más próximo a la parte inferior horizontal).

Figura 3



Los tres modelos de tipos de vasos estaban montados sobre soportes de madera y protegidos con espuma de plástico, permitiendo la completa visibilidad a los sujetos.

El líquido utilizado era agua coloreada con azul de metileno, contenida en frascos lavadores opacos, los cuales quedaban a la vista de los sujetos durante todo el proceso.

### Muestra

El colectivo investigado fue un grupo de 180 estudiantes universitarios (72 hombres y 108 mujeres), matriculados por primera vez en la asignatura Conocimiento del Medio Natural, de segundo curso en las especialidades de Maestro en Educación Física y Maestro en Lengua Extranjera (Inglés y Francés) de la Facultad de Educación de la Universidad de Murcia, con edades comprendidas entre los 20 y los 27 años (edad media: 21 años).

### Procedimiento

La experiencia se llevó a cabo dentro del horario lectivo, durante 30 minutos, y se incluyó como una actividad más de clase.

A todos los grupos de sujetos se les impartieron las mismas instrucciones.

– Se garantizó el anonimato asignándoles un número al azar que permitiría agrupar sus respuestas.

– Se les indicó que el objetivo era obtener información de los conocimientos que sobre los líquidos poseían o recordaban, para ajustar los contenidos del presente curso.

### Pruebas de predicción

Pa) Se presentaba el tipo de vaso comunicante de la figura 1 situándolo para que fuese visible para todos y se le entregaba a cada sujeto un folio con un dibujo esquemático del vaso.

Pb) Se le pedía que comprobara la correspondencia entre el objeto y el esquema.

Pc) El entrevistador recitaba: «Imaginad que comienzo a echar líquido en esta rama (el experimentador indicaba la rama que los sujetos veían a su izquierda) y continuó hasta que el líquido llegue hasta aquí (el experimentador mostraba una abrazadera de la rama colocada a 60cm de la base y marcada en el esquema entregado a los sujetos)».

Pd) A continuación se les decía: «tenéis 20 segundos para rellenar en el dibujo cómo quedaría el líquido dentro del tubo».

Pe) Luego se ocultaba el tipo de vaso comunicante 1 y se recogían los folios respuesta.

A continuación se repetían las etapas desde Pa hasta Pe para los vasos de tipo 2 y 3 (Figuras 2 y 3), de modo que sus ramas de sección constante quedaban a la izquierda de los sujetos.

Las pruebas de predicción se realizaron para alcanzar el primer objetivo, es decir, indagar en los estudiantes el grado de asimilación del modelo sobre el comportamiento de los líquidos en los vasos comunicantes, suministrado por la enseñanza.

### Pruebas de llenado

Las etapas La y Lb eran similares a las Pa y Pb.

Lc) Se procedía a poner una cubierta a la rama que quedaba a la derecha de los sujetos, que impedía la visibilidad de la misma.

Ld) Se procedía a verter líquido hasta que el nivel en la rama visible de sección normal constante alcanzaba la abrazadera señalada en la etapa Pc.

Le) A continuación se les decía: «tenéis 20 segundos para rellenar en el dibujo cómo ha quedado el líquido dentro del tubo».

Lf) Luego se retiraba el tipo de vaso comunicante 1, se recogían los folios respuesta.

A continuación se repetían las etapas desde la La hasta la Lf para los tipos de vasos 2 y 3, de modo que sus ramas de sección constante quedaban a la izquierda de los sujetos y visibles.

Cuando se entregaba el último folio respuesta, se mostraban los tres tipos de vasos comunicantes llenos y se quitaban las correspondientes cubiertas.

Las pruebas de llenado se utilizaron para alcanzar el segundo objetivo (indagar el nivel de la estructura lograda de las clases de información inmediata obtenidas a través de los sentidos con posterioridad a la enseñanza de los líquidos recibida).

Por último, se quiere volver a indicar que la diferencia entre estas pruebas y las de predicción consiste fundamentalmente en el llenado de los tres tipos de vasos comunicantes, en los que intervienen como variables la duración, el volumen, la figura y la altura.

## Datos

Se estimaron como respuestas correctas aquellas en las que la altura de la rama derecha era igual o con desviación inferior a 3mm. Los resultados se exponen en la tabla 1 (Anexo 1) en la que  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  corresponden a las pruebas de predicción y  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$ , a las pruebas de llenado.

## Análisis cuantitativo de los datos

Con el fin de alcanzar los objetivos propuestos, se ha realizado un análisis *cluster* de casos. Este análisis empieza considerando cada sujeto como *cluster*; según un criterio de similitud se van agrupando a los otros similares entre sí o éstos a un *cluster* ya formado. El proceso continúa, paso a paso, hasta que todos los sujetos se encuentran bajo un mismo *cluster* (Dixon et al., 1990). Para ello, se utilizó como método de agrupamiento una mínima distancia, más concretamente una distancia cero e igual similitud para que permita la mejor diferenciación entre los *cluster* de casos.

En el anexo 2 aparecen, a modo de ejemplo, los siete agrupamientos de estudiantes (*cluster*) obtenidos en la prueba de predicción (variables  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ ).

En el anexo 3 se expone la gráfica 1, que corresponde con los resultados de los diferentes *cluster* obtenidos al utilizar la variable  $P_1$  (resultados correctos o incorrectos respecto de la predicción de la Figura 1); con las variables  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  (predicciones de los vasos 1, 2 y 3); y las variables  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$  (pruebas de predicción y llenado de los vasos 1, 2 y 3), en los que las letras, por ejemplo

Aaa, representan un subgrupo del Aa, y éste, a su vez, es un subgrupo de A. El número representa a los estudiantes que conforman el mismo *cluster* y las letras C e I indican si la respuesta de los estudiantes es correcta o incorrecta, en relación con las variables  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$ .

En el anexo 4 figura la gráfica 2, donde se exponen los diferentes *cluster* obtenidos al utilizar las variables  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$  (pruebas de llenado de los vasos de las Figuras 1, 2 y 3) y su relación con las variables  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  (pruebas de predicción de llenado de los vasos 1, 2 y 3).

Los gráficos 1 y 2 se han realizado para aclarar, interpretar y seguir de manera clara el análisis de los resultados obtenidos.

## RESULTADOS

El primer resultado a considerar son los 13 sujetos que no admiten otra clasificación que la de ser excluidos debido a que no respondieron a la mayoría de las preguntas, lo que hace cambiar o modificar los *cluster* obtenidos. Estos estudiantes representan el 7,2%, lo que garantiza el carácter estadístico del colectivo de sujetos sometidos a la experiencia. En total la muestra analizada está constituida por 167 estudiantes de los 180 que se presentaron.

El segundo resultado a considerar son los 104 que responden correctamente a la primera predicción (grupo A). Estos 104 sujetos representan la eficacia de la enseñanza, porque memorizan el modelo que en ésta se muestra. Por el contrario, los 63 sujetos que dan respuesta incorrecta indican la ineficacia de la enseñanza (grupo B). Estos datos confirman que la eficacia de la enseñanza para lograr la memorización de un modelo es algo menor a las dos terceras partes del colectivo sometido a ella; mientras que resulta ineficaz para memorizar dicho modelo en algo más de una tercera parte de dicho colectivo. Estos resultados coinciden con los generales que se obtienen para cualquier colectivo estadístico sometido a cualquier tarea concreta de enseñanza, con independencia de contenidos, técnicas, métodos, etc.

Respecto del grupo A se puede decir que ha evolucionado su capacidad (nivel de estructura cognitiva) hasta poder integrar en el modelo transmitido por la enseñanza las clases de información presentes en la experiencia; mientras que para el grupo B no se presenta dicha evolución (Anexo 3, Gráfico 1).

Dentro del grupo A que memorizan el modelo enseñado hay dos clases netas: la de los que transfieren el modelo enseñado, que son 58 sujetos (55,8% de los que memorizan el modelo y 34,7% del total) (grupo Aa); la de los que no lo transfieren, que son 46 (44,2% de los que memorizan y 27,5% del total) (grupo Ab). Los sujetos del grupo Aa poseían, en el momento de la enseñanza del modelo, un nivel de estructura cognitiva superior a la exigida por el aprendizaje de dicho modelo. Mientras que el nivel de la estructura cognitiva de los sujetos del grupo Ab sólo era el necesario para dicho aprendizaje, ya fuese éste asimilativo o de memorización persistente.

Dentro del grupo Aa o sujetos que transfieren el modelo aprendido, hay un subgrupo de 45 sujetos (77,6% del grupo, 43,3% de los que memorizan el modelo y 27,9% del total) (grupo Aaa) que lo transfieren a los dos casos propuestos; mientras que sólo 13 sujetos (22,4%; 12,5%; 7,8%) (grupo Aab) lo transfieren a uno de los dos casos propuestos. Los sujetos del grupo Aaa poseían, en el momento de la enseñanza, un nivel de estructura cognitiva superior al necesario para la transferencia del modelo. Los sujetos del grupo Aab poseían, en el momento de la enseñanza, un nivel de estructura cognitiva ligeramente superior al necesario para el aprendizaje del modelo.

Dentro del grupo Aaa (45 sujetos) hay un subgrupo mayoritario Aaaa (36 sujetos) que responde correctamente a la información de llenado en los tres casos propuestos; mientras que el resto (9 sujetos) subgrupo Aaab no responde correctamente a la información de llenado. Dentro del grupo Aaab hay un grupo mayoritario Aaaba (7 sujetos) que responde correctamente a la información de llenado en dos de los tres casos propuestos. El grupo Aaab está integrado por dos sujetos: uno de éstos responde de manera incorrecta a la información de llenado en dos de los tres casos propuestos y el otro en los tres. El grupo Aaaa indica una estructura cognitiva superior a la necesaria para integrar la información de llenado en los tres casos propuestos. El grupo Aaaba posee un nivel de estructura cognitiva capaz de integrar sólo parte de la información de llenado; mientras que el grupo Aaab posee un nivel de estructura cognitiva capaz de memorizar, pero incapaz de integrar la información de llenado.

En el grupo Aab hay un subgrupo Aaba con 5 sujetos en los que la transferencia del modelo está apoyada en la sensación de que los líquidos son pesados; mientras que en el resto, grupo Aabb, con 8 sujetos, la transferencia está apoyada en la sensación de que los líquidos son livianos. En el grupo Aaba existen 3 sujetos (grupo Aabaa) que han integrado la información procedente de la prueba de llenado en los tres tipos de vasos comunicantes presentados, mientras que los otros 2 estudiantes (grupo Aabab) no han sido capaces de integrar dicha información, de ahí que respondan de manera incorrecta a todas las preguntas de la prueba de llenado. Respecto al grupo Aabb, 3 estudiantes (grupo Aabba) integran de manera correcta la información recibida en las pruebas de llenado. En cambio, tres sujetos (grupo Aabbb) integran la información irregular debido al volumen pero no la regular debido a la altura, mientras que los dos estudiantes del grupo Aabbc no integran en el modelo enseñado nada de la información observada a través de los sentidos en la prueba de llenado.

El grupo Ab (46 sujetos que memorizan el modelo enseñado, pero no son capaces de transferirlo) se divide en un grupo Aba de 11 sujetos, otro Abb de 15 sujetos y otro Abc de 20 sujetos. El grupo Aba posee un nivel de estructura cognitiva suficiente para asimilar el modelo y, aunque no permitió transferencia alguna, su progreso posterior le permite integrar toda o la mayor parte de la información de llenado de manera correcta. El grupo Abb está constituido por los sujetos cuyo nivel de estructura cognitiva sólo les permitió la memorización del

modelo, pero ha resultado nulo el progreso posterior de su estructura cognitiva, lo que les lleva a repetir las predicciones a pesar de la información de llenado. El grupo Abc son sujetos en los que se ha dado evolución de la estructura cognitiva, pero ésta ha sido incorrecta, por lo que resulta inadecuada la integración de la información de llenado.

El grupo B (sujetos cuyo nivel de estructura cognitiva, en el momento de la enseñanza, era inferior al necesario para lograr el aprendizaje) se divide en tres *cluster* B1, B2 y B3. El grupo B1, a su vez, se divide en B1a, formado por 11 estudiantes e indica que existe una evolución de su estructura cognitiva, posterior a la enseñanza del modelo, apta para integrar parte de la información de llenado; el grupo B1b formado por 39 estudiantes y que indica que existe ausencia en la evolución de su estructura cognitiva. En dicho grupo, B1, se han eliminado 6 estudiantes ya que si no tienen el modelo de enseñanza ( $P1 = I$ ), resulta difícil que respondan de manera correcta al llenado del mismo vaso comunicante ( $L1 = C$ ), por ello esta última respuesta puede deberse a que no la entendieron, respondieron al azar, no la comprendieron, etc.; a este subgrupo se le ha denominado B1x. Los grupos B2 y B3 fueron clasificados de manera análoga al grupo B1. De ahí que existiera un grupo mayoritario, formado por 41 estudiantes (B1b + B2b + B3b, Gráfica 1) que se caracteriza porque no existe evolución en su estructura cognitiva, y un segundo grupo formado por 15 sujetos (B1a + B2a, Gráfica 1) en los que sí se detecta dicha evolución.

Respecto de los datos relativos a la información de llenado (Anexo 4, Gráfico 2) hay un grupo, el La formado por 52 estudiantes que integra correctamente la información de llenado en los tres casos propuestos. Otro Lb (20 sujetos) que lo hace en dos de los tres casos propuestos. Otro Lc (34 sujetos) que lo hace sólo en uno de los tres casos propuestos. Otro Ld (61 sujetos) que no lo hace en ninguno de los tres casos propuestos.

El grupo La se divide en un grupo Laa (36 sujetos) en el que el nivel de estructura cognitiva, alcanzado en el momento de la enseñanza, permitía la integración de la información de llenado, y otro grupo Lab (14 sujetos) en el que se ha producido un avance en el nivel de estructura cognitiva capaz de integrar completamente la información de llenado a pesar de sus carencias en el momento de la enseñanza. Dentro del grupo Lab hay un grupo Laba (6 sujetos) cuyo progreso en el nivel de la estructura cognitiva es pequeño, pues se encontraba iniciando el nivel de transferencia en el momento de la enseñanza. Hay otro grupo Labb (8 sujetos) cuyo progreso en nivel de estructura cognitiva es algo mejor, pues en el momento de la enseñanza éste sólo les permitió asimilar el modelo enseñado, pero sin transferencia alguna.

El grupo Lb (20 sujetos), que integra la información de llenado en dos de los casos propuestos, se divide en un grupo Lba (13 sujetos) en el que integran la información irregular debida al volumen, pero no regular debida a la altura, y otro Lbb (3 sujetos) que mezclan ambas clases de información.

El grupo Lc (34 sujetos), que integra la información de llenado en sólo uno de los tres casos propuestos, se divide en el grupo Lca (2 sujetos) que aprecian la regularidad temporal de la altura, pero no la irregularidad. El grupo Lcb (11 sujetos) que aprecian la irregularidad temporal creciente de la altura, pero no la decreciente ni la regularidad. El grupo Lcc (2 sujetos) que aprecian la irregularidad temporal decreciente de la altura, pero no la creciente ni la regularidad.

El grupo Ld (61 sujetos) se divide en el grupo Lda (22 sujetos) donde la información de llenado se ha integrado negativamente, por lo que se desdican de los aciertos hechos en las predicciones anteriores, y el grupo Ldb (39 sujetos) que conservan su incapacidad completa de predicción a pesar de la información de llenado.

Los estudiantes de los grupos Lax (2 sujetos) y Lbx (4 sujetos) se han eliminado porque no responden a los objetivos de la investigación, es decir son sujetos que responden de manera incorrecta a la pregunta referida al comportamiento de los líquidos en los vasos comunicantes, suministrados por la enseñanza (variable P1) y, en cambio, responden de manera correcta en las pruebas de llenado de los vasos comunicantes (variables L1, L2 y L3).

También han sido eliminados los estudiantes del grupo Lcx (15 sujetos) porque respondieron a la información de llenado (variables L1, L2 y L3) de igual manera que a las preguntas de la prueba de predicción (P1, P2 y P3), es decir son sujetos que no han modificado sus tipos de respuestas a pesar de la información suministrada en las pruebas de llenado, es decir no contribuyen a clarificar el segundo objetivo de la investigación.

## CONCLUSIONES

Los anteriores resultados ponen de manifiesto que:

a) El 21,5% de los alumnos universitarios han alcanzado un nivel de estructura cognitiva superior al necesario, para estructurar la información sobre los líquidos, ya que:

– En las pruebas de predicción, memorizaron el modelo correspondiente al comportamiento de la porción de líquido

en el primer tipo de vaso comunicante (variable  $P1 = C$ ) y transfieren el modelo enseñado al comportamiento de las porciones de líquidos en los otros dos tipos de vasos comunicantes (variables  $P2$  y  $P3 = C$ ).

– Además, en las pruebas de llenado, obtienen la información sobre los líquidos que existe en dichas pruebas y la integran en su modelo sobre el comportamiento de las porciones de líquido puesto que responden correctamente a la información de llenado en los tres casos (Variables L1, L2 y L3 = C).

Estos alumnos han logrado el pleno de sus relaciones entre figura y volumen y, por tanto, representan el máximo nivel o logro alcanzado en las experiencias propuestas para la consecución de los objetivos del trabajo.

b) Un 13,2% de los alumnos ha alcanzado un nivel cognitivo que les permite estructurar la información de los líquidos, pero que aún necesita de práctica y acomodación. Estos alumnos han respondido de manera correcta a todas las pruebas de predicción pero no a todas las de llenado [(P1, P2, P3) = (C, C, C) y (L1, L2, L3) ≠ (C, C, C)] o de manera correcta a la primera prueba de predicción y a una de las otras dos [(P1, P2, P3) = (C, C, I) o (C, I, C)].

c) El 37,8% de los alumnos universitarios presentan un nivel de estructura cognitiva inadecuada para los contenidos, métodos o técnicas de la enseñanza actual de los líquidos. Todos ellos respondieron de manera incorrecta a la primera prueba de predicción [(P1, P2, P3) = (I, I, I) o (I, I, C) o (I, C, I) o (I, C, C)].

d) El 27,5% restante presentan niveles de estructura cognitiva que pueden aprender los modelos que estructuran la información sobre los líquidos, pero que son incapaces de establecer dicha estructura. Estos alumnos son incapaces de transferir el modelo aprendido a los otros tipos de vasos comunicantes [(P1, P2, P3) = (C, I, I)].

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo ha sido financiado por la DGICYT como parte del proyecto SEJ2006-15309 del Programa de Promoción General del Conocimiento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BROCK, W.H. (1998). *Historia de la Química*. Madrid: Alianza.
- DIXON, W.J. et al. (1990). *BMDP Statistics Software Manual*. Berkeley: University of California Press.
- ENOCHS, L.G. y GABEL, D.L. (1984). Preservice elementary teachers' conceptions of volume. *School, Science and Mathematics*, 84(8), pp. 670-680.
- FERNÁNDEZ DURÁN, E., JIMÉNEZ GÓMEZ, E. y SOLANO MARTÍNEZ, I. (2001). Nueva consideración del contenido de la Primera Ley de Newton, en Franco, V., Conde, A. y Márquez, R. (eds.). *XXVIII Reunión Bienal de la Real Sociedad Española de Física y 11º Encuentro Ibérico para la enseñanza de la Física. Resúmenes de las comunicaciones*. Vol. II, pp. 307-308. Sevilla: Real Sociedad Española de Física.
- FERNÁNDEZ DURÁN, E., JIMÉNEZ GÓMEZ, E. y SOLANO MARTÍNEZ, I. (2002). La Primera Ley de la Dinámica, en Elortegui, N. et al. (eds.). *XX Encuentros de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Relación Secundaria-Universidad*, pp. 615-623. La Laguna: Universidad de la Laguna.
- FERNÁNDEZ DURÁN, E., JIMÉNEZ GÓMEZ, E. y SOLANO MARTÍNEZ, I. (2004). Sobre el concepto de movimiento, en Díaz Palacio, P. y otros (eds.). *XXI Encuentros sobre Didáctica de las Ciencias Experimentales. La Didáctica de las Ciencias Experimentales ante las Reformas Educativas y la Convergencia Europea*, pp. 515-520. San Sebastián: Servicio Editorial Universidad del País Vasco.
- GAO, F., LEVINE, S.C. y HUTTENLOCHER, J. (2000). What do infants know about continuous quantity? *Journal of Experimental Child Psychology*, 77(1), pp. 20-29.
- JONES, B.L., LYNCH, P.P. y REESINK, C. (1989). Children's understanding of the notions of solid and liquid in relation to some common substances. *International Journal of Science Education*, 11(4), pp. 417-427.
- KLOPFER, L.E., CHAMPAGNE, A.B. y CHAIKLIN, S.D. (1992). The ubiquitous quantities: explorations that inform the design of instruction on the physical properties of matter. *Science Education*, 76(6), pp. 597-614.
- LI, CH. (2000). Instructions effect and developmental levels: a study on water-level task with chinese children ages 9-17. *Contemporary Educational Psychology*, 25(4), pp. 488-498.
- LIBEN, L.S. (1991). Adults' performance on horizontality tasks: conflicting frames of reference. *Developmental Psychology*, 27(2), pp. 285-294.
- LOHAUS, A., THOMAS, H., KESSLER, T. y GEDIGA, G. (1996). Decomposing water-level responses: field effects as separate influences. *Journal of Experimental Child Psychology*, 63(1), pp. 79-102.
- LYNCH, P.P. (1996). Students' alternative frameworks for the nature of matter: a cross-cultural study of linguistic and cultural interpretations. *International Journal of Science Education*, 18(6), pp. 743-752.
- McAFFEE, E.A. y PROFFITT, D.R. (1991). Understanding the surface orientation of liquids. *Cognitive Psychology*, 23(3), pp. 483-514.
- PIAGET, J. y INHELDER, B. (1982). *El desarrollo de las cantidades en el niño (trad. de G. Sastre)*. Barcelona: Hogar del Libro.
- POTARI, D. y SPILIOTOPOULOU, V. (1996). Children's approaches to the concept of volume. *Science Education*, 80(3), pp. 341-360.
- PULOS, S. (1997). Explicit knowledge of gravity and the water-level task. *Learning and individual differences*, 9(3), pp. 233-247.
- SHOLL, M.J. (1989). The relation between horizontality and rod-and-frame and vestibular navigational performance. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 15(1), pp. 110-125.
- SHOLL, M.J. y LIBEN, L.S. (1995). Illusory tilt and euclidean schemes as factors in performance on the water-level task. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 21(6), pp. 1.624-1.638.
- THOMAS, H., LOHAUS, A. y KESSLER, T. (1999). Stability and change in longitudinal water-level task performance. *Developmental Psychology*, 35(4), pp. 1.024-1.037.
- TRUESDELL, C. (1975). *Ensayos de Historia de la Mecánica*. Madrid: Tecnos.
- VASTA, R., BELONGIA, C. y RIBBLE, C. (1994). Investigating the orientation effect on the water-level task: who? when? and why? *Developmental Psychology*, 30(6), pp. 893-904.

[Artículo recibido en julio de 2005 y aceptado en mayo de 2007]

ANEXO 1

Tabla 1  
 Datos obtenidos en las pruebas de predicción (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> y P<sub>3</sub>) y en las pruebas de llenado (L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub> y L<sub>3</sub>).  
 C indica respuesta correcta. I indica respuesta incorrecta.

PRUEBAS DE PREDICCIÓN	PRUEBAS DE LLENADO	Nº DE SUJETOS	PRUEBAS DE PREDICCIÓN	PRUEBAS DE LLENADO	Nº DE SUJETOS
P <sub>1</sub> P <sub>2</sub> P <sub>3</sub>	L <sub>1</sub> L <sub>2</sub> L <sub>3</sub>		P <sub>1</sub> P <sub>2</sub> P <sub>3</sub>	L <sub>1</sub> L <sub>2</sub> L <sub>3</sub>	
CCC	CCC	36	CII	CCC	8
	CCI	0		CCI	1
	CIC	0		CIC	2
	ICC	7		ICC	0
	CII	0		CII	15
	ICI	0		ICI	0
	IIC	1		IIC	4
	III	1		III	16
CCI	CCC	3	ICI	CCC	0
	CCI	0		CCI	0
	CIC	0		CIC	0
	ICC	0		ICC	0
	CII	0		CII	0
	ICI	0		ICI	0
	IIC	0		IIC	0
	III	2		III	0
CIC	CCC	3	IIC	CCC	1
	CCI	0		CCI	0
	CIC	0		CIC	0
	ICC	3		ICC	0
	CII	0		CII	0
	ICI	0		ICI	1
	IIC	0		IIC	3
	III	2		III	1
ICC	CCC	0	III	CCC	1
	CCI	0		CCI	1
	CIC	0		CIC	2
	ICC	1		ICC	3
	CII	0		CII	2
	ICI	0		ICI	2
	IIC	0		IIC	6
	III	0		III	39

ANEXO 2

SUMMARY STATISTICS FOR 7 CLUSTERS

VARIABLE	BETWEEN SS	DF	WITHIN SS	DF	F-RATIO	PROB
P1	39.234	6	0.000	160	-	-
P2	35.425	6	0.000	160	-	-
P3	38.443	6	0.000	160	-	-

CLUSTER NUMBER: 1

MEMBERS		STATISTICS				
CASE	DISTANCE	VARIABLE	MINIMUM	MEAN	MAXIMUM	ST.DEV.
8	0.00	P1	2.00	2.00	2.00	0.00
16	0.00	P2	2.00	2.00	2.00	0.00
18	0.00	P3	2.00	2.00	2.00	0.00
21	0.00			37	0.00	
25	0.00			38	0.00	
26	0.00			39	0.00	
30	0.00			43	0.00	
33	0.00			49	0.00	
35	0.00			55	0.00	
57	0.00			121	0.00	
59	0.00			122	0.00	
61	0.00			125	0.00	
63	0.00			127	0.00	
64	0.00			132	0.00	
66	0.00			133	0.00	
71	0.00			136	0.00	
72	0.00			138	0.00	
75	0.00			139	0.00	
78	0.00			140	0.00	
80	0.00			146	0.00	
81	0.00			153	0.00	
83	0.00			155	0.00	
85	0.00			158	0.00	
99	0.00			160	0.00	
CASE	DISTANCE			164	0.00	
100	0.00			165	0.00	
107	0.00			166	0.00	
110	0.00			169	0.00	
113	0.00			170	0.00	
118	0.00			179	0.00	

CLUSTER NUMBER: 2

MEMBERS		STATISTICS					
CASE	DISTANCE	VARIABLE	MINIMUM	MEAN	MAXIMUM	ST.DEV.	
2	0.00	P1	1.00	1.00	1.00	0.00	
6	0.00	P2	1.00	1.00	1.00	0.00	
10	0.00	P3	1.00	1.00	1.00	0.00	
20				91	0.00		
27	0.00			93	0.00		
28	0.00						
29	0.00			CASE	DISTANCE		
34	0.00			94	0.00		
36	0.00			96	0.00		
42	0.00			98	0.00		
44	0.00			101	0.00		
45	0.00			102	0.00		
51	0.00			103	0.00		
54	0.00			105	0.00		
67	0.00			106	0.00		
68	0.00			111	0.00		
73	0.00			124	0.00		
74	0.00			128	0.00		
82	0.00			130	0.00		
86	0.00			137	0.00		
87	0.00			142	0.00		
89	0.00			143	0.00		
149	0.00			172	0.00		
162	0.00			176	0.00		
163	0.00			178	0.00		

CLUSTER NUMBER: 3

MEMBERS		STATISTICS					
CASE	DISTANCE	VARIABLE	MINIMUM	MEAN	MAXIMUM	ST.DEV.	
84	0.00	P1	2.00	2.00	2.00	0.00	
120	0.00	P2	2.00	2.00	2.00	0.00	
126	0.00	P3	1.00	1.00	1.00	0.00	
129	0.00						
145	0.00						
174	0.00						

CLUSTER NUMBER: 4

MEMBERS		STATISTICS					
CASE	DISTANCE	VARIABLE	MINIMUM	MEAN	MAXIMUM	ST.DEV.	
131	0.00	P1	2.00	2.00	2.00	0.00	
		P2	1.00	1.00	1.00	0.00	
		P3	1.00	1.00	1.00	0.00	

CLUSTER NUMBER: 5

MEMBERS		STATISTICS					
CASE	DISTANCE	VARIABLE	MINIMUM	MEAN	MAXIMUM	ST.DEV.	
14	0.00	P1	1.00	1.00	1.00	0.00	
56	0.00	P2	1.00	1.00	1.00	0.00	
76	0.00	P3	2.00	2.00	2.00	0.00	
147	0.00						
171	0.00						
174	0.00						

CLUSTER NUMBER: 6

MEMBERS

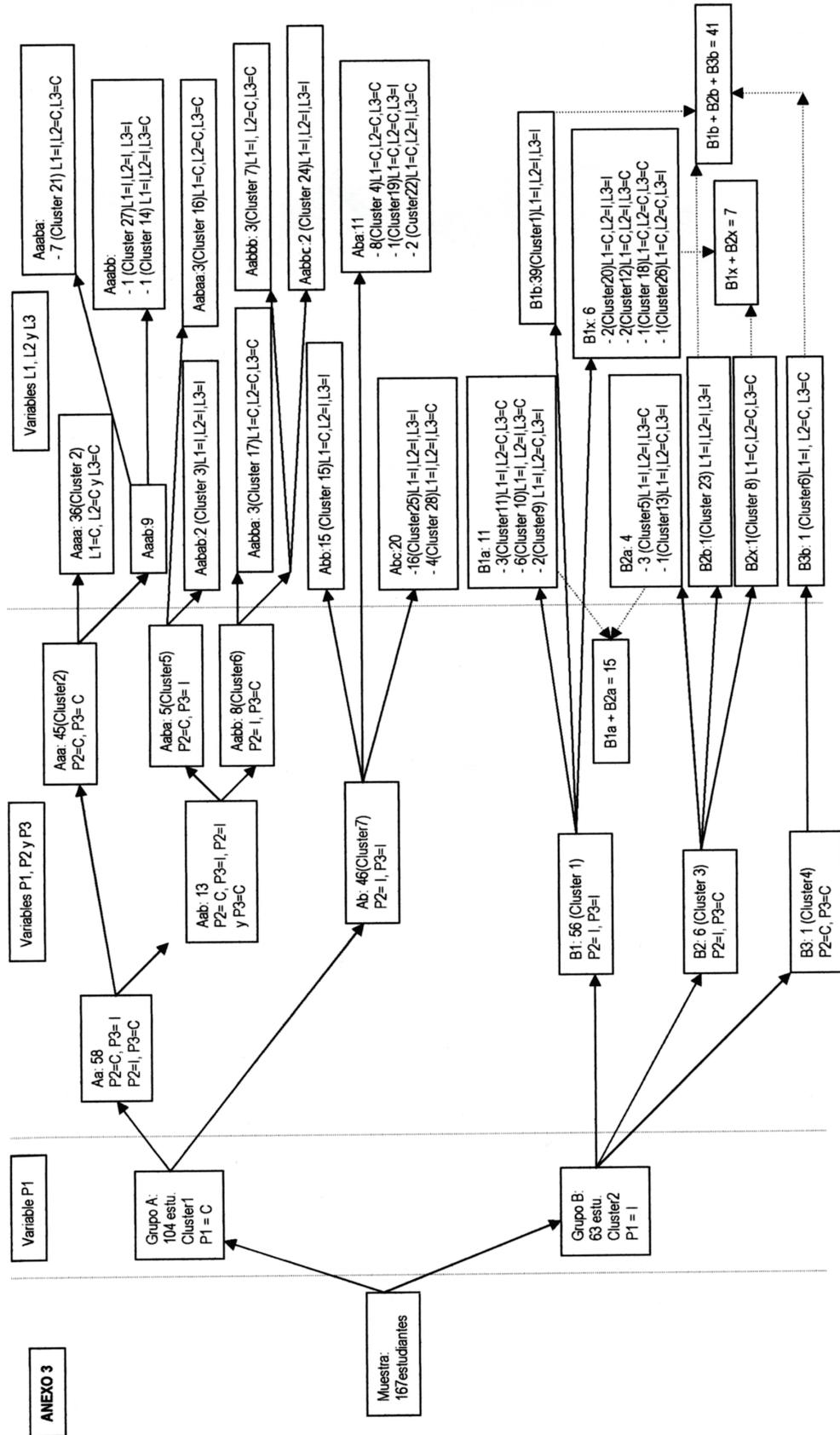
CASE	DISTANCE	VARIABLE	MINIMUM	MEAN	MAXIMUM	ST.DEV.
3	0.00	P1	1.00	1.00	1.00	0.00
47	0.00	P2	2.00	2.00	2.00	0.00
60	0.00	P3	1.00	1.00	1.00	0.00
69	0.00					
70	0.00					
150	0.00					
151	0.00					
152	0.00					

CLUSTER NUMBER: 7

MEMBERS

CASE	DISTANCE	VARIABLE	MINIMUM	MEAN	MAXIMUM	ST.DEV.
1	0.00	P1	1.00	1.00	1.00	0.00
4	0.00	P2	2.00	2.00	2.00	0.00
5	0.00	P3	2.00	2.00	2.00	0.00
7	0.00			CASE	DISTANCE	
9	0.00			77	0.00	
11	0.00			79	0.00	
12	0.00			90	0.00	
13	0.00			92	0.00	
15	0.00			97	0.00	
17	0.00			104	0.00	
19	0.00			109	0.00	
22	0.00			115	0.00	
23	0.00			117	0.00	
24	0.00			119	0.00	
31	0.00			134	0.00	
32	0.00			141	0.00	
40	0.00			148	0.00	
41	0.00			156	0.00	
46	0.00			157	0.00	
48	0.00			159	0.00	
50	0.00			161	0.00	
52	0.00			167	0.00	
53	0.00			168	0.00	
58	0.00			175	0.00	
65	0.00			177	0.00	

Gráfico 1  
Distribución de los estudiantes sobre la base de las respuestas dadas a las preguntas realizadas primero sobre las pruebas de predicción y después de llenado.



ANEXO 4

Gráfico 2

Distribución de los estudiantes sobre la base de las respuestas dadas a las preguntas realizadas primero en las pruebas de llenado y después de predicción.

