

¿COMPRENEN LOS ESTUDIANTES LAS GRÁFICAS CARTESIANAS USADAS EN LOS TEXTOS DE CIENCIAS?

GARCÍA GARCÍA, JOSÉ JOAQUÍN¹ y PERALES PALACIOS, FRANCISCO JAVIER²

¹Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes. Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Medellín. Colombia.

²Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada.

granajoa@ugr.es

fperales@ugr.es

Resumen. Este artículo presenta los resultados de una investigación acerca del desempeño de los estudiantes de bachillerato y de licenciatura en química, en nueve tareas de interpretación de gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto de química usados en el bachillerato. El estudio muestra que los participantes en el estudio no tienen dificultad para llevar a cabo las tareas de identificación de variables, lectura de datos y clasificación de la relación entre las variables. Sin embargo, los participantes presentan dificultad en tareas como la identificación de la relación entre las variables, el reconocimiento de los términos incluidos en la gráfica o la elaboración de conclusiones, explicaciones y predicciones a partir de la información gráfica. Así mismo, el estudio muestra que el aumento de complejidad de las tareas y algunas características de las gráficas (v.g. las líneas curvas o su uso instrumental en trabajos prácticos) hacen más difícil la ejecución de las tareas para los participantes en el estudio.

Palabras clave. Representaciones, gráficas cartesianas, comprensión, textos, didáctica de las ciencias.

Do students understand the Cartesian graphs used in science textbooks?

Summary. This paper presents the findings of a research study on high school and B.Sc (Chemistry) students' performance in nine interpreting tasks of Cartesian graphs in high school Chemistry books. The study shows that participants did not find it difficult to perform tasks involving identification of variables, data reading, and classification of relationships between variables. Nonetheless, participants encountered greater difficulty while carrying out tasks such as identification of variable relationships, recognition of terms in the graph, and elaboration of conclusions, explanations and predictions from graphical information. In addition, the study also found that increased task complexity and some characteristics of the graphs (e.g. curved lines or their instrumental use in practical assignments), made the execution of tasks more difficult to participants.

Keywords. Representations, Cartesian graphs, understanding, textbooks, Sciences Didactic.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje hoy en día es concebido como un fenómeno «situado» que se genera a partir de la interacción de un gran número de factores entre los que se cuentan las relaciones sociales y de comunicación existentes en el aula entre el profesor y sus alumnos, la interacción que pueden establecer los estudiantes con el medio sociocultural y natural que les rodea y el tipo de recursos materiales, simbólicos y tecnológicos a los cuales el estudiante pueda tener acceso (Brown, Collins y Duguid, 1989; Greeno, 1998; Resnick, 1988). Este trabajo se

interesa en particular por las representaciones externas utilizadas por las ciencias para comunicar sus contenidos. Estas representaciones forman parte de los recursos simbólicos utilizados por los estudiantes y por ello sus características, estructura, organización e interrelaciones pueden influir en su aprendizaje. Aunque en las ciencias se utilizan muchos tipos de representaciones externas, en este artículo nos interesan las representaciones gráficas cartesianas y en concreto las usadas en el campo de la química.

La importancia de las representaciones gráficas, como formas de comunicación científica y como herramientas didácticas útiles para el aprendizaje especialmente en el campo de las ciencias experimentales, ha sido reconocida por varios autores (Bengtsson, 1999; Papert, 1993). A pesar de ello, muchos investigadores han encontrado que la comprensión que tienen de ellas, tanto los estudiantes como los graduados en ciencias, no es la más adecuada (Goldman, 2003; Kozma, 2003; Lewalter, 2003; Swatton y Taylor, 1994; Schnotz, 1993; Leinhardt, Zalavsky y Stein, 1990). Estas dificultades contrastan con el uso generalizado que se le da a las gráficas cartesianas en los libros de texto y en las aulas (Bowen, Roth y McGinn, 1999).

Las causas de estas dificultades han sido explicadas apelando a factores como la carencia de habilidades de representación de los estudiantes que les permitan llevar a cabo con suficiencia la construcción e interpretación de representaciones gráficas (Berg y Smith, 1994), la poca participación de los mismos en este tipo de actividades (Ainley, Nadi y Pratt, 2000) y la dificultad que conlleva tener que convertir las gráficas cartesianas en otras representaciones cuando son interpretadas (Duval, 1988, 1999). Otro factor que puede explicar las dificultades de los estudiantes para interpretar las gráficas cartesianas está constituido por las características inadecuadas que presentan estas gráficas cuando son incluidas en los libros de texto. Al parecer muchas de ellas carecen de datos, escalas, unidades, título y denominaciones claras en sus ejes, no adjuntan información suficiente para comprenderlas (Kolata, 1984; Campanario, 2001; García y Cervantes, 2004) y se presentan aisladas tanto del fenómeno que describen como de las prácticas de quienes las usan (Bowen, Roth y McGinn, 1999).

Sobre el proceso de interpretación de las representaciones gráficas cartesianas, Postigo y Pozo (2000) proponen que éste se lleve a cabo en diferentes niveles de procesamiento de la información: explícito, implícito y conceptual. El primer nivel es el explícito y comprende la identificación de los elementos presentados en la gráfica; elementos que, además de poder ser identificados o leídos de forma directa o indirecta desde la misma, no requieren de establecer relaciones entre las variables o el conocimiento de significados que están fuera de los que se relacionan en general con una gráfica cartesiana. Entre estos elementos se encuentran las variables y sus valores, diferentes puntos, tanto los representados en las líneas como los pertenecientes a ellas pero que no están representados directamente (que pueden ser hallados por extrapolación e interpolación), así como el contexto y el sistema al cual se refiere la gráfica.

El segundo nivel es el implícito y en él se determinan cuáles son las relaciones entre las variables usando el razonamiento proporcional, y además, se reconocen las convenciones, los símbolos, leyendas y los conceptos que se incluyen en la gráfica o están en su contexto. La determinación de las relaciones entre las variables puede consistir en la identificación de esta relación o en la clasificación de la misma. Así mismo, el reconocimiento de los diferentes términos que se encuentran en la gráfica se considera dentro del nivel de procesamiento de información implícita porque requiere de poner estos términos en relación con conocimientos que se supone ya tiene el

estudiante. Igualmente, la identificación de la relación y su clasificación son consideradas como parte del nivel implícito ya que pertenecen a los prerrequisitos matemáticos que se supone debe manejar el estudiante y sin los cuales no es posible interpretar adecuadamente la gráfica.

El tercer nivel es el de procesamiento de la información conceptual; en él se elaboran conclusiones, explicaciones y predicciones a partir de un análisis global de la gráfica cartesiana. Este nivel implica, en primer lugar, poner en relación la información proporcionada por la gráfica con el contexto y con el sistema al que se refiere, con el objeto de hacer generalizaciones, y en segundo lugar, relacionar esta información con situaciones y sistemas diversos; es decir, su transferencia para explicar y predecir el comportamiento de dichos sistemas y situaciones. Es importante aclarar que, para estos autores, estos niveles de procesamiento de la información gráfica, si bien están caracterizados, no se presentan aislados y, por el contrario, forman un campo continuo.

Los hallazgos sobre las deficiencias que presentan las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto, y sobre las dificultades que tienen los estudiantes al interpretarlas, motivan la realización de este trabajo. El mismo tiene como objetivo determinar cómo los estudiantes de bachillerato y universidad llevan a cabo nueve operaciones de procesamiento de la información propias de los tres niveles de procesamiento de la información propuestos por Postigo y Pozo (2000), a través de la ejecución de diferentes tareas indicadoras, cuando interpretan representaciones gráficas cartesianas referidas a la química e incluidas en los libros de texto de bachillerato.

Además, este trabajo pretende relacionar algunas características generales y particulares de las gráficas cartesianas como su uso y la cantidad y el tipo de información que incluyen, el número y la forma de sus líneas etc., con el desempeño que presentan los estudiantes cuando realizan estas operaciones de procesamiento de la información gráfica.

METODOLOGÍA

Variables

Se estudiaron tres grupos de variables, referidas a la comprensión de las representaciones gráficas desde el punto de vista de las operaciones del procesamiento de la información. Estas variables se hacen operativas utilizando los tres niveles de procesamiento de la información planteados por Postigo y Pozo (2000), entendiéndolos como niveles de comprensión.

Así, se tuvieron en cuenta tres operaciones de procesamiento de la información como variables en cada uno de los tres niveles de comprensión gráfica: explícito, implícito y conceptual (Tabla 1). Cada variable se evaluó teniendo en cuenta la ejecución del estudiante de una tarea indicadora. Las respuestas se clasificaron como correctas, incorrectas y en blanco.

Tabla 1
Variables estudiadas sobre la comprensión de las gráficas cartesianas.

Nivel de comprensión de la información	Variable (operación)	Estructura de las tareas indicadoras
<p><i>Explícito</i> (Con información mostrada de forma directa o indirecta)</p>	<p><i>Identificación de variables (Iv)</i> Determinar el nombre de las variables y clasificarlas como dependientes o independientes.</p>	<p>– Identificar y clasificar adecuadamente cada una de las variables: implica la ejecución simultánea de estas dos tareas indicadoras.</p>
	<p><i>Lectura de datos (Ed)</i> Leer los valores de las variables relacionadas en la gráfica.</p>	<p>– Extrapolar el valor que pueden tomar las variables en puntos no representados en la línea gráfica pero pertenecientes a la misma (pruebas 1 a 5). – Comparar el valor tomado por las variables en dos puntos diferentes que pueden pertenecer a dos curvas o a una misma línea gráfica (pruebas 6 y 7). – Identificar un punto en la línea gráfica para el cual se cumplen determinadas condiciones (pruebas 8 y 9).</p>
	<p><i>Asignación de título (At)</i> Determinar cuál puede ser el título de la gráfica.</p>	<p>– Formular un título para la gráfica en el que se incluyan las variables, el sistema o fenómeno referido y/o el contexto en el cual se relacionan; o como mínimo dos de estos aspectos.</p>
<p><i>Implícito</i> (Requiere del establecimiento de relaciones entre variables y del pensamiento proporcional)</p>	<p><i>Identificación de la relación (Ir)</i> Expresar el tipo de relación existente entre las variables.</p>	<p>– Determinar cuál es la expresión algebraica más adecuada para describir la relación expuesta por la gráfica cartesiana (pruebas 1 a 5). – Determinar cómo varía una variable en relación con la otra (pruebas 6 y 7). – Formular una consecuencia directa del comportamiento observado en las variables, ya sea en la totalidad o en un segmento de la línea gráfica (pruebas 8 y 9).</p>
	<p><i>Clasificación de la relación (Cr)</i> Identificar patrones y tendencias en la gráfica.</p>	<p>– Determinar el tipo de proporcionalidad que se presenta entre las variables relacionadas en el caso de relaciones proporcionales (pruebas 1 a 7). – Establecer cuál será su comportamiento de acuerdo con lo descrito en la gráfica en el caso de relaciones no proporcionales (pruebas 8 y 9).</p>
	<p><i>Reconocimiento de términos (Rt)</i> Reconocer los distintos tipos de términos usados en el interior de las gráficas cartesianas.</p>	<p>– Manejar, decodificar y/o definir las convenciones, términos, leyendas o símbolos que acompañan la gráfica.</p>
<p><i>Conceptual</i> (Requiere de la generalización y de la transferencia de las relaciones encontradas)</p>	<p><i>Elaboración de síntesis conceptuales (Sc)</i> Construir conclusiones a partir de la información aportada por la gráfica.</p>	<p>– Elaborar conclusiones pertinentes y con un buen nivel de generalización. Para ello se puede requerir sólo de las variables y el fenómeno referidos en la gráfica (pruebas 1 a 5), o de otros conceptos diferentes a las variables (pruebas 6, 7, 8 y 9).</p>
	<p><i>Elaboración de explicaciones (Ee)</i> Explicar fenómenos a partir de la información aportada por la gráfica.</p>	<p>– Formular explicaciones que claramente relacionen el fenómeno a explicar con los patrones de comportamiento de las variables expuestos en la gráfica.</p>
	<p><i>Elaboración de predicciones (Ep)</i> Predecir el comportamiento de las variables en fenómenos relacionados con la gráfica.</p>	<p>– Determinar el valor de una de las variables a partir de la aplicación de una expresión algebraica (pruebas 1 a 3). – Estimar el valor de las mismas (pruebas 4 y 5). – Comparar los valores estimados de parámetros relacionados con los valores de las variables (pruebas 6 y 7). – Predecir el comportamiento de un sistema relacionado a través del uso de la analogía global basada en la gráfica base (pruebas 8 y 9). Su ejecución es correcta cuando la predicción realizada está soportada por algún procedimiento operativo de tipo matemático o por una justificación adecuada.</p>

Instrumentos para la recolección de la información

Para llevar a cabo el estudio se diseñaron nueve pruebas en las que para su análisis se proponía una representación gráfica extraída de un libro de texto de física y química usado en el bachillerato.

Las primeras tres pruebas para su análisis proponían tres gráficas referidas al mismo tema pero con diferentes usos didácticos, según si la gráfica es utilizada en el libro de texto para exponer una temática (expositiva), para proponer un problema (problemática) o como instrumento dentro de una práctica propuesta en el libro de texto (instrumental).

Las pruebas 4 y 5 proponían gráficas referidas al mismo tema pero con un uso científico diferente, según si la gráfica es un modelo general deductivo (teórica) o si corresponde a la descripción del comportamiento de un grupo de datos (experimental). Es importante aclarar que las gráficas ofrecidas en las tres primeras pruebas presentan como característica secundaria un uso científico experimental, ya que aportan grupos de datos adjuntos a la gráfica. Además, las gráficas incluidas en las pruebas 4 y 5 presentan como característica secundaria un uso didáctico expositivo.

Las pruebas 6 y 7 incluían gráficas referidas al mismo tema pero que presentaban diferentes volúmenes de información en su interior. Así mismo, las pruebas 8 y 9

incluían gráficas cartesianas referidas también al mismo tema pero que contenían diferentes volúmenes de información en su exterior.

Es necesario anotar que las gráficas propuestas en este último grupo de cuatro pruebas presentan un uso didáctico expositivo y un uso científico teórico (no adjuntan grupos de datos). Las características particulares de las gráficas propuestas en las pruebas se muestran en la tabla 2. La elección de los temas a los cuales hacen referencia las gráficas cartesianas propuestas obedece a que en los libros de texto de ciencias éstos con frecuencia son tratados utilizando gráficas cartesianas.

Para la tipificación de las pruebas, éstas fueron revisadas por dos especialistas en Didáctica de las Ciencias. Además, se realizó un estudio piloto en el que éstas se aplicaron a 52 estudiantes del tercer curso de la Diplomatura de Maestro en Educación Primaria de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada, matriculados en el curso Didáctica de las Ciencias Experimentales. Es importante anotar que este grupo ya había tomado la asignatura de Ciencias Naturales y su Didáctica (troncal anual y obligatoria con nueve créditos), dentro de la cual se estudian los temas básicos de la química a los que se refieren las gráficas propuestas en las pruebas. Además, como análisis de fiabilidad se determinó el índice de Crombach para todas las pruebas y se modificaron aquellas preguntas cuyos resultados aislados presentaban muy poca correlación estadística con el resultado total de la prueba (Tabla 3).

Tabla 2
Grupo de pruebas aplicadas relativas a la comprensión de las representaciones gráficas cartesianas.

Grupo de pruebas	Prueba	Característica central	Característica secundaria	Tema	Características particulares
De acuerdo con el uso didáctico de la gráfica	1	Uso didáctico expositivo	- Uso científico experimental - Alto volumen de información externa - Bajo volumen de información interna	Ley de Boyle - Mariotte	Dos gráficas complementarias (líneas recta y curva, respectivamente)
	2	Uso didáctico problemático			Una gráfica con dos líneas rectas
	3	Uso didáctico instrumental			Una gráfica con una única línea curva
De acuerdo con el uso científico de la gráfica	4	Uso científico teórico	- Uso didáctico expositivo - Alto volumen de información externa - Bajo volumen de información interna	Ley de Charles	Una gráfica con una única línea recta que ocupa dos cuadrantes
	5	Uso científico experimental			Una gráfica con una única línea recta que pasa por el origen y ocupa sólo un cuadrante
De acuerdo con el volumen de información en el interior de la gráfica	6	Alto volumen de información interna	- Uso didáctico expositivo - Uso científico teórico - Bajo volumen de información externa	Leyes coligativas de las soluciones	Una gráfica con dos líneas curvas paralelas
	7	Bajo volumen de información interna			Dos gráficas complementarias con dos líneas curvas en cada una
De acuerdo con el volumen de información en el exterior de la gráfica	8	Alto volumen de información externa	- Uso didáctico expositivo - Uso científico teórico - Bajo volumen de información interna	Equilibrio químico	Una gráfica con tres líneas curvas no paralelas
	9	Bajo volumen de información externa			Una gráfica con dos líneas curvas no paralelas

Tabla 3
Examen de fiabilidad para las nueve pruebas.

Pruebas	Cuestiones	Casos	Alfa Crombach Pruebas preliminares	Alfa Crombach Pruebas rediseñadas
(1)	9	18	0,5716	0,7361
(2)	9	17	0,6927	0,8002
(3)	9	17	0,5444	0,7961
(4)	9	26	0,5961	0,8023
(5)	9	26	0,6344	0,8264
(6)	9	26	0,7384	0,8489
(7)	9	26	0,5213	0,7607
(8)	9	26	0,7348	0,7348
(9)	9	26	0,6866	0,8623

De esta forma, tanto las sugerencias realizadas por los profesores, las dudas, incomprensiones y dificultades presentadas por los estudiantes durante la ejecución de la prueba, así como las expresadas en el interior de los cuestionarios, y los resultados de la prueba de Crombach, generaron la realización de una serie de modificaciones sobre las preguntas realizadas en las diferentes pruebas, que sirvieron para enriquecerlas y precisarlas.

Así, de manera general se incluyó la respuesta «no sé» como opción de respuesta, para evitar los efectos del azar. Igualmente, en todas las pruebas, la letra que identificaba cada pregunta fue cambiada por un número y las opciones de respuesta que antes estaban identificadas con números fueron cambiadas por letras.

Por otra parte, en las pruebas 1, 2 y 3 se incluyó en la pregunta (1) el número con el cual se identificaban las gráficas propuestas dentro del texto (10.12 y 10.13) y se añadió a la pregunta (8) la frase «e ir vestidos con traje de escafandra presurizada». Además en la prueba 3 se cambió la cifra $10 \times 10^{-3} \text{ l}$, por $15 \times 10^{-3} \text{ l}$. Así mismo, se adicionó la expresión «en la gráfica» al inicio de la pregunta planteada en el punto 2 de las pruebas 4, 5 y 6. Igualmente, se cambió la palabra «atribuyes» por la expresión «crees que tienen» en la pregunta 7 de las pruebas 6 y 7. En la prueba 7, en las preguntas planteadas en los puntos 1, 2, 4, 5 y 9, a la frase «en la gráfica» se añadió la expresión «que aparece en primer lugar de izquierda a derecha». En la misma prueba 7, en las preguntas planteadas en los puntos 3 y 8, a la frase «en la gráfica que aparece en segundo lugar» se añadió la expresión de «izquierda a derecha». En las pruebas 8 y 9, en la pregunta planteada en el punto 7 se cambió la expresión «el tipo de reacciones representadas por ella» por la expresión «la clase de reacciones a la que pertenece esta reacción». Por último en la prueba 9 se cambió la palabra «identifica» por «señala» al inicio de la pregunta 2; en la pregunta 9 se añadió, a la frase «de acuerdo con la información aportada por la gráfica», la expresión «resuelve el siguiente problema» (Anexos 1 a 9).

Cada prueba proponía a los estudiantes una representación gráfica para su análisis y presentaba nueve cuestiones. Cada cuestión proponía una tarea que para ser realizada requería de la ejecución de una única operación de tratamiento de la información gráfica. Las cuestiones 1 a 3 proponían tareas que requerían de las operaciones propias del nivel de comprensión explícita, las cuestiones 4 a 6 proponían tareas en las que se ejecutaban las operaciones del nivel de comprensión implícita y las cuestiones 7 a 9 planteaban tareas en las que se llevaban a cabo las operaciones contempladas en el nivel conceptual.

Muestra

Las pruebas rediseñadas se aplicaron a dos grupos de estudiantes. El primero estaba compuesto por 68 estudiantes de segundo curso pertenecientes a la licenciatura en química de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada en España, que presentaban un promedio de edad de 20 años. El segundo grupo estaba constituido por 170 estudiantes de grado 11 (segundo de bachillerato) del colegio Champagnat de los Hermanos Maristas en la ciudad de Bogotá (Colombia), con un promedio de edad de 17 años. Estos dos grupos fueron seleccionados teniendo en cuenta que los temas sobre los que trataban las gráficas cartesianas propuestas en las pruebas eran propios de la química general y esta asignatura ya había sido estudiada por los alumnos de ambos grupos durante el curso anterior. Además, esta selección se realizó con el objetivo de trabajar con una muestra representativa de la población de estudiantes que en los diferentes ciclos de formación deben estudiar la química general.

Las pruebas fueron aplicadas durante sesiones de aula. La participación en la aplicación de las mismas fue de carácter voluntario y para su diligenciamiento se estableció un tiempo máximo de dos horas. Cada alumno contestó cuatro pruebas de acuerdo con los cuatro grupos establecidos para ellas. Las pruebas fueron distribuidas al azar y por ende la característica central de las gráficas propuestas en cada una de ellas.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Sobre las variables del nivel de comprensión explícita

Sobre la identificación y clasificación de variables:

Los resultados obtenidos muestran que en los dos grupos no existen grandes dificultades para identificar correctamente las variables y que éstas son menores para el grupo de licenciatura en química (Gráfico 1).

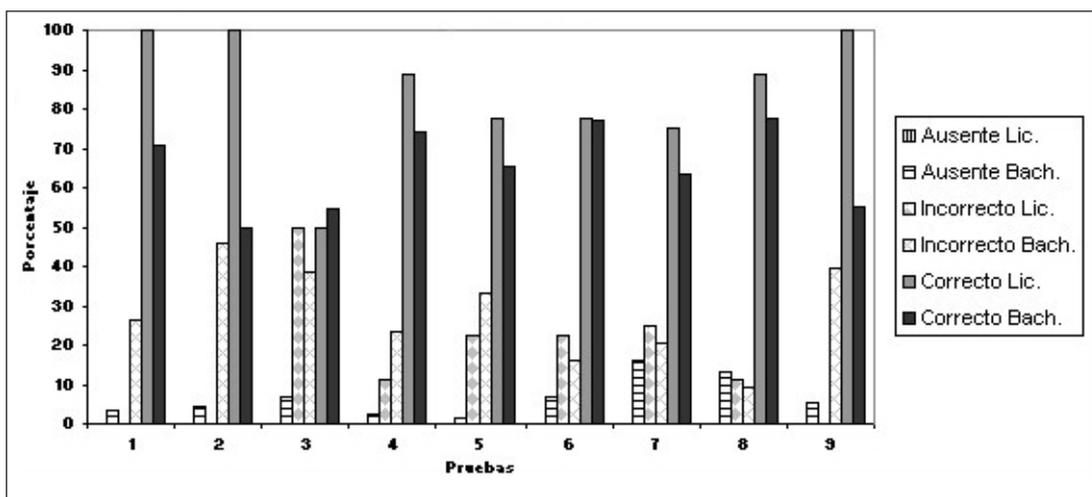
Igualmente estos resultados muestran que, al parecer, para ambos grupos el uso didáctico instrumental de la gráfica (prueba 3), la forma curva de la línea en la gráfica instrumental, así como su uso científico experimental (prueba 5), parecen dificultar la ejecución de la tarea. Aunque, por otra parte, el uso didáctico problemático sólo ofrece dificultades para la ejecución de la tarea indicadora a los estudiantes de bachillerato (prueba 2). Por otro lado, mientras que para ambos grupos, el menor volumen de información del gráfico (prueba 7) puede dificultar la identificación de las variables, el mayor volumen de información en el exterior del gráfico facilita la tarea al grupo de bachillerato y la dificulta al de licenciatura (pruebas 8 y 9).

Por el contrario, también se puede observar cómo el uso didáctico expositivo (pruebas 1, 4, 5, 6, 7, 8 y 9), la inclusión de la expresión «en función de» en la información adjunta a la gráfica y la presentación de dos gráficas complementarias (prueba 1) parecen facilitar la ejecución de la tarea a los dos grupos.

Es importante señalar que las dificultades que presentan los estudiantes para identificar las variables cuando analizan gráficas de uso didáctico instrumental, o de uso científico experimental, pueden estar asociadas a varias causas. En primer lugar, podrían deberse al poco uso que hacen los estudiantes de bachillerato en su trabajo académico diario de gráficas de uso instrumental o experimental, así como a la baja frecuencia con que éstas se presentan en los libros de texto (García y Cervantes, 2004). Es decir, a las pocas oportunidades que tienen para relacionar el concepto de *variable* con las gráficas y con dominios específicos. En segundo lugar, podrían estar asociadas a una concepción de variable, que la define de forma estática, relacionada con símbolos y expresiones algebraicas, o sólo con las gráficas, más que con un dominio específico o con un contexto experimental (Janvier, 1981; Wagner, 1981; Kucheman, 1984).

Por otra parte, el hecho de que la información externa sea un factor que afecte de forma diferente a la ejecución que hacen los dos grupos de la tarea puede ser interpretada de dos formas. En primer lugar, puede pensarse que esta información es irrelevante para el grupo de licenciatura que ya la conoce y por ello no la utiliza activamente en la ejecución de la tarea. En segundo lugar, podría inferirse que, por su mayor capacidad de abstracción, los estudiantes de licenciatura se desempeñan mejor identificando las variables desde gráficas con poca información externa y por ende con poca información interna y altos grados de generalización. Por último, el hecho de que los estudiantes presenten aún dificultades para clasificar las variables en dependiente e independiente (resultados incorrectos) podría reflejar la poca importancia que se le asigna en los currículos de ciencias y matemáticas a la noción de variable y al procedimiento de clasificación de las mismas (Janvier, 1983).

Gráfico 1
Distribución porcentual de dos grupos de estudiantes (licenciatura en química y bachillerato) según cómo identifican las variables en nueve gráficas cartesianas.



Sobre la lectura de datos (extrapolación, interpolación, ubicación, comparación):

Ambos grupos presentan dificultades para leer los datos incluidos en las gráficas, aunque éstas son mayores en el de **bachillerato** (Gráfico 2).

Los resultados muestran que algunas características de las gráficas podrían dificultar la operación de lectura de datos. Estas características son las siguientes: más de una línea gráfica, que esta línea no pase por el origen, varios puntos a localizar, puntos no implícitos en la gráfica y pertenecientes a rectas diferentes (prueba 2), líneas gráficas curvas, usos didácticos problemático e instrumental (pruebas 2 y 3), así como un bajo volumen de información en el interior de la gráfica (pruebas 6 y 7) (más al grupo de licenciatura).

Por el contrario otras características al parecer facilitarían la realización de la tarea de lectura de datos. Dichas características son las siguientes: líneas rectas (pruebas 1, 4 y 5), tablas de datos adjuntas a la gráfica (prueba 5 en el grupo de bachillerato), uso didáctico expositivo (pruebas 1, 4, 5, 6, 7, 8 y 9) y un bajo volumen de información externa de la gráfica (pruebas 8 y 9 para el grupo de bachillerato).

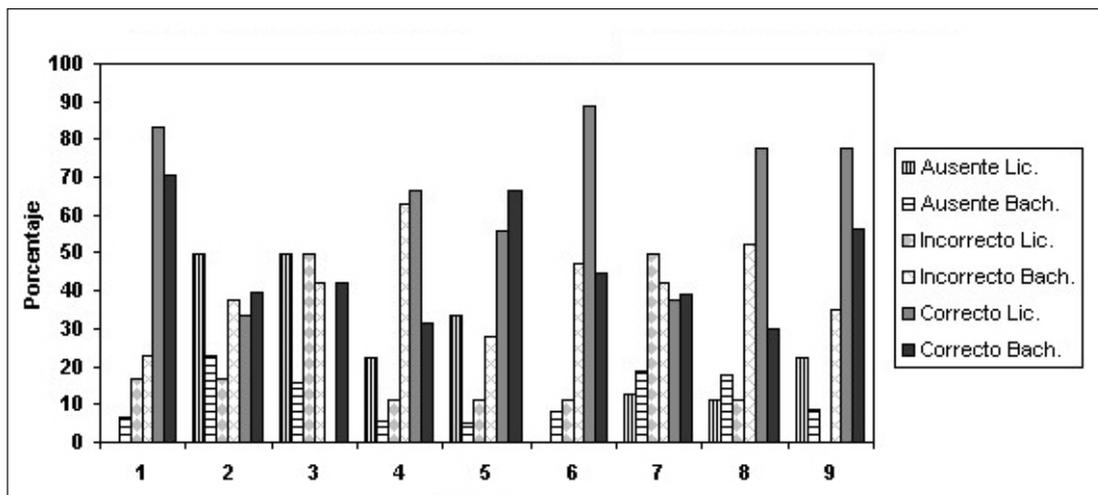
Las dificultades ofrecidas por las gráficas cartesianas que presentan más de una línea que no pasa por el origen y en las que se pide extrapolar más de un punto (prueba 2) pueden ser ocasionadas por la mayor complejidad de este tipo de tarea y gráfica y por la poca familiaridad que presentan los estudiantes con gráficas que tienen estas características. Las dificultades presentadas por los estudiantes para llevar a cabo la tarea de la extrapolación de datos a partir de una gráfica de uso didáctico instru-

mental (prueba 3) pueden ser debidas a la tendencia que tienen los estudiantes a centrar su atención sólo en los puntos marcados por la gráfica (Janvier, 1988), que se reforzaría por un efecto de fijación del contexto en el caso de este tipo de gráficas. Estos dos factores podrían hacer que los estudiantes no pudiesen ir más allá de los datos proporcionados por la gráfica. En tercer lugar, es importante decir que, al ser la tarea de lectura de datos una tarea de interpretación cualitativa y global, el aporte de información en el interior del gráfico enriquecería con elementos interpretativos la gráfica y facilitaría la tarea, lo que explicaría el efecto negativo de menor volumen de la información interna en el gráfico sobre la ejecución de dicha tarea (pruebas 6 y 7).

Por otra parte, el hecho de que el uso de datos adjuntos facilite la lectura de datos al grupo de bachillerato puede obedecer a que este grupo es capaz de usar dichos datos como herramientas concretas para llevar a cabo la extrapolación y como apoyo empírico para comprender el comportamiento de las variables. Esto es debido al pensamiento más concreto de los estudiantes pertenecientes a este grupo. Igualmente, la mayor facilidad para realizar la tarea al analizar gráficas de uso didáctico expositivo puede deberse a que este tipo de gráficas son las más usadas en los libros de texto (García y Cervantes, 2004).

Así mismo, la mayor facilidad para realizar la tarea a partir de gráficas que presentan líneas rectas (pruebas 1, 4 y 5) puede ser explicada por la tendencia a percibir todas las líneas gráficas como rectas (Leinhardt, Zalavsky y Stein, 1990), ya que esta tarea requiere de procesos de búsqueda y de localización de información específica que en sus estados iniciales son facilitados por la percepción (Badley, 1990).

Gráfico 2
Distribución porcentual de dos grupos de estudiantes (licenciatura en química y bachillerato) según cómo leen los datos en nueve gráficas cartesianas.



En tercer lugar, el hecho de que para los estudiantes de bachillerato sea más fácil leer los datos presentados en una gráfica con poca información externa (pruebas 8 y 9) puede deberse a que la mayor simplicidad y naturaleza esquemática de este tipo de gráficas les facilita poner en relación la información externa e interna presentada en ellas.

Es importante decir que los resultados obtenidos por los dos grupos coinciden con los reportados en otras investigaciones (Swaton y Taylor, 1994) que muestran cómo los estudiantes de los Estados Unidos y del Reino Unido presentan bajos niveles de ejecución en tareas de interpolación, extrapolación y lectura de relaciones entre variables.

Sobre la asignación de título

Tanto para los estudiantes de **licenciatura en química** como para los de **bachillerato**, la operación de elaborar un título para la gráfica presenta grandes dificultades (Gráfico 3).

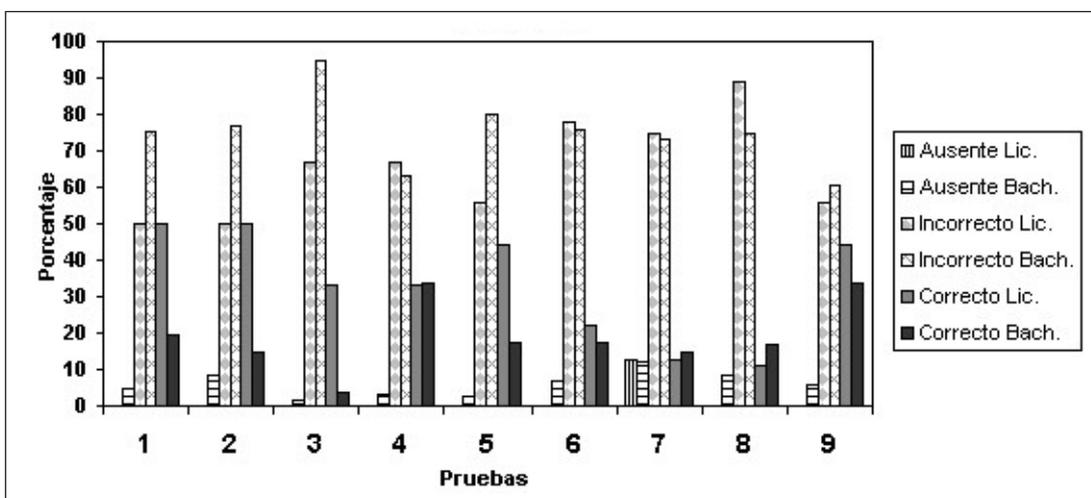
Para ambos grupos, es posible que algunos factores dificulten de forma apreciable la ejecución de la operación de asignar un título al gráfico. Entre estos factores se cuentan el uso didáctico instrumental de la gráfica (prueba 3), el bajo volumen de información en el interior del gráfico (prueba 7 con más del 10 % de respuestas ausentes en ambos grupos), el alto volumen de información en su exterior (pruebas 8 y 9), la forma curva de las líneas (prueba 3) y la inclusión de más de ellas en la gráfica (pruebas 6, 7, 8 y 9).

El efecto negativo del uso didáctico instrumental de la gráfica (prueba 3) puede deberse a que en este tipo de gráficas se aporta un contexto que aumenta la cantidad de información a tener en cuenta para abstraer el título de la gráfica. La influencia negativa de un bajo volumen de información al interior del gráfico, sobre la ejecución de la operación de asignación

de título, puede indicar que para ejecutar esta operación los estudiantes dirigen su atención al interior del gráfico y no al contexto. Además podría indicar que la información interna de la gráfica es muy importante para proceder a elaborar un título para la misma. Igualmente, el efecto negativo del mayor volumen de información fuera del gráfico estaría relacionado con el menor nivel de generalidad de las notaciones usadas dentro de las gráficas que presentan esta característica, lo que dificultaría la abstracción para la elaboración del título. Por ende, un menor volumen de información fuera de la gráfica podría estar relacionado con un mayor nivel de generalidad en la notación usada en el mismo, lo que podría facilitar la abstracción necesaria para elaborar un título adecuado para la gráfica. Así mismo, el efecto negativo del uso de líneas curvas, y de varias líneas gráficas puede explicarse porque dichas características pueden hacer más complejas las gráficas y dificultar su interpretación y por lo tanto la ejecución de la operación de asignarles título.

Por otra parte, al parecer los usos didácticos expositivo y problemático (pruebas 1 y 2) parecen ofrecer menos dificultades para la asignación de título a la gráfica. Esto podría suceder porque en este tipo de gráficas la descripción del proceso de construcción de la gráfica es más clara, ya que primero expone el papel de la variable independiente (la presión) y lo coloca en relación con el de la dependiente (el volumen). Además en las dos gráficas la relación se hace explícita a través de las expresiones «P en función de V», «P en función de la inversa del volumen» y «V está en función de 1/P». Es importante también remarcar que expresiones como «sometiendo un gas a distintas presiones» o «experimentó con gases sometiendo los a diferentes presiones», de entrada permiten determinar cuál es la variable manipulada y, por ende, facilitan la elaboración de un título para la gráfica. Además el uso en estas gráficas del término más abstracto «gas» en lugar del término «aire» que es usado en la gráfica de tipo instrumental puede ser importante a la hora de establecer en forma de título una generalización sobre la información gráfica.

Gráfico 3
Distribución porcentual de dos grupos de estudiantes (licenciatura en química y bachillerato) según cómo asignan título a nueve gráficas cartesianas.



Otro resultado interesante es el comportamiento diferente de los dos grupos frente al uso científico de la gráfica, ya que si éste es teórico facilita la tarea al grupo de bachillerato y si es experimental la facilita al grupo de licenciatura (pruebas 4 y 5). Es muy posible que este resultado se deba a que los estudiantes de licenciatura están más familiarizados con las gráficas de tipo experimental y los de bachillerato con las de tipo teórico, tal vez por el mayor número de trabajos prácticos que realizan los primeros y por el corte teorizante y enciclopédico que suele tener la formación en ciencias en los segundos.

En general, podría pensarse que globalmente los resultados negativos con respecto a la operación de asignarle un título a la gráfica cartesiana son debidos a que ésta requiere del concurso simultáneo de habilidades superiores de pensamiento de análisis y síntesis, y de un alto nivel de abstracción. Estos resultados también podrían deberse a que los estudiantes, para asignarle título a la gráfica, sólo tienen en cuenta la relación entre las variables dejando de lado el contexto referido por la misma.

Por último, es posible inferir que al parecer en el nivel de comprensión explícita, la ejecución de las operaciones de identificación de variables y de lectura de datos pueden ser influidas por la formación (el grupo de licenciatura presenta un mejor desempeño), mientras que la de asignación de título al gráfico, no. Estas diferencias pueden deberse a que en el grupo de licenciatura en química los conocimientos para realizar las dos primeras operaciones están activados (no inertes), al contrario que en el grupo de bachillerato (Seufert, 2003).

Sobre la ejecución de las variables propias del nivel de comprensión implícita

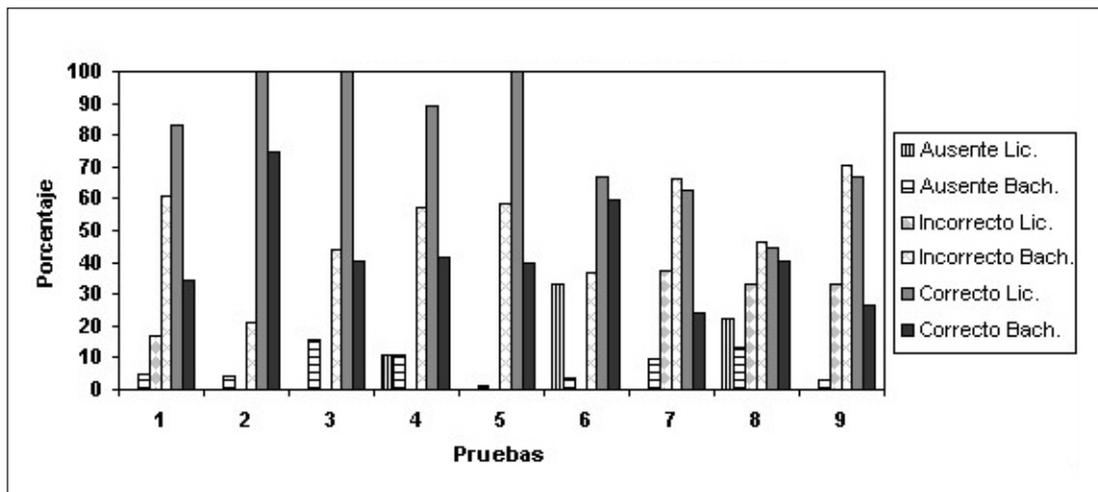
Sobre la identificación de la relación

Los resultados del estudio muestran que sólo el grupo de **estudiantes de bachillerato** presenta fuertes dificultades para llevar a cabo todas las tareas indicadoras de esta operación (Gráfico 4).

Por otro lado, también muestran que para el **grupo de licenciatura** es más fácil seleccionar la expresión algebraica más adecuada (pruebas 1 a 5), para representar la relación expuesta en la gráfica, que establecer la forma en que covarían las variables (pruebas 6 y 7) o determinar su comportamiento expresado por un segmento de la línea gráfica (pruebas 8 y 9).

Estos resultados pueden deberse a dos razones. En primer lugar, a que los estudiantes de licenciatura estén más familiarizados con la determinación de la relación entre las variables usando expresiones algebraicas. En segundo lugar, a que las gráficas analizadas en las pruebas 6 a 9 combinan las múltiples líneas con su forma curva haciéndose más complejas y por ende, dificultando más las tareas de identificación de la relación. De cualquier modo, también es cierto que cuando en la tarea que se les plantea se trata de establecer la expresión algebraica más adecuada, la inclusión de dos gráficos complementarios (prueba 1), también puede hacer más compleja la gráfica y más difícil la tarea, dado que puede requerir describir dos relaciones en lugar de una.

Gráfico 4
Distribución porcentual de dos grupos de estudiantes (licenciatura en química y bachillerato) según cómo identifican la relación presentada en nueve gráficas cartesianas.



En el grupo de bachillerato se observa que las dificultades para llevar a cabo la operación de identificar la relación son menores cuando la(s) gráfica(s) analizadas ofrecen líneas rectas (pruebas 2, 4 y 5), y cuando hay mayor correspondencia de orden semántico (Duval, 1999) entre las unidades significantes de la representación gráfica y la expresión algebraica facilitando la conversión entre ellas. Esto último ocurre al presentar un gráfico que relaciona el volumen con el inverso de la presión (prueba 2), en el que el volumen está en el eje Y y el inverso de la presión, en el eje X; lo que se corresponde más con la expresión algebraica $V \propto 1/P$ (o $V=K/P$).

Los resultados del grupo de bachillerato concuerdan con lo afirmado por Duval (1999) sobre la dificultad de la mayoría de los estudiantes para convertir una gráfica cartesiana en una expresión algebraica, debido a la incongruencia entre estas dos representaciones. Es decir, este proceso de conversión entre representaciones no es espontáneo, debido a que las unidades significativas de la representación gráfica no se corresponden en forma directa y unívoca con las unidades significativas de la expresión algebraica ni están organizadas de acuerdo con un mismo orden (las dos representaciones no son congruentes), lo que hace necesario seleccionar sólo algunas de ellas desde la gráfica (reorganizar la representación inicial) para construir la expresión algebraica. Esto también explicaría por qué las gráficas con líneas rectas, por presentar un menor número de elementos significantes a definir y comparar con los elementos significantes de la ecuación, facilitan la identificación de la relación (Duval, 1988). El papel de esta última característica, además, podría estar relacionado con la asimilación que podrían hacer los estudiantes de la relación proporcional con la relación directamente proporcional. Es decir, a la exclusión de las relaciones inversas de la categoría de proporcionalidad.

También es interesante observar que cuando se trata de los volúmenes de información presentados, tanto dentro como fuera de la gráfica, el comportamiento de los dos grupos difiere. Así, al parecer, los estudiantes de licenciatura ejecutan mejor la tarea de identificar la relación cuando la gráfica presenta un bajo nivel de información externa, al contrario de lo que sucede con el grupo de bachillerato. Por otro lado, se puede observar que los estudiantes de bachillerato son mucho más sensibles a la información incluida en el interior del gráfico que los de licenciatura y que un mayor volumen de esta información puede mejorar su ejecución de la tarea (prueba 6). Esto último podría explicar por qué un gran porcentaje de estudiantes de licenciatura dejan sin contestar la pregunta referida a esta operación en la prueba 6. Es decir, que al no tener en cuenta la información interna del gráfico no pueden ofrecer una respuesta a la pregunta que se les plantea. Estos resultados pueden ser interpretados apelando a la mayor capacidad de abstracción de los estudiantes de licenciatura para quienes podría ser más fácil analizar una gráfica más esquemática y con notaciones más generales, como es el caso de la gráfica incluida en la prueba 9. Así mismo, se podría argumentar que la mayor influencia que ejerce el volumen de información interna sobre los estudiantes de bachillerato puede de-

berse a que los conceptos incluidos en el gráfico son desconocidos y nuevos para ellos, lo que los hace significativos para la elaboración de la tarea y que, en cambio, estos mismos conceptos ya son reconocidos y manejados por los estudiantes de bachillerato, lo que hace que su presencia no produzca diferencias observables en la ejecución de la tarea.

Por otra parte, se puede observar la influencia positiva del uso científico experimental de la gráfica sobre la ejecución de la tarea que hacen los estudiantes de licenciatura lo que no ocurre con los estudiantes de bachillerato. Este resultado puede ser interpretado como un índice de la mayor capacidad que tienen los estudiantes de licenciatura, dada su formación, para manipular los datos adjuntos a la gráfica con el fin de determinar cuál es la expresión algebraica que representa más adecuadamente la relación expuesta.

Desde otra perspectiva los resultados también podrían indicar que las prácticas educativas en las que han participado los estudiantes de bachillerato han privilegiado el uso de los enunciados y las ecuaciones algebraicas, en detrimento del uso de los gráficos (Duval, 1988) y que, además, en dichas prácticas, para la mayoría de ejemplos y explicaciones, se han utilizado conversiones congruentes de ecuaciones a gráficas (Carpenter, Corbit et al., 1981). Es decir, no les han ofrecido suficientes oportunidades para llevar a cabo conversiones con un alto grado de incongruencia, como la que se realiza desde una gráfica cartesiana hacia una expresión algebraica (Blubaugh y Emmons, 1999).

Sobre la clasificación de la relación

Los resultados sobre esta operación muestran que para los dos grupos de estudiantes (**licenciatura en química y bachillerato**) en general, es fácil clasificar la relación expuesta en la gráfica (Gráfico 5).

Estos resultados permiten observar cómo para el grupo de licenciatura es mucho más fácil clasificar una relación cuando estas relaciones se representan a través de líneas rectas o una única línea curva (pruebas 1 a 5), que cuando se ofrecen varias líneas curvas (pruebas 6, 7, 8 y 9). Igualmente es posible que la presentación de más de una gráfica pueda hacer más difícil esta tarea (pruebas 1 y 7). El primer resultado puede deberse a la poca familiaridad de este grupo de estudiantes con el análisis basado en gráficas cartesianas que usen varias líneas curvas y a su mayor familiaridad con el uso de gráficas que presentan líneas rectas. Así mismo, aunque en las pruebas 1 y 7 se indica al estudiante sobre cuál de las dos gráficas debe realizar su análisis, es posible que el estudiante siga repartiendo su atención entre las dos gráficas, lo que haría más compleja la realización de la tarea. Igualmente la poca familiaridad de los estudiantes con el análisis simultáneo de dos gráficas puede influir sobre los resultados obtenidos por ellos en estas dos pruebas.

Por otra parte, en ambos grupos existen factores que pueden dificultarles la realización de la operación. Al grupo de licenciatura en química pueden dificultarle la

ejecución de la tarea factores como: la representación de valores negativos de las variables (ocupando más de un cuadrante en el plano), que la línea no pase por el origen (0,0) y la ausencia de un grupo de datos adjunto a la gráfica (uso científico teórico) (prueba 4). De otra parte, al **grupo de bachillerato** los factores que pueden dificultarle la ejecución de la tarea son la forma curva de las líneas gráficas (pruebas 3, 6, 7, 8 y 9), la inclusión de más de una de ellas en la gráfica (pruebas 2, 8 y 9) y que estas líneas expresen relaciones diferentes (pruebas 8 y 9).

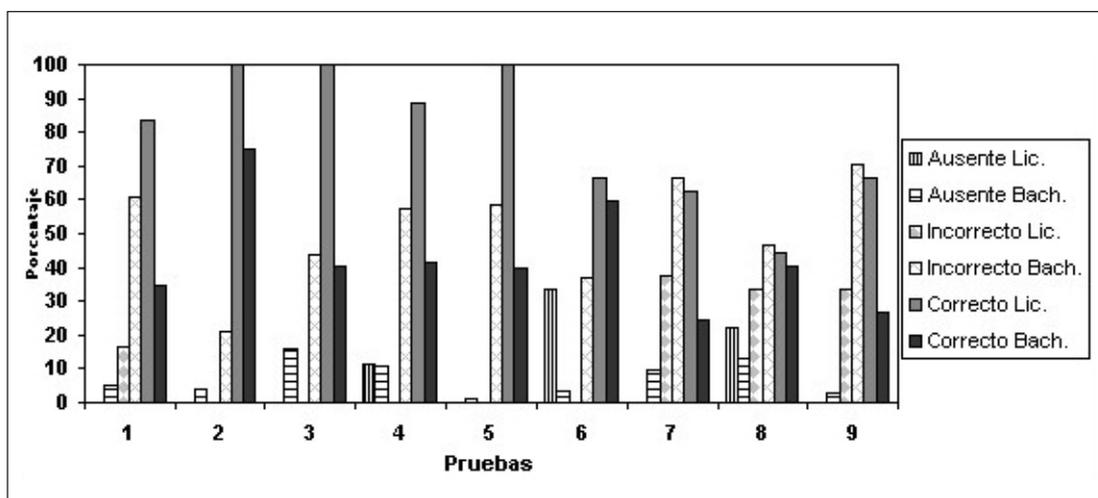
Las dificultades que se le presentan al grupo de licenciatura en la prueba 4 pueden ser ocasionadas por un efecto de fijación de la representación. Es decir, los estudiantes han fijado una representación gráfica cartesiana en la cual sólo se representa un cuadrante y en la que las líneas, si son rectas, pasan por el origen; esto haría aparecer un modelo de gráfica cartesiana diferente como novedoso y, por ende, más difícil de analizar. Por otra parte, la ausencia de un grupo de datos adjuntos como otra representación de la relación entre las variables, podría reducir el campo representacional de la misma relación y haber influido negativamente en la ejecución de la tarea de clasificación de la relación por parte de este grupo de estudiantes.

Las dificultades que presenta el grupo de bachillerato podrían deberse a varias causas. En primer lugar, a que este grupo pudiese no estar familiarizado con el uso de gráficas cartesianas que presenten líneas curvas o varias líneas dentro del espacio gráfico. En segundo lugar, los resultados obtenidos por este grupo en las pruebas 8 y 9 podrían deberse a que en estas pruebas la operación de clasificación de la relación exigía la clasificación de dos relaciones, la primera entre la concentración de los productos y el tiempo y la segunda entre la concentración de los reactivos y el tiempo, lo que hacía más

compleja la tarea. Estos mismos resultados pueden haber sido ocasionados porque para este grupo de estudiantes puede resultar más fácil clasificar la relación expuesta en la gráfica de acuerdo con la relación de proporcionalidad existente entre las variables, que describir esta relación a través de la predicción del comportamiento de una de las variables en relación con el cambio en los valores de la otra (pruebas 8 y 9).

Cuando se trata de los volúmenes de información incluidos dentro y fuera de la gráfica, se vuelve a repetir la tendencia anotada cuando se analizaron los resultados de la tarea de identificación de la relación. Es así como para los estudiantes de bachillerato un alto volumen de información al interior de la gráfica es importante para mejorar su ejecución de la tarea, en tanto que para los de licenciatura, no lo es. Por otra parte, mientras que para los estudiantes de licenciatura un bajo volumen de información en el exterior de la gráfica parece facilitarles la ejecución de la tarea, a los estudiantes de bachillerato parece dificultársela. El primer resultado puede estar relacionado en parte con el alto porcentaje de estudiantes de licenciatura que no dan una respuesta a la tarea en la prueba 6, es decir, no tienen en cuenta la información interna del gráfico que es esencial para clasificar la relación expuesta por él. Para explicar estas diferencias podríamos argumentar que para los estudiantes de bachillerato la información incluida dentro del gráfico es nueva y por ello la hacen relevante para realizar la tarea, y que para los de licenciatura, esta información ya es conocida por lo que para ellos se hace irrelevante. En el caso de la información externa, de nuevo, al parecer, la mayor capacidad de abstracción de los estudiantes de licenciatura hace que ellos analicen mejor una gráfica con notaciones que presenta un alto nivel de generalidad, como es el caso de las gráficas con un bajo nivel de información externa (García, 2005).

Gráfico 5
Distribución porcentual de dos grupos de estudiantes (licenciatura en química y bachillerato) según cómo clasifican la relación expuesta en nueve gráficas cartesianas.



En general, podría decirse que las pocas dificultades que presentan los dos grupos de estudiantes para llevar a cabo la tarea se deben a una alta congruencia entre la representación gráfica y el enunciado sobre la clasificación de la relación expuesta por ella; esto facilita la conversión entre estos dos tipos de representaciones, que es necesaria para la realización de la tarea. Dicho en otras palabras, tanto al término «directa» como al término «indirecta», usados en el enunciado de la clasificación de la relación, les corresponde un tipo, y sólo uno, de inclinación de la línea gráfica, y al término «proporcional», usado en el del mismo enunciado, le corresponde una razón de cambio constante que puede ser apreciada en el espacio gráfico. Es importante hacer notar que ambos requerimientos pueden ser detectados de manera más clara cuando la línea gráfica es una recta y que, cuando uno de los ejes representa el valor inverso de una de las variables, se puede estar guiando la conversión entre las representaciones.

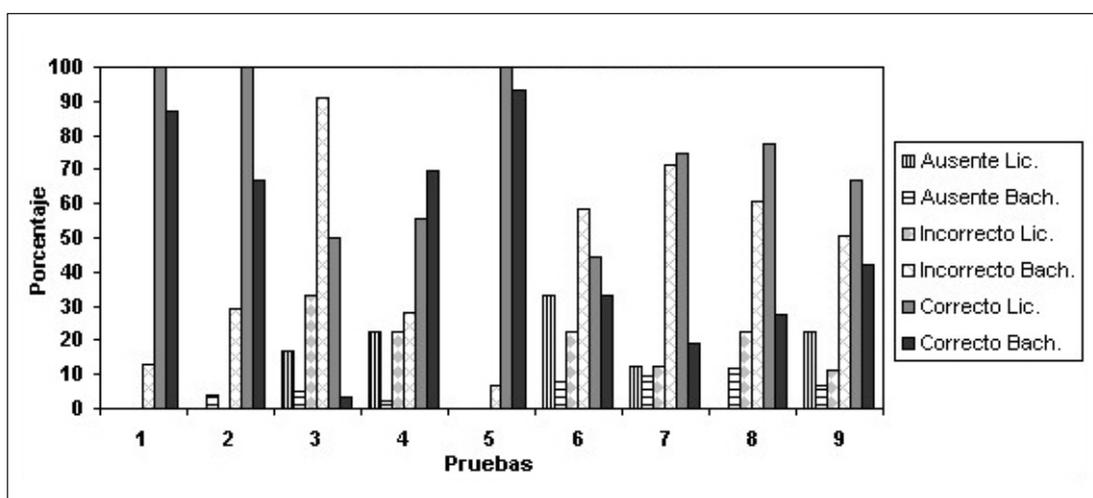
Sobre el reconocimiento de términos

Los resultados de esta operación muestran que sólo el **grupo de bachillerato** tiene dificultades para ejecutarla. Estos también muestran que para ambos grupos el reconocimiento de unidades (pruebas 1 a 5) es más fácil que el de otro tipo de términos (pruebas 6 a 9). Así mismo, muestran que el requisito de convertir unidades (que implica usar equivalencias) para reconocerlas (prueba 3), y el hecho de que éstas no sean las usuales para referirse al fenómeno representado (prueba 4), pueden dificultar la ejecución de la operación. Por último, muestran que mientras un alto volumen de información dentro de la gráfica (prueba 6) puede dificultar la tarea al grupo de licenciatura en química, parece facilitarla al de bachillerato (Gráfico 6).

Las dificultades que presentan los dos grupos para reconocer los términos cuando éstos corresponden a unidades pueden deberse a que los temas de construcción de escalas y de manejo de unidades generalmente se dan por sabidos en los currículos de ciencias (Lenihard, Zalavsky y Stein, 1990). Igualmente, pueden estar relacionadas con el aumento de complejidad de la tarea al requerirse la conversión de las unidades (de cm³ y litros), con el fin de reconocerlas (prueba 3). Las dificultades presentadas por los estudiantes en la prueba 3 también podrían ser debidas al uso del término «abscisas», que puede no estar muy claro para los estudiantes, y a que, en esta prueba, la tarea no consistía en un reconocimiento simple de unidades, sino que implicaba la puesta en relación de un valor numérico que no está representado en la gráfica (lo que implica su extrapolación), con una de las variables y con la respectiva unidad que servía para medirla, procedimiento más complejo que el reconocimiento simple. Así mismo, el hecho de que el reconocimiento de las unidades (pruebas 1 a 5) sea más fácil que el de otros términos (pruebas 6 a 9) puede ser debido a que para el reconocimiento de estos últimos se les debe relacionar con otros términos incluidos en la gráfica. En general, estos resultados coinciden con los resultados de Lave (1988), quien demostró que los estudiantes presentan bajos niveles de ejecución en tareas que requieren de un mayor esfuerzo interpretativo.

Igualmente, el uso de la escala centígrada en lugar de la escala Kelvin (absoluta) puede dificultar el reconocimiento de las unidades (prueba 4), lo que puede indicar que se ha producido una fijación de un tipo de unidades asociadas a las variables y al contexto (en este caso los gases) y que habría necesidad de usar, además de múltiples representaciones del fenómeno, múltiples unidades asociadas a estas representaciones para evitar este tipo de fijaciones.

Gráfico 6
Distribución porcentual de dos grupos de estudiantes (licenciatura en química y bachillerato) según cómo reconocen los términos incluidos en nueve gráficas cartesianas.



Por otra parte, los resultados permiten observar cómo un alto volumen de información en el interior del gráfico parece facilitar la tarea a los estudiantes de bachillerato, pero en cambio es posible que la dificulte a los estudiantes de licenciatura. Así mismo, las tendencias son contrarias cuando se analizan los resultados referidos a volumen de información externa, ya que mientras a los estudiantes de licenciatura un mayor volumen de información externa les ayuda a realizar la tarea, a los estudiantes de bachillerato es un menor volumen de dicha información lo que posiblemente les facilite la tarea de identificar los términos. En el primer caso, de nuevo el conocimiento o desconocimiento de la información aportada en el interior de la gráfica podría hacerla relevante para llevar a cabo la tarea. Además, en el caso de la prueba 7, los estudiantes de licenciatura podrían haber sido capaces de relacionar el segmento formado entre dos puntos del eje X representados por letras con el cambio de valores de la variable representada sobre este segmento, mientras que los de bachillerato, no. Por el contrario, los estudiantes de bachillerato se encontrarían más a gusto identificando este segmento cuando los puntos que lo limitan están señalados por términos o conceptos (como en la prueba 6). En el caso de las pruebas 8 y 9, es posible que los estudiantes de bachillerato puedan acceder más fácilmente al análisis de la información gráfica cuando en ella se utilizan recursos pictóricos como el sombreado, que hacen más concreta la representación, lo que no ocurriría con los estudiantes de licenciatura.

Finalmente, podría inferirse que, al parecer, la formación de los estudiantes no influye en la ejecución de las tareas indicadoras de la operación de clasificar la relación propuesta en las gráficas, pero sí lo hace en las referidas a la identificación de la relación y de reconocimiento de términos, ya que la ejecución de estas dos últimas es notoriamente difícil para los estudiantes de bachillerato. De nuevo, estos hallazgos pueden estar relacionados con el

carácter activado de los prerrequisitos conceptuales en los estudiantes de licenciatura en química (Seufert, 2003).

Sobre la ejecución de las tareas propias del nivel de comprensión conceptual

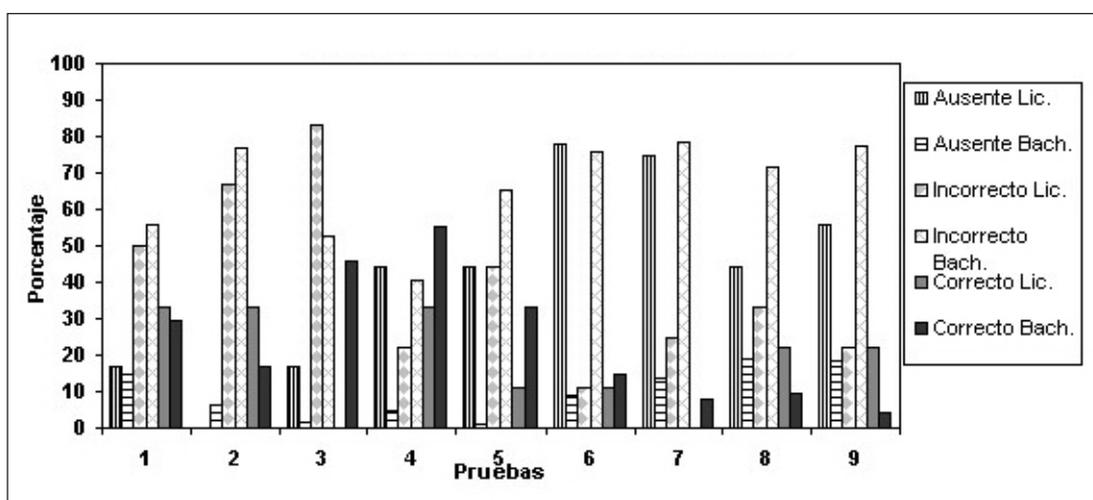
Sobre la elaboración de síntesis conceptuales

Tanto los estudiantes de **licenciatura en química** como los de **bachillerato** presentan grandes dificultades para elaborar síntesis conceptuales a partir de la información aportada por la gráfica cartesiana, aunque estos últimos prefieren equivocarse elaborando respuestas incorrectas a no elaborarlas.

Los resultados también muestran que para ambos grupos es más fácil elaborar síntesis conceptuales a partir de gráficos que refieren relaciones proporcionales directas o indirectas simples (pruebas 1 a 5), que cuando la tarea requiere de un razonamiento de segundo orden en el que se deben emplear conceptos diferentes a las variables incluidas en el gráfico (pruebas 6 a 9). Este resultado podría deberse a la mayor frecuencia con la cual se lleva a cabo el primer tipo de procedimiento en las aulas de clase (Gráfico 7).

Los resultados también muestran que para ambos grupos factores como: presentar más de una gráfica para su análisis (pruebas 1 y 7) y proponer gráficas que incluyan más de una línea (pruebas 2, 6, 7, 8 y 9) podrían dificultar la elaboración de síntesis conceptuales. La influencia de estos factores podría explicarse porque ellos hacen que las gráficas sean más complejas y menos familiares, aumentando la dificultad para interpretarlas (McKenzie y Padilla, 1986; Padilla, McKenzie y Shawn, 1986). Además, permiten observar que un bajo volumen de información, dentro y fuera del gráfico (pruebas 7 y 9), también dificulta la ejecución de la operación de elaborar síntesis conceptuales.

Gráfico 7
Distribución porcentual de dos grupos de estudiantes según cómo elaboran síntesis conceptuales basándose en la información proporcionada por nueve gráficas cartesianas.



Los resultados anómalos de las pruebas 7 y 9, en las que más del 70 % de las repuestas son incorrectas o están en blanco, pueden deberse a varias razones. En primer lugar, a que la síntesis conceptual exigida en las pruebas 6 y 7 se refería a la concentración de las disoluciones en relación con los puntos de congelación y de ebullición de las mismas y no a la relación entre presión de vapor y la temperatura de las disoluciones. Es decir, exigía una deducción de segundo orden que involucraba no sólo el establecimiento de la relación entre las variables sino entre esta relación y la información que se encontraba al interior del espacio gráfico a través de la cual se describía la naturaleza de cada una de las curvas. Los resultados bastante negativos obtenidos por los estudiantes en la prueba 7 pueden deberse a que en las gráficas propuestas para el análisis de dicha prueba no aparecen los términos «punto» de ebullición y «punto de congelación».

Por otro lado, a ambos grupos, el uso didáctico expositivo de la gráfica (prueba 1) y el uso científico teórico de la misma (prueba 4) les facilita la ejecución de la tarea, aunque mientras al grupo de licenciatura el uso didáctico problemático le facilita la tarea, se la dificulta al de bachillerato (prueba 2). Además, mientras el uso didáctico instrumental de la gráfica dificulta la tarea al grupo de licenciatura en química, no lo hace con el grupo de bachillerato (prueba 3). Que el uso didáctico expositivo y el uso científico teórico de las gráficas facilite la ejecución de la tarea a los estudiantes puede estar en relación con la mayor frecuencia con la que estos usos se presentan tanto en los textos como en las aulas de clase.

Las diferencias de ejecución que al parecer producen los usos didácticos problemático e instrumental podrían indicar que existen diferencias en las capacidades de generalización de los dos grupos. Así, a los estudiantes de licenciatura en química se les facilita elaborar síntesis conceptuales a partir de gráficas en las que la información sobre la relación entre las variables, el contexto y los fenómenos referidos se presenta de forma sintética (problemáticas), mientras a los estudiantes de bachillerato esta operación se les facilita cuando interpretan gráficas en las que se presenta la

información de forma distribuida (no condensada), con un mayor número de elementos informativos y un contexto experimental específico (instrumentales). Los resultados de la prueba 3 también pueden deberse a que los estudiantes de bachillerato podrían haber aceptado generar una conclusión sobre los gases a partir de la información que proporciona la gráfica sobre el comportamiento del aire, mientras que los de licenciatura no acepten que el aire es un gas (en realidad es una mezcla de gases) y por ello se resistan a elaborar la síntesis conceptual sobre el comportamiento de los gases a partir de la gráfica. Además, pueden estar en relación con el hecho de que en esta prueba la gráfica propuesta para su análisis no hace referencia explícita a la ley de Boyle o a Boyle, como sí sucede en las pruebas 1 y 2. Esto haría menos influyente el elemento nemotécnico y de conocimiento previo que puede estar más presente en los estudiantes de licenciatura que en los de bachillerato.

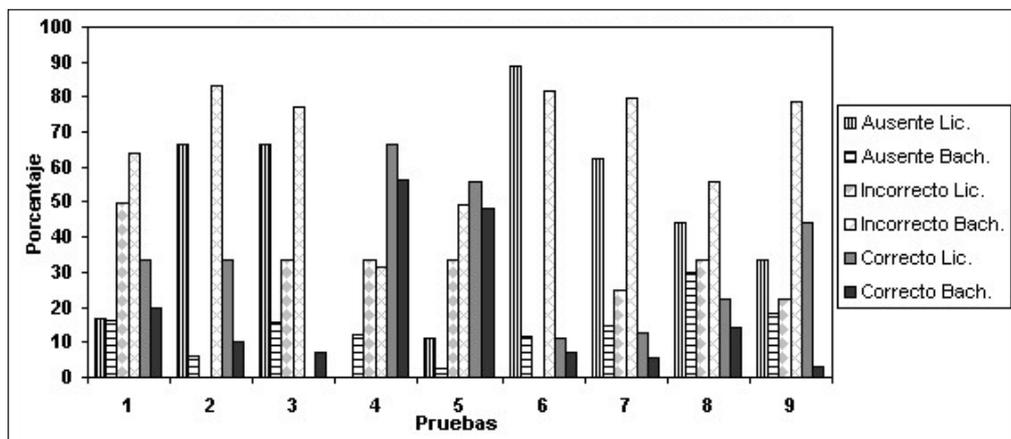
Además, a partir de los resultados puede inferirse que el grupo de licenciatura es capaz de integrar más fácilmente la información para producir una conclusión, ya que obtiene mejores resultados cuando la gráfica ofrece dos líneas o cuando se proponen dos gráficas simultáneas para su análisis (pruebas 1, 2, 6, 8 y 9) (excepto en las pruebas 6 y 7).

En segundo lugar, los resultados de la prueba 9 pueden deberse a que en general los estudiantes presentan poco desarrolladas sus capacidades de abstracción (Guthrie, Weber y Kimmerley, 1993) y la tarea exigida en estas pruebas requería de la realización de una abstracción a modo de generalización que hiciese uso de toda la información propuesta por la gráfica, y mucha de la información requerida no está disponible en una gráfica con poco volumen de información externa.

Sobre la elaboración de explicaciones

Los resultados sobre la ejecución de la operación de elaboración de explicaciones, a partir de la información proporcionada por la gráfica cartesiana, muestran que ambos grupos de estudiantes presentan serias dificultades para llevar a cabo esta operación (Gráfico 8).

Gráfico 8
Distribución porcentual de dos grupos de estudiantes (licenciatura en química y bachillerato) según cómo elaboran explicaciones basándose en la información aportada por nueve gráficas cartesianas.



Para ambos grupos, las líneas rectas (pruebas 1, 2, 4 y 5), una relación directa entre las variables o entre una de las variables y el inverso de la otra (pruebas 4 y 5) y un menor volumen de información en el exterior del gráfico (en licenciatura) parecen facilitar la operación de construcción de explicaciones. También los resultados permiten observar que, para ambos grupos, factores como las líneas curvas, la relación inversamente proporcional entre variables, el uso instrumental de la gráfica (prueba 3) y la presentación de varias líneas curvas (pruebas 6 y 7) pueden dificultar la ejecución de esta tarea. Así mismo, un menor volumen de información en el exterior del gráfico puede dificultar la ejecución de la tarea (en bachillerato).

La influencia positiva de las líneas rectas y de las relaciones directamente proporcionales (pruebas 1 a 5) en la ejecución de la operación de elaborar explicaciones por parte de los estudiantes puede deberse a varias razones. En primer lugar, a que la operación de elaboración de explicaciones requiere de la conversión de la gráfica en un enunciado que relacione las dos variables en el contexto de los gases para poder poner en relación este enunciado con el fenómeno a explicar. Esto es porque las gráficas con estas características pueden ser convertidas más fácilmente en otros tipos de representaciones. Además, esto también explicaría el efecto negativo que tiene la inclusión de líneas curvas o de varias de ellas en la ejecución de la misma operación (pruebas 6 a 9), ya que las gráficas que presentan estas características son mucho más difíciles de convertir en otros tipos de representaciones. La influencia positiva de un bajo volumen de información externa en la ejecución que hacen los estudiantes de licenciatura de la operación de elaborar explicaciones puede ser causada por la generalidad con la que se presenta este tipo de gráfica que permite poner en relación el comportamiento general de las reacciones en equilibrio con una reacción en particular que ha de ser explicada.

Las razones por las cuales los estudiantes presentan una baja ejecución de la operación de elaboración de explicaciones, cuando el uso didáctico de la gráfica es instrumental (prueba 3), puede estar originado en un efecto de fijación del contexto experimental que puede impedir que los estudiantes transfieran su comprensión de la gráfica a otro contexto en el cual deben elaborar una explicación. Además, el hecho de que los estudiantes de licenciatura presenten resultados más bajos que los de bachillerato puede indicar que el nivel de especialización puede aumentar este efecto de fijación del contexto experimental.

Por último, que un menor volumen de información en el exterior del gráfico dificulte la ejecución de la tarea a los estudiantes de bachillerato puede deberse a varias razones. En primer lugar, a que los estudiantes de este grupo se les dificulta establecer relaciones entre sistema abstracto y uno más concreto (prueba 9) y en cambio puede facilitársele establecer la relación entre dos sistemas concretos más característicos de las representaciones gráficas con un alto volumen de información externa (prueba 8).

En general, el hecho de que los dos grupos presenten serias dificultades para explicar una situación a partir de la información proporcionada por una gráfica cartesiana puede deberse a tres razones. En primer lugar, a que la ejecución de esta tarea requiere de la transferencia de los conceptos representados en

un contexto específico (la gráfica) a otro contexto (enunciado de un problema o expresión algebraica), lo que implica la conversión entre representaciones con la complejidad que ello conlleva. En segundo lugar, a que los procesos de conversión entre representaciones requeridos en este tipo de tareas no son lo común en la educación tradicional, en la que la mayoría de las prácticas hacen sólo uso de los enunciados y ecuaciones algebraicas (Duval, 1999). En tercer lugar, tal vez estos resultados pueden estar relacionados con la ausencia de prácticas didácticas en las cuales se usen gráficas cartesianas como herramientas para facilitar la elaboración de explicaciones acerca de los fenómenos que interesan a la ciencia.

Por último, el contraste entre el alto porcentaje de estudiantes de licenciatura que no responden a la tarea de elaboración de explicaciones y el alto porcentaje de estudiantes de bachillerato que dan una respuesta incorrecta a la misma puede deberse a varias razones. En primer lugar, a que tal vez los estudiantes de bachillerato, al ser más jóvenes, presenten un mayor nivel de tolerancia al riesgo cognitivo y por ello se atreven más a elaborar explicaciones sobre los fenómenos aunque éstas resulten incorrectas.

En segundo lugar, puede deberse a que el enfoque con el que los estudiantes de bachillerato han aprendido las ciencias ha sido más cualitativo con el objeto de mejorar su comprensión conceptual; y, por el contrario, el de los estudiantes de licenciatura ha sido más de carácter cuantitativo, lo que haría que los primeros accedieran más fácilmente a la ejecución de operaciones, como la elaboración de explicaciones, en las que más que articular formalizaciones, se tienen que poner en relación diversos conceptos.

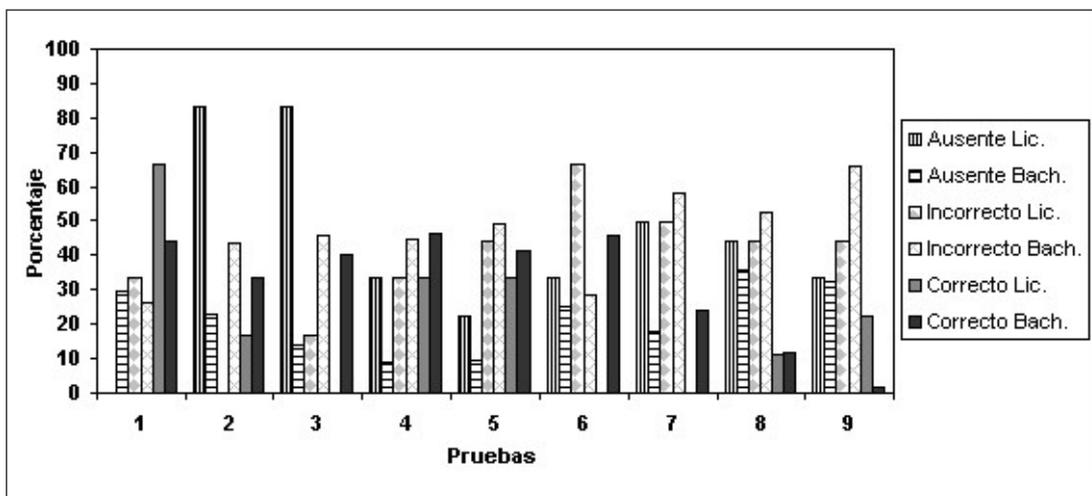
Sobre la elaboración de predicciones

Los resultados de esta operación muestran que los dos grupos presentan dificultades para elaborar predicciones a partir de la información gráfica, pero que éstas son menores para el grupo de **bachillerato**. Así mismo, ambos grupos elaboran más fácilmente una predicción para determinar el valor de una de las variables (pruebas 1, 2 y 3) o estimar este valor (pruebas 4 y 5) a través del uso de una expresión algebraica, que cuando la tarea exige comparar los valores de las variables con un parámetro externo o realizar una analogía global para predecir el comportamiento de un sistema (pruebas 6 a 9) (Gráfico 9).

En primer lugar, estos resultados pueden deberse a que el uso de las expresiones algebraicas para predecir o estimar el valor de las variables es lo más común en la clase de ciencias (pruebas 1 a 5). En segundo lugar, a que procedimientos como la deducción del valor de un parámetro a partir de los valores de variables relacionadas con él, al igual que el de construir analogías entre sistemas para predecir el comportamiento de uno de ellos, no son comunes en las aulas de ciencias. En tercer lugar, pueden originarse en características de las gráficas propuestas en las pruebas 6 a 9, como la inclusión de varias líneas curvas o la expresión de relaciones que no responden estrictamente a un patrón proporcional (pruebas 8 y 9), que las hacen más complejas y, por ende, más difíciles de analizar. Así mismo, estos resultados pueden indicar que a los dos grupos de estudiantes se les dificulta realizar predicciones en las que se requiera ir más allá de la utilización de una expresión algebraica.

Gráfico 9

Distribución porcentual de dos grupos de estudiantes (licenciatura en química y bachillerato) según cómo elaboran predicciones basándose en la información proporcionada en nueve gráficas cartesianas.



Por otra parte, se puede observar que para ambos grupos las relaciones directamente proporcionales entre las variables o entre una de ellas y el inverso de la otra, y las líneas rectas (pruebas 1, 2, 4 y 5), favorecen la ejecución de la tarea de predicción. Así mismo, y por el contrario, es posible que las relaciones inversamente proporcionales y las líneas curvas puedan dificultar la elaboración de predicciones a partir de la gráfica (prueba 3, sólo al grupo de licenciatura). Estos resultados pueden deberse a que la forma recta y las relaciones directas facilitan la conversión de la gráfica en una representación algebraica y a que, por el contrario, las líneas curvas y las relaciones inversas dificultan dicha conversión. Esto puede ser así porque dicha conversión es necesaria para ejecutar la operación de elaboración de predicciones. De acuerdo con Duval (1988), las gráficas que presentan líneas curvas y relaciones inversamente proporcionales incluyen un mayor número de elementos significativos a tener en cuenta y son menos congruentes con el registro algebraico que las gráficas con líneas rectas que presentan relaciones directamente proporcionales.

También se puede verificar cómo el uso didáctico expositivo favorece la ejecución de la operación cuando se le compara con los usos problemático e instrumental (prueba 1). Esto puede deberse a que los estudiantes en general encontrarían más fácil predecir el valor que puede tomar una variable a partir del cambio en los valores de la otra, la información ofrecida por una gráfica que expone directamente la relación entre las variables, que desde una gráfica que expone esta misma relación dentro de situaciones problema o trabajos prácticos. Esto tal vez, porque la información que requieren los estudiantes se encuentra más explícita en el primer tipo de gráfica y les resulta más fácil extraerla. Así mismo, es posible que el mayor uso de las gráficas expositivas en los tex-

tos (García y Cervantes, 2004) las haga más familiares y comprensibles para los alumnos. Igualmente, puede verse que el uso científico de la gráfica (teórico o experimental) no es relevante a la hora de ejecutar la operación de elaboración de predicciones.

El contraste entre el alto porcentaje de estudiantes de licenciatura que no responde a la tarea planteada en las pruebas 2 y 3, y el alto porcentaje de estudiantes de bachillerato que le da una respuesta incorrecta a las mismas tareas puede deberse a varias razones. En primer lugar, a que tal vez los conceptos referidos por la gráfica al igual que las expresiones algebraicas relacionadas con ellos han sido estudiados más recientemente por los estudiantes de bachillerato, lo que se corroboraría con el mayor porcentaje de respuestas correctas de este grupo en las mismas tareas. En segundo lugar, por una mayor disposición al riesgo cognitivo de los estudiantes de bachillerato, a la que se hizo referencia en la discusión de los resultados sobre la operación de elaboración de explicaciones.

Así mismo, puede observarse que mientras al grupo de licenciatura en química, el menor volumen de información externa en la gráfica le facilita la ejecución de la tarea (prueba 9), al grupo de bachillerato, el mayor volumen de información tanto dentro como fuera de la gráfica (pruebas 6 y 8), se la facilita. El primer resultado puede deberse a que el mayor grado de generalización de los términos usados en la gráfica le resulta más adecuado a los estudiantes de licenciatura dado su mayor capacidad de abstracción. El segundo resultado puede explicarse argumentando que la información incluida tanto dentro como fuera de las gráficas cartesianas puede ser nueva para los estudiantes con menos experiencia y por ello resultar relevante para la ejecución que ellos realizan de la tarea de elaborar predicciones.

Además, los resultados muestran que mientras para el grupo de licenciatura, la tarea indicadora más difícil es la de comparar los valores estimados de un parámetro que depende del valor asignado a una de las variables (pruebas 6 y 7), para el de bachillerato, es la de formular la predicción a través del uso de una analogía global entre lo descrito en la gráfica y la situación sobre la cual se predice (pruebas 8 y 9). El primer resultado puede estar relacionado con la menor sensibilidad que presentan los estudiantes de licenciatura a la información incluida en el interior de la gráfica, que en el caso de las pruebas 6 y 7 es esencial para la elaboración de la predicción. El segundo resultado puede indicar que para los estudiantes de bachillerato es extremadamente difícil establecer la conexión analógica entre los dos sistemas (reacciones químicas), tal vez porque no tienen claro el significado de cada uno de los elementos que conforman el sistema, (reactivos, productos, concentraciones, etc.), lo que posiblemente no le suceda a los estudiantes de licenciatura.

Por último, y en forma general, se puede inferir que posiblemente el aprendizaje necesario para realizar la operación de elaborar predicciones no se produzca a largo plazo, como sugiere el hecho de que el grupo de bachillerato presente mejores resultados que el de licenciatura. Esto puede deberse a que la enseñanza recibida privilegia las representaciones en el lenguaje natural y algebraico, dejando de lado el registro gráfico, y porque propone pocas conversiones entre diferentes tipos de representaciones desfavoreciendo de esta forma el aprendizaje a largo plazo (Duval, 1988). Así mismo, de forma global, estos resultados negativos pueden estar indicando que ambos grupos han recibido una enseñanza en la que se han concebido las gráficas cartesianas como un producto final y como un instrumento matemático, más que como una herramienta útil para construir significados o elaborar explicaciones y predicciones sobre los fenómenos (Ainley, Nadi y Pratt, 2000).

CONCLUSIONES

El análisis de los resultados obtenidos por los dos grupos en las nueve tareas hace posible elaborar las siguientes conclusiones:

1. En general, se puede afirmar que los estudiantes de bachillerato y universidad presentan una comprensión bastante baja de la información gráfica presentada en los gráficos cartesianos. Esta comprensión se restringe a algunos aspectos explícitos de la información gráfica como la identificación de variables (para ambos grupos) y la lectura de los datos gráficos (sólo para el grupo de licenciatura en química) y a otros aspectos implícitos de la misma, como la clasificación de la relación expuesta en la gráfica (para ambos grupos) o la identificación de la relación expuesta en la gráfica (sólo para el grupo de licenciatura en química). Es decir, los estudiantes fallan en las tareas en las que requieren del uso de recursos conceptuales y de procedimientos que exceden la simple aplicación de las expresiones algebraicas. Así, en el nivel explícito fallan en la ejecución de la tarea de asignar título al gráfico, en la que se requiere de abstraer, desde el

gráfico, las variables, la relación entre las mismas y el fenómeno estudiado para generar una síntesis. Igualmente, fallan en la tarea de reconocer los términos usados en las gráficas y en especial cuando esto requiere de la puesta en relación de dichos términos con otros incluidos o no en el gráfico. Por las mismas razones, los estudiantes de ambos grupos presentan una ejecución bastante baja en todas las tareas que implican operaciones propias del nivel conceptual, y en especial de aquéllas que requieren ir más allá de la aplicación simple de las expresiones algebraicas y de los conceptos y las variables incluidas en las representaciones gráficas. Esta conclusión permite inferir, en primer lugar, que los procesos educativos de los que han sido objeto ambos grupos de estudiantes han hecho énfasis en los aspectos explícitos e implícitos de la información gráfica, que no requieren de prerequisites conceptuales, en detrimento de aquéllos que sí lo requieren, como la construcción de un título o el reconocimiento de los términos usados en la gráfica. En segundo lugar, que en estos mismos procesos no se concibe a las representaciones gráficas cartesianas como herramientas para construir significados acerca de los fenómenos y, por lo tanto, como instrumentos a partir de los cuales se puedan construir síntesis conceptuales con base en los mismos o elaborar explicaciones y predicciones sobre el comportamiento de dichos fenómenos.

Por otro lado, al interior de dichos procesos educativos, es posible que la frecuencia con la que se llevan a cabo algunas prácticas en las aulas de ciencias facilite o dificulte al estudiante la ejecución de ciertas tareas. Así, la utilización frecuente de las expresiones algebraicas para la resolución de problemas de tipo cuantitativo puede facilitarle la ejecución de las tareas propias de los niveles implícito y conceptual en las que se requiere la aplicación de expresiones algebraicas. También, el uso frecuente de gráficas con líneas rectas podría aumentar la familiaridad de los estudiantes con este tipo de gráficas, reduciendo las demandas para la memoria de trabajo del estudiante cuando interpreta este tipo de gráficas (Lewalter, 2003).

Por el contrario, la poca frecuencia con la que se realizan otras actividades en clase de ciencias puede influir negativamente en el desempeño que presentan los estudiantes en la ejecución de las diversas operaciones de procesamiento de la información gráfica. Así, la poca frecuencia con la que los estudiantes analizan en las aulas el carácter de las relaciones expuestas por los gráficos cartesianos (Bowen, Roth y McGinn, 1999; Pratt, 1995) podría dificultarles llevar a cabo tareas indicadoras propias de nivel implícito, como identificar la relación expuesta en la gráfica estableciendo la covariación de las variables o su comportamiento en un segmento de la línea gráfica. Igualmente les dificultaría llevar a cabo las tareas de tipo conceptual en las que se requiera ir más allá de la aplicación de las expresiones algebraicas. Así mismo, si los estudiantes tienen pocas oportunidades para manipular variables asociadas a gráficas cartesianas fruto del trabajo experimental (Janvier, 1981, 1983; Leinhard, Zalavsky y Stein, 1990), cuando ellos interpreten este tipo de gráficas se verán influenciados por un efecto de fijación de la atención al contexto experimental y, con ello, sólo a los puntos que ya

se encuentran ubicados en el plano. Esto les dificultaría la lectura de datos y en particular las tareas de interpolación y extrapolación de datos. Por último, el poco uso de gráficas con líneas curvas las haría extrañas (no familiares) para los estudiantes. Así, cuando ellos analicen este tipo de gráficas, las verán como contenidos novedosos que sobrecargarán su memoria de trabajo y, por ende, les dificultarán la ejecución de las diversas tareas de interpretación de gráficas. Esta dificultad podría acentuarse por la tendencia de los estudiantes a concebir todas las líneas gráficas como rectas (Lehnhard, Zalavsky y Stein, 1990).

2. De forma global, las características que aumentan la complejidad de la información presentada en las gráficas, así como la complejidad de las tareas que requieren de las operaciones pertenecientes a los niveles de comprensión implícita y conceptual, aumentan la dificultad para realizar dichas operaciones. Entre estas características están la presentación de más de una gráfica o de más de una línea, la forma curva de las líneas o el hecho de que ésta no pase por el origen si es recta, la naturaleza inversamente proporcional de la relación, el uso de un grupo de datos adjunto y la exigencia de la tarea de realizar inferencias en las que deban utilizarse conceptos diferentes a las variables relacionadas e ir más allá del simple uso de la expresión algebraica.

También de forma global, las características que simplifican y reducen la complejidad de las gráficas cartesianas como de las tareas a ejecutar, y que aumentan el nivel de familiaridad de los estudiantes con ambas, pueden facilitar la ejecución de las tareas propias tanto del nivel de comprensión implícita como del nivel conceptual. Estas características son: la inclusión de una única gráfica con una línea recta que pase por el origen, la expresión de una relación directamente proporcional, un grupo de datos adjunto a la gráfica, un alto volumen de información dentro de esta gráfica, y el hecho de que la tarea presente como único requisito reconocer la expresión algebraica.

El efecto de las características que hacen complejas a las gráficas y a las tareas sobre la ejecución de las operaciones de los niveles implícito y conceptual puede deberse a que éstas aumentan el número de elementos significativos a tener en cuenta en la gráfica para su conversión en enunciados o ecuaciones y, por ende, la incongruencia entre ellas y los otros tipos de representaciones. Esto es porque dificultan dicha conversión (Duval, 1999), que es necesaria para la realización de las tareas indicadoras. Por el contrario, las características, tanto de las gráficas como de las tareas que aumentan su simplicidad y familiaridad, aumentarían la congruencia entre las gráficas y otros tipos de representaciones (ecuaciones o enunciados) facilitando la conversión y, por lo tanto, la ejecución de las tareas indicadoras, además de reducir la complejidad de la abstracción implicada en la ejecución de las tareas conceptuales (Guthrie, Weber y Kimmerley, 1993), y evitar procesamientos adicionales de la información, aliviando la carga de la memoria de trabajo del estudiante (Seufert, 2003; Goldman, 2003).

3. Al parecer, la formación académica sólo diferencia el desempeño de los dos grupos en los aspectos explícitos

e implícitos de la comprensión gráfica. Estas diferencias de desempeño para dos tareas del nivel explícito (identificación de variables y lectura de datos) y dos del nivel implícito (identificación de la relación y reconocimiento de términos) pueden deberse a que para el grupo de licenciatura en química los prerrequisitos conceptuales necesarios para llevar a cabo estas tareas forman parte de su conocimiento activado (no inerte), mientras que no ocurre así para el grupo de bachillerato (Seufert, 2003). Por otro lado, es posible que los estudiantes de bachillerato posean y usen menos instrumentos conceptuales (Bowen, Roth y McGinn, 1999) para ejecutar dichas tareas en las que se requiere de un mayor uso de estos conceptos (Seufert, 2003; Lewalter, 2003).

RECOMENDACIONES

Las conclusiones alcanzadas en este estudio permiten efectuar las siguientes recomendaciones sobre las actividades didácticas a realizar en clase de ciencias y que están relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas:

1. Es aconsejable aumentar la frecuencia con la cual los estudiantes participan en actividades en las que puedan relacionar variables asociadas a campos experimentales y dominios de datos específicos, y en las que estas relaciones no respondan únicamente al patrón de una función lineal directamente proporcional. Esto tendría el fin de aumentar la familiaridad de los estudiantes con este tipo de gráficas cartesianas y de ofrecer oportunidades para construir una noción de *variable* más relacionada con el comportamiento de un grupo de datos pertenecientes a un dominio experimental. Así mismo, sería recomendable proveer oportunidades para que los estudiantes puedan enfrentarse a tareas en las cuales deban realizar la conversión entre diferentes tipos de representaciones, y en especial en las que las representaciones entre las que se realiza la conversión no sean congruentes. Es decir, en tareas como la conversión de una gráfica cartesiana en una expresión algebraica adecuada o la clasificación de las relaciones inversamente proporcionales expuestas en gráficas con varias líneas curvas, y con poca información en su interior.

2. Es importante que en las aulas de ciencias se cambien las actividades dirigidas a conseguir aprendizaje a corto plazo y de corte memorístico, como la aplicación irreflexiva de una o varias expresiones algebraicas para resolver problemas de lápiz y papel, por otro tipo de actividades entre las cuales podrían contarse: el análisis del carácter de las relaciones que se presentan entre las variables que intervienen en los sistemas a estudiar; la determinación de la forma en la cual covarían dichas variables con el fin de elaborar conclusiones o reglas válidas acerca del comportamiento de los fenómenos; la predicción del comportamiento que presentan las variables a través de la información proporcionada por diferentes tipos de representaciones (tablas de datos, gráficas cartesianas u otros resultados experimentales) o la generación de explicaciones a otras situaciones utilizando dicha in-

formación. Es importante anotar que cuando dichas actividades tomen como base la información aportada por una representación gráfica cartesiana, deberían presentar niveles de complejidad y de incongruencia con otros registros semióticos (como el lenguaje natural o las expresiones algebraicas), que aumenten progresivamente, con el fin de favorecer la familiarización del estudiante con gráficas cartesianas complejas y con la realización de múltiples operaciones de conversión entre representaciones, que posibiliten un aprendizaje multirregistro y a largo plazo de los conocimientos científicos.

3. Las actividades de interpretación de las representaciones gráficas propuestas a los estudiantes, como el reconocimiento de los patrones de comportamiento de las variables, de los términos incluidos en el gráfico o la elaboración de conclusiones, explicaciones y predicciones a partir de la información proporcionada por él, deben ser acompañadas de ayudas explícitas como información sobre las variables y su relación, gráficas complementarias u otros elementos conceptuales, ya que su realización requiere de un fuerte soporte conceptual que muchas veces los estudiantes no poseen. Así mismo, durante la realización de estas actividades, el docente podría orientar la atención de los estudiantes sobre toda la representación gráfica. Esto, con el fin de que realicen un análisis cualitativo de la misma, en el que procesen el

mayor número de elementos informativos, consiguiendo así mejorar sus actividades de interpretación.

4. Debido a que los resultados de esta investigación mostraron que es posible que la formación académica sólo influya sobre la comprensión de la información explícita e implícita de las gráficas, mas no sobre la comprensión de su información conceptual, se hace necesario llevar a cabo investigaciones para determinar cuál es el efecto de dicha formación sobre esta comprensión, y para establecer cuáles son las prácticas de construcción e interpretación de gráficas que se llevan a cabo en las aulas de ciencias en diferentes niveles educativos. Esto, con el fin de saber si dicha formación y sus prácticas están dotando o no a los estudiantes de los conocimientos necesarios para interpretar adecuadamente la información ofrecida por las representaciones gráficas cartesianas.

AGRADECIMIENTOS

La elaboración de este artículo ha sido posible gracias a la colaboración de la Agencia Española de Cooperación Internacional AEI, el Instituto Colombiano para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología «Francisco José de Caldas» COLCIENCIAS y la Universidad de Antioquia.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AINLEY, J., NADI, H. y PRATT, D. (2000). The construction of meaning for trend in active graphing. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, pp. 85-114.
- BENGTSSON, L.A. (1999). Dimensions of performance in the interpretation of diagrams, tables and maps: some gender differences in the swedish scholastic aptitude test. *Journal of Research of Science Teaching*, 36(5), pp. 565-582.
- BERG, C.A. y SMITH, P. (1994). «Assesing Students» abilities to construct and interpret line graphs: disparities between multiple-choice and free-response instruments. *Science Education*, 78(6), pp. 527-554.
- BLUBAUGH, W.L. y EMMONS, K. (1999). Algebra for all. Graphing for all students. *Mathematics Teacher*, 92(4), pp. 323-334.
- BOWEN, G.M., ROTH, W.M. y MCGINN, M.K. (1999). Interpretations of graphs by university biology students and practicing scientist. Toward a social practice view of scientific representation practices. *Journal of Research in Science Teaching*, 36(9), pp. 1.020-1.043.
- BROWN, J.S., COLLINS, A. y DUGUID, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18, pp. 32-42.
- CAMPANARIO, J.M. y OTERO, J.C. (2001). Errores y distorsiones en las representaciones gráficas que aparecen en la prensa. *Enseñanza de las Ciencias*, número extra VI Congreso, p. 139.
- CARPENTER, T.P., CORBIT, M.K., KEPNER, H.S., Jr. LINQUIST, M.M. y REYS, R.E. (1981). *Results from the second mathematics assessment of the National assessment of Educational Progress*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- DUVAL, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle y Peter Lang S.A. Cali.
- DUVAL, R. (1988). Graphiques et équations. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*, 1, pp. 235-253.
- GARCÍA, J. y CERVANTES, A. (2004). Las representaciones gráficas cartesianas en los libros de texto de ciencias. *Alambique*, 41, pp. 99-108.
- GARCÍA, J. (2005). El uso y el volumen de información en las representaciones gráficas cartesianas presentadas en los libros de texto de ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(2), pp. 181-200.
- GOLDMAN, S.R. (2003). Learning in complex domains: when and why do multiple representations help? *Learning and Instruction*, 13(2), pp. 239-244.
- GREENO, J. (1998). The situativity of knowing, learning and research. *American Psychologist*, 53(1), pp. 5-26.
- GUTHRIE, J.T., WEBER, S. y KIMMERLEY, N. (1993). Searching documents: Cognitive processes and deficits in understanding graphs, tables and illustrations. *Contemporary Educational Psychology*, 18, pp. 186-221.
- JANVIER, C. (1981). Difficulties related to the concept of variable presented graphically, en Comiti, C. (ed.). *Proceedings of the fifth International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, pp. 189-193. Grenoble, France: IGPME.
- JANVIER, C. (1983). Teaching the concept of function. *Mathematical Education for Teaching*, 4(2), pp. 48-60.
- KOLATA, G. (1984). The proper display of data. *Science*, 226, pp. 156-157.
- KOZMA, R. (2003). The material features of multiple representations and their cognitive and social affordances for science understanding. *Learning and Instruction*, 13(2), pp. 205-226.
- KUCHEMAN, D. (1984). Stages in understanding algebra. *Journal of Structural Learning*, 8, pp. 113-124.
- LAVE, J. (1993). The practice of learning, en Chaiklin, S. y Lave, J. (eds.). *Understanding Practice: Perspectives on Activity and Context*, pp. 3-32. Cambridge: Cambridge University Press.
- LEINHARDT, G., ZALAVSKY, O. y STEIN, M.K. (1990). Functions, Graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), pp. 1-64.
- LEWALTER, D. (2003). Cognitive strategies for learning from static and dynamic visuals. *Learning and Instruction*, 13(2), pp. 177-189.
- MCKENZIE, D.L. y PADILLA, M.J. (1986). The construction and validation of the graphing in science (togs). *Journal of Research in Science Teaching*, 23(7), pp. 571-579.
- PADILLA, M.J., MCKENZIE, D.L. y SHAWN, E.L. Jr. (1986). An examination of the line graphing ability of students in grades seven through twelve. *School Science and Mathematics*, 86(1), pp. 20-25.
- PAPERT, S. (1993). *The Childrens Machine: Rethinking the School in the Age of the Computer*. Nueva York: Basic Books.
- PRATT, D. (1995). Young children's active and passive graphing. *Journal of Computer Assisted Learning*, 11, pp. 157-169.
- POSTIGO, Y. y POZO, J.I. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1.000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y Aprendizaje*, 90, pp. 89-110.
- RESNICK, L. (1988). Learning in school an out. *Educational Researcher*, 16(9), pp. 13-20.
- ROTH, W.M. y MCGINN, M.K. (1997). Graphing: Cognitive ability or practice. *Science Education*, 81, pp. 91-106.
- SCHNOTZ, W. (1993). On the relation between dual coding and mental models in graphics comprehension. *Learning and Instruction*, 3, pp. 247-249.
- SEUFERT, T. (2003). Supporting coherence formation in learning from multiple representations. *Learning and Instruction*, 13(2), pp. 227-237.
- SWATTON, P. y TAYLOR, R.M. (1994). Pupil performance in graphical task and its relationship to the ability to handle variables. *British Educational Research Journal*, 20, pp. 227-243.
- WAGNER, S. (1981). Conservation of equation and function under transformations of variable. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12(2), pp. 107-118.

[Artículo recibido en marzo de 2005 y aceptado en junio de 2006]

ANEXO 1

PRUEBA 1. SOBRE LA COMPRENSIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS

Nombre y apellidos:

Edad: Curso: Nivel educativo:

Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de física y química, y de química del bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y sólo serán utilizados con fines de investigación. Después de analizar la información presentada en las gráficas incluidas en el anexo, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber respondido la anterior. Recuerda: siempre que creas no tener respuesta a la pregunta, puedes contestar «no sé»).

1) Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en las gráficas 10.12 y 10.13 e identifica cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente en cada una de ellas.

2) En la gráfica superior 10.12 a una presión de 2 atmósferas, ¿qué valor del volumen crees que le correspondería? De la misma forma, en la gráfica 10.13 a una presión de 2 atmósferas, ¿qué valor del inverso del volumen crees que le correspondería?

3) Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica 10.12:

4) ¿De las siguientes expresiones algebraicas cuál crees que es la más adecuada para describir las relaciones expuestas en las gráficas 10.12 y 10.13, respectivamente?

a. $P \cdot V = K$, $P = K/V$ b. $P = K \cdot V$, $P \cdot V = K$ c. $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$, $V = K \cdot P$ d. No sé

5) ¿Si pudieses clasificar la relación descrita en la gráfica 10.12, ¿cómo la clasificarías?

- a. Directamente proporcional entre la presión y el volumen de un gas a temperatura constante
- b. Inversamente proporcional entre la presión y el volumen de un gas a temperatura constante
- c. Ninguna de las anteriores
- d. No sé

6) Las unidades de medición utilizadas en las gráficas 10.12 y 10.13 son respectivamente las siguientes:

a. mm de Hg - cm^3 , mm de Hg - $1/\text{cm}^3$ b. Atmósferas - cm^3 , Atmósferas - $1/\text{cm}^3$
c. Atmósferas - cm^3 , Atmósferas - cm^3 d. No sé

7) A partir de la información proporcionada por las gráficas 10.12 y 10.13 y de las relaciones que en ellas se exponen, elabora una conclusión que sea de carácter general sobre el comportamiento de los gases. Es decir, formula un enunciado que represente una ley sobre su comportamiento.

8) Basándose en la información proporcionada por las gráficas 10.12 y 10.13, elabora una explicación para el siguiente fenómeno: «Los astronautas antes de salir de sus naves al espacio sideral deben pasar por una cámara de despresurización e ir vestidos con traje de escafandra presurizada».

9) Basándose en la información proporcionada por las gráficas 10.12 y 10.13, resuelve el siguiente problema:

Si un determinado gas ocupa 250 cm^3 a una presión de 0,5 atmósferas, ¿qué volumen ocuparía el gas cuando la presión a la que está sometido se haga igual a 2 atmósferas si la temperatura se mantiene constante?

Gráfica propuesta para el análisis:

Relación entre el volumen y la presión. Ley de Boyle-Mariotte:

Robert Boyle, en el año 1662, sometiendo un gas a distintas presiones pero manteniendo constante la temperatura, llegó a obtener datos como los que se recogen en la tabla 10.1. Al representar p en función de V obtenemos la gráfica de la figura 10.12.

p	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60
V	37,50	30,00	25,00	21,43	18,75

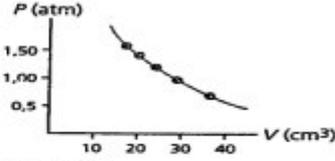


Figura 10.12.

Si representamos p en función de la inversa del volumen obtenemos la gráfica de la figura 10.13.

p	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60
$1/V$	0,027	0,033	0,040	0,047	0,053

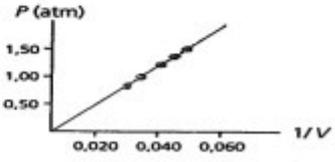


Figura 10.13

Fuente: De Manuel E., Balibrea S., Jiménez M. y Martínez M.L. (1996). *Física y química 1. Bachillerato LOGSE*. Editorial Algaída. Madrid. p. 148.

A continuación se incluyen sólo las gráficas propuesta para el análisis en las pruebas 2 a 9. El texto de las pruebas no se incluye por razones de espacio.

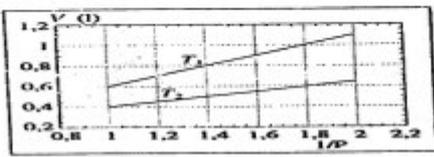
ANEXO 2

Gráfica propuesta para el análisis en la prueba 2

Robert Boyle en el año de 1662 experimentó con gases sometidos a distintas presiones pero manteniendo siempre constante la temperatura. A partir de los experimentos de Boyle se pueden obtener gráficos como el representado en el problema 30, en el que V está en función de $1/P$. Los datos correspondientes a la gráfica de la figura 11.28 del problema 30 son:

Para la curva T_1	V	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
	$1/P$	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
Para la curva T_2	V	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65
	$1/P$	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2

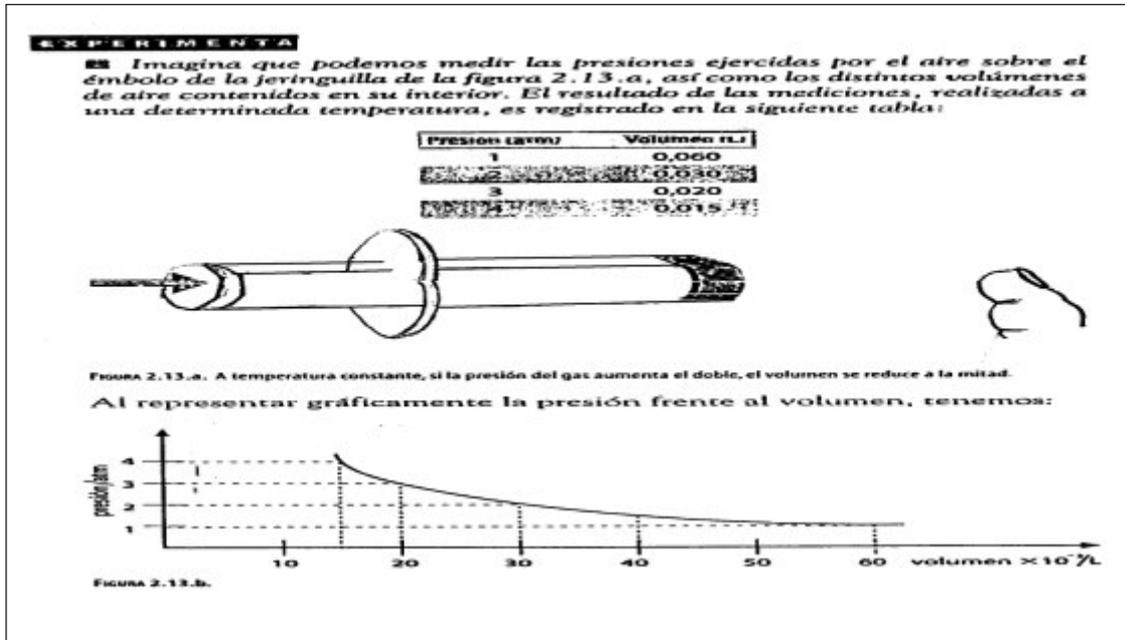
30 En las gráficas de la Figura 11.28 se han representado valores de p y V de dos masas iguales del mismo gas, a temperaturas distintas. T_1 y T_2 . ¿Cuál es la gráfica correspondiente al gas de mayor temperatura?



Fuente: Savirón J.M., Moreno A., Pastor J.M. y Benedí A. 2000. *Física y química 1. Bachillerato LOGSE*. Mc Graw Hill. Madrid, p. 202.

ANEXO 3

Gráfica propuesta para el análisis en la prueba 3

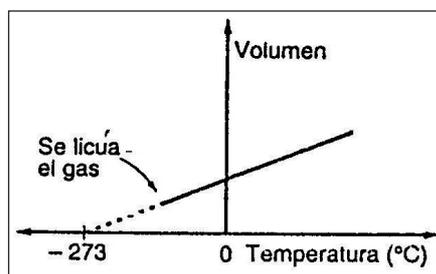


Fuente: Ballesteros, M. y Bario, J. 1999. *Física y química. Ciencias de la naturaleza y de la salud / Tecnología*. Oxford University. Navarra, p. 40.

ANEXO 4

Gráfica propuesta para el análisis en la prueba 4

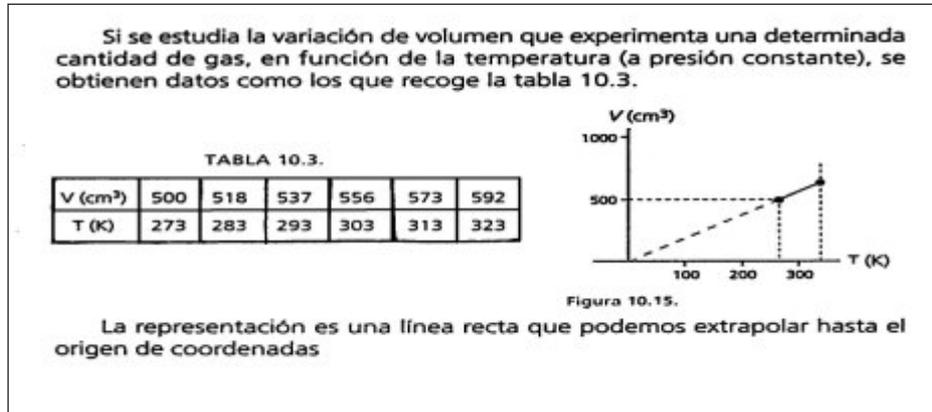
El estudio de la variación del volumen que experimenta una determinada cantidad de gas en función de la temperatura (a presión constante), puede dar lugar a la construcción de una gráfica como la que aquí se presenta. La representación es una línea recta que se puede extrapolar hasta el punto en el cual el valor de las ordenadas es igual a cero.



Fuente: Satoca, J., Tejerina, F. y Dalmau, J.F. (2000). *Física y química. Andalucía 1*. Anaya. Barcelona, p. 209.

ANEXO 5

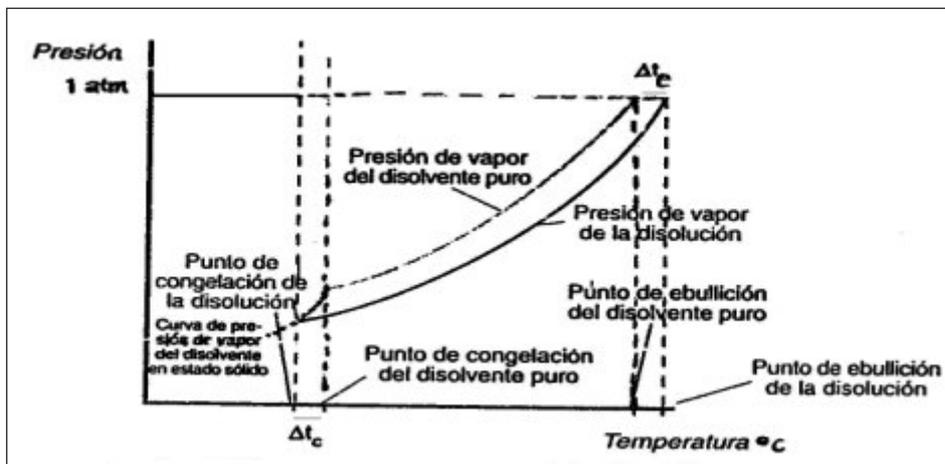
Gráfica propuesta para el análisis en la prueba 5



Fuente: De Manuel, E., Balibrea, S., Jiménez M. y Martínez, M.L. (1996). *Física y química de 1. Bachillerato LOGSE*. Editorial Algaída. Madrid, p. 149.

ANEXO 6

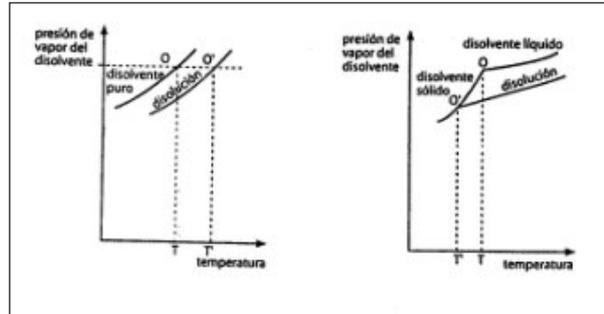
Gráfica propuesta para el análisis en la prueba 6



Fuente: García, T., Cantor, M.S., García, J.R. y Rodríguez, J. 1998. *Física y química bachillerato*. Guadiel. Barcelona, p. 229.

ANEXO 7

Gráfica propuesta para el análisis en la prueba 7



Fuente: Ballesteros, M. y Bario, J. 1999. *Física y química. Ciencias de la naturaleza y de la salud / Tecnología*. Oxford University. Navarra, pp. 71-72.

ANEXO 8

Gráfica propuesta para el análisis en la prueba 8

Existe una clase de reacciones, en las cuales el proceso químico se debe representar a través de una doble flecha de la siguiente forma:

$$aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$$

En esta clase de reacciones

V_d = velocidad de formación de los productos y

V_i = velocidad de descomposición de los productos.

Dentro de esta clase de reacciones se encuentra la reacción que se produce entre el yodo y el hidrógeno gaseosos, que encerrados en un matraz reaccionan formando yoduro de hidrógeno.

$$I_{2g} + H_{2g} \rightleftharpoons 2HI_g$$

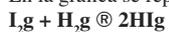
El estudio de esta reacción, permite la elaboración de la siguiente gráfica:

Agustech, M., del Castillo, V., del Barrio, J.I. y Romo, N. 1996. *Física y química. Ciencias de la naturaleza y de la salud / Tecnología*. SM. Madrid.

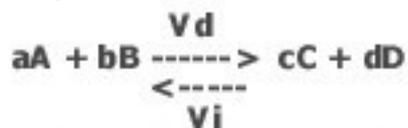
ANEXO 9

Gráfica propuesta para el análisis en la prueba 9

En la gráfica se representa la siguiente reacción:



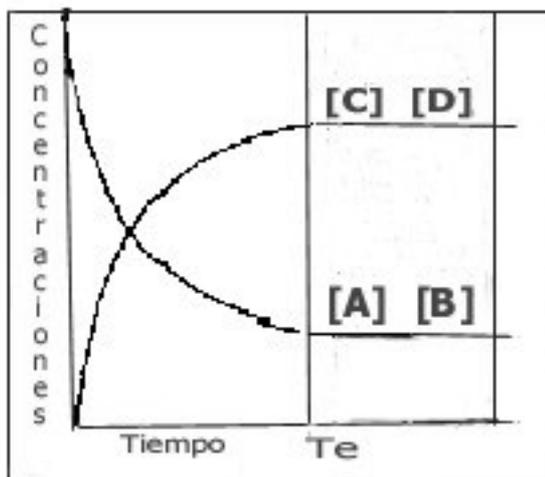
Así pues tenemos una reacción



Donde

Vd=Velocidad de formación de los productos

Vi= Velocidad de descomposición de los productos



Savirón, J.M., Moreno, A., Pastor, J.M. y Benedí, A. (2000). *Física y química 1. Bachillerato LOGSE*. Mc Graw Hill. Madrid, p. 142.