

EL PAPEL DE LA MATEMATICA EN EL PROCESO EDUCATIVO INICIAL

DE GUZMAN, M.

Catedrático de la Universidad Autónoma de Madrid

SUMMARY

A short analysis of the educational values of Mathematics and of the main defects that can be observed in the current trends in Spanish primary and secondary schools, together with some remedial suggestions.

1. EDUCACION COMO TRANSMISION DE CULTURA

Educación es desarrollo integral de la persona dentro de un determinado contexto cultural y social. Comporta por tanto un proceso de transmisión de una cultura y, al tiempo, una preparación para la posible superación de la Cultura transmitida.

La cultura connota un sinfín de componentes no fácilmente definibles, pero entre ellas se pueden destacar como fundamentales *la actividad intelectual y la receptividad a la belleza y sensibilidad humanas*, como afirma Whitehead, (1917). Estas características están necesariamente sumergidas en un momento histórico y en un ambiente geográfico y social determinados. Se trata de elegir convenientemente los elementos que tales circunstancias concretas ofrecen para iniciar a las generaciones jóvenes en el ejercicio de la cultura.

Desde el punto de vista formal, la actividad intelectual conlleva un contenido sobre el que se ejercita y un estilo adecuado de ejercitarse. De cada uno de los aspectos de la cultura que nuestra sociedad juzga merecedores de perpetuarse por su fecundidad, utilidad, belleza, etc... es necesario seleccionar cuidadosamente aquellos que más adecuadamente representan los valores a transmitir.

Puesto que lo que debe transmitirse no son meros contenidos, sino un espíritu de actividad intelectual, el estilo adecuado de transmisión será el que más eficazmente estimule la propia actividad. *No interesa en absoluto transmitir muchos conocimientos, sino transmitir mucha capacidad de actividad intelectual alrededor de unos pocos conocimientos representativos*. Puesto que se pretende transmitir también una capacidad de superación de la cultura heredada, *es importante transmitir una comprensión en profundidad que engendre la actividad del espíritu crítico acerca de su propio saber*.

La formación para la receptividad a la belleza requiere tener bien claro el tipo y características de belleza que puedan encontrarse en el objeto en que nos ejercitamos. Será pues necesario escoger aspectos de este objeto en que mejor resplandezca la belleza propia de él. Aquellos aspectos ante los que el educador mismo es capaz de vibrar con más entusiasmo estético.

La apertura a la sensibilidad humana puede ser fomentada resaltando los elementos que el objeto en cuestión presenta con resonancias en el resto de la actitud profunda del hombre. La personalidad de los hombres que se han ejercitado con más entusiasmo e inspiración en él. La génesis y evolución de las ideas importantes, el entronque con la historia de la sociedad que les ha dado origen, etc... son aspectos que deberíamos subrayar en el proceso de transmisión de los diferentes aspectos importantes de nuestra cultura.

2. LA PRESENCIA DE LA MATEMATICA EN EL PROCESO EDUCATIVO

La presencia vigorosa de la matemática en el proceso educativo es algo que nadie discute hoy seriamente. Los aspectos más característicos del pensamiento occidental, su filosofía, su tecnología, están íntimamente ligados al pensamiento matemático, de forma especialmente profunda a partir del siglo VI a. de C. con los pitagóricos. Los momentos más pujantes de la cultura de occidente coinciden con los momentos de cultivo más intenso de la matemática, arrastrando consigo las otras ciencias en su desarrollo y propiciando la evolución tecnológica.

La matemática ha sido y es un saber extraordinariamente polivalente y como tal presenta características que la hacen extraordinariamente adecuada para la

transmisión de las capacidades propias de nuestra cultura. La matemática es a la vez:

- a) **Una ciencia** con sus fines propios. Entre ellos la ordenación racional y lógica de los aspectos cuantitativos, en sentido amplio, de las estructuras reales y mentales.
- b) **Un arte**, que consigue, al menos como premio añadido a su esfuerzo por alcanzar sus objetivos específicos, la creación de estructuras mentales profundamente bellas.
- c) **Un instrumento** poderoso de exploración y transformación del universo.

La múltiple aportación de la matemática al proceso educativo es así extraordinariamente valiosa y no es extraño en absoluto que haya sido desde los pitagóricos hasta nuestros días, pasando por el cuádrivio de la edad media, uno de los ejes fundamentales de la educación.

A lo largo de la historia, especialmente durante los últimos cuatro siglos, la sociedad que ha descuidado el cultivo activo de la matemática y de la ciencia ha visto sus potencialidades extraordinariamente mermadas. Este ha sido en particular el caso de la nuestra, cuya creatividad matemática y científica ha ocupado un lugar tan bajo entre las diferentes sociedades de nuestro continente.

3. ALGUNOS DEFECTOS DE NUESTRA ENSEÑANZA MATEMATICA

A nivel mundial se ha dado una clara y fuerte crisis en la educación matemática elemental. Muchos países ya han tomado las medidas correctivas adecuadas. En el nuestro aún estamos padeciendo las consecuencias. El examen de los defectos principales que se pueden detectar en nuestro sistema educativo (Guzmán, 1983) puede darnos luz para tratar de salir de ellos y no volver a cometerlos.

En la enseñanza básica de nuestros alumnos se observa un aglomerado extraño. Unos rudimentos de teoría de conjuntos, que vienen a constituir unos cuantos acertijos aislados cuya relación con la matemática tal vez consista para los niños en que se pueden expresar con unas palabras mágicas que además tienen su traducción cabalística en símbolos misteriosos. Una iniciación a otra familia de palabras como grupo, elemento neutro, inverso, anillo..., que se les dice que son entes muy importantes, aunque no se les explique muy bien qué se puede hacer con ellos. Y cuentas, que es lo que al parecer tiene algo que ver con la vida real, para averiguar que si en una granja hay veinticinco gallinas, cada una pone dos huevos diarios y la docena se vende a 96 pesetas... A esto se añaden unas pinceladas de rectas, ángulos, curvas, despilfarrando mucha más energía en nombres y distinciones (no se vaya a confundir un ángulo con una región angular) que en tratar de hacer algo interesante con los objetos que se introducen. En resumen, los defectos que, a mi parecer, aquejan

más gravemente la enseñanza primaria podrían resumirse en cuanto a la forma en una notable desviación del objetivo principal de las matemáticas, que consiste en saber resolver problemas que puedan resultar adecuados e interesantes, en una ausencia de espíritu activo, de espíritu lúdico, de conexiones con el mundo real de los niños y sus intereses, en un énfasis excesivo y perjudicial en nombres y distinciones con merma de lo que es mucho más importante, la imagen, la intuición, los automatismos operativos útiles. En cuanto al contenido hay exceso de conjuntos, de álgebra, donde los problemas que se pueden proponer en una etapa inicial son meras tautologías y reconocimiento de nombres. Por otra parte se nota la ausencia de contenidos geométricos interesantes y de conexiones y aplicaciones a otras ciencias.

La enseñanza secundaria está afectada de un mal específico, además de adolecer de las mismas tendencias hacia el formalismo, abstracción y pasividad que enferman la primaria. En la enseñanza de BUP y COU se da además, a mi parecer, una confusión de objetivos que la convierten en una especie de minienseñanza universitaria. La enseñanza básica y la secundaria deberían tener idealmente unos objetivos plenamente diferenciados de los de la enseñanza universitaria. En aquellas, el elemento formativo debería ser claramente el esencial, debiendo estar los contenidos totalmente subordinados en su extensión y en su conformación a la finalidad formativa de estas etapas de la enseñanza. Con la enseñanza secundaria no se debe pretender impartir unos conocimientos que hagan de la personalidad del estudiante un mosaico de miniprofesionales de las diferentes materias. Se debe tratar con ella de ayudarle a conformar su personalidad intelectual mediante la asimilación profunda y activa de unas pocas ideas matrices en algunos campos de las ciencias y de las letras, asimilación realizada pausadamente, de modo vital, entroncando estas ideas matrices con la personalidad de sus descubridores, con la historia de su génesis y su evolución, con muestras de su fecundidad en nuestra cultura actual. En lugar de ello (véanse los libros de texto actuales) se ofrece al estudiante adolescente, muchas veces ávido de un contacto vital de este tipo, largas listas secas y pedantes de meros nombres o de ideas descarnadas de las que pronto se hasta por su aparente inutilidad. La matemática tiene una historia milenaria y apasionante, y constituye toda una aventura del pensamiento observar desde nuestra perspectiva los rodeos, los callejones sin salida aparente, los túneles oscuros, las controversias de la evolución del pensamiento matemático hasta nuestros días. Por otra parte la riqueza de la personalidad de muchos de los matemáticos más eminentes es ciertamente impresionante. La importancia sociológica y cultural de la matemática ha sido grande, especialmente en ciertas etapas de la evolución cultural de Occidente. La simbiosis de las matemáticas con otras ciencias, con la tecnología e incluso con la filosofía presenta aspectos muy interesantes que se prestan a discusión aun al nivel más

elemental. ¿Cuántos de nuestros enseñantes hacen un esfuerzo por entreverar los conocimientos que imparten con explicaciones de este tipo?

4. ALGUNOS MALES CONCRETOS QUE HAY QUE EVITAR

A la vista de los defectos que actualmente sufrimos en nuestra educación matemática podemos tratar de delimitar explícitamente unos cuantos males que deberíamos tratar de evitar en una futura reestructuración de nuestra enseñanza. Estos son:

a) Ideas inertes en los contenidos.

La actividad matemática se debe centrar en unos contenidos adecuados. ¿Cuáles? El principio abstracto es claro: *Aquellos contenidos que mejor estimulen el interés, la acción de los alumnos mismos a quienes se les proponen.* Más adelante trataré de especificar cuáles pueden ser estos contenidos, al menos con algunos ejemplos. Ahora quisiera solamente subrayar que lo que hay que evitar a toda costa son las que Whitehead ha llamado ideas inertes. *Ideas inertes son las que meramente se reciben en la mente, sin ser utilizadas, verificadas o introducidas en combinaciones nuevas.*

Al tratar de concretar los contenidos adecuados habremos de preguntarnos constantemente: ¿Serán los alumnos capaces de hacer algo hoy mismo con esta idea, con esta técnica? ¿Podrán asimilarla ahora mismo hasta el punto de que la incorporen en su esquema mental y pueda surgir espontáneamente en su espíritu ante la situación adecuada? ¿Serán capaces de convertirla hoy en una herramienta activa que les sirva ahora mismo para resolver algún problema que realmente les pueda interesar? ¿O servirá acaso solamente para formar parte de una lista de nombres y de conceptos inútiles que les ayude solamente para responder a las preguntas vacías de un examen y para estimular su propia pedantería? Incluso aquellos contenidos verdaderamente útiles los podemos presentar cargados de lastre conceptual inútil y perjudicial y de terminología pedante que oscurece la idea original que en su génesis presentaba mucho más clara su propia fecundidad.

Para presentar ejemplos de ideas inertes en nuestros actuales contenidos no hay más que ojear someramente los textos ordinarios de nuestra enseñanza básica y secundaria. He aquí unos cuantos:

El tratamiento explícito de elementos de la teoría de conjuntos en EGB y BUP. ¿Acaso hablamos explícitamente a los niños de EGB del principio de contradicción? El niño sabe mucho mejor lo que es un conjunto y las operaciones que con él se pueden hacer antes de que le oscurezcamos la mente con nombres pomposos y disquisiciones totalmente fuera de lugar y de tiempo. Son estructuras fundamentales de la mente sobre las que no sólo es inútil, sino probablemente perjudicial lucubrar a destiempo.

Las pedantes introducciones del número natural que

se suelen encontrar en los textos de los primeros años de EGB. Si no se lo explican el niño sabe lo que es un número. Después de la explicación ya no. ¿Puede hacer algo el niño con tales explicaciones? Esta es probablemente una de las formas de originar los claros bloques psicológicos de tantas y tantas personas adultas inteligentes que confiesan que siempre se les han dado tan mal las matemáticas.

Las disquisiciones sobre grupos, anillos, etc., a nivel elemental. La introducción del álgebra se pensó que podría ser la fuente alternativa de introducción al pensamiento riguroso, tan difícil en la introducción de la geometría del estilo euclídeo. Ha resultado ser fundamentalmente una fuente de ideas inertes, mero reconocimiento de nombres sin interés ninguno para la actividad intelectual del niño.

Las pedantes y filosóficas disquisiciones sobre magnitudes a nivel de enseñanza primaria.

Las lucubraciones academicistas alrededor de los teoremas fundamentales del análisis en la segunda enseñanza. Por ejemplo, la introducción del número complejo, estilo Bourbaki, a través de las clases de congruencia, módulo $x^2 + 1$, del conjunto de los polinomios sobre el cuerpo de los números reales (¡Curso 1º de BUP!).

b) Impreparación de profesores.

Cualquier intento de reforma de la enseñanza matemática está encaminado al fracaso de no contar con profesores capaces y bien preparados. La formación que oficialmente reciben los profesores en las Escuelas Universitarias de Profesorado de EGB es, en mi opinión, claramente insuficiente. Para impartir un conocimiento adecuado, con el espíritu formativo que he recalado antes, habría que saberlo bien a fondo y ser capaz de saborearlo y colocarlo en su perspectiva propia. Para enseñar como 15 hay que saber como 100 y guardarse 85. La pedagogía puede ayudar a comunicar, pero con el que no sabe suficiente no ejercerá milagros. La formación que reciben nuestros licenciados en las Facultades suele estar muy sesgada hacia la investigación matemática. Incluso aquellos que deciden escoger la especialización en didáctica matemática carecen oficialmente de cursos dedicados, por ejemplo, a la historia y evolución de las ideas matemáticas, a las aplicaciones didácticas de los juegos matemáticos o a los problemas clásicos de la matemática y se ven obligados en cambio a seguir cursos superespecializados que poco o nada útil les proporcionan para su futura tarea. Una ordenación más adecuada de la formación de las Escuelas Universitarias de Profesorado de EGB y de las Facultades no sería extraordinariamente difícil.

El paso por cursos de reciclaje y perfeccionamiento del profesorado debería ser, especialmente en tiempos de cambio, no ya una posibilidad fácil de practicar, sino una verdadera obligación. ¿Cómo se puede pretender de otra forma la puesta en práctica de los cambios pro-

fundos que es necesario promover?

c) Textos inadecuados.

Es claro que una gran parte de los profesores de enseñanza básica y media no van a ser capaces de elaborar, ni siquiera sobre la pauta de unos programas ideales, cursos medianamente satisfactorios que los implementen. Por ello se hace clara la necesidad de los libros de textos. De los males de nuestra enseñanza actual una buena responsabilidad incumbe al espíritu predominante en la generalidad de los libros de textos existentes en la actualidad, tanto de EGB como de BUP y COU. Parecen estar escritos para responder a un cuestionario, olvidando totalmente el objetivo primordial de estas etapas de la enseñanza, la formación de la personalidad integral del alumno utilizando como medio su contacto con el mundo de la matemática. Hay en particular muchos textos de BUP y COU que han confundido su orientación totalmente y se asemejan mucho más a los textos universitarios que a los textos de orientación básica y formativa que serían adecuados para esta etapa.

d) Exámenes y controles que impiden un proceso verdaderamente formativo.

Este es un problema verdaderamente difícil de resolver. Establecemos un programa y en algún punto del proceso educativo decidimos realizar un control del grado de asimilación de dicho programa por parte de los estudiantes. Muchas veces con hondos repercusiones para los estudiantes y para los centros mismos en que se forman. No tardan en hacerse notar los efectos perniciosos. Los profesores comienzan a enseñar para cubrir el programa y para nada más, olvidando su labor más propia de sabor formativo. Los estudiantes se hacen, si pueden, con un cuestionario y miden su provecho por la capacidad de responder eficientemente a él. Los Centros se consideran eficaces si una buena parte de sus estudiantes logran calificaciones satisfactorias en los controles establecidos. Y el proceso todo queda pervertido en su raíz. El objetivo fundamental se convierte en la preparación eficiente para pasar un examen, relegando a segundo término los objetivos formativos que son más difícilmente medibles.

Tal vez una buena sugerencia podría ser someter a controles directos, no a los estudiantes mismos, sino a los profesores y los centros, inspeccionando sus programas y su capacidad de desarrollarlos, y supervisando simplemente los controles de éstos sobre sus propios estudiantes.

5. ¿CUALES SON LOS CONTENIDOS ADECUADOS EN LA EDUCACION MATEMATICA HOY?

Teniendo en cuenta el carácter polivalente de la matemática y los objetivos de la educación general apuntados antes, a la hora de indicar más concretamente los

contenidos podemos señalar los cuatro encasillamientos siguientes.

a) *Bagaje necesario.* Los contenidos bajo este epígrafe deberían responder a los requisitos de equipamiento mínimo que un ciudadano medio de nuestra sociedad debería poseer. A través de ellos se abre ante los ojos todo el mundo de aplicaciones potentes de las matemáticas, incluso de las más elementales. No trataré de señalar pormenorizadamente cuáles deberían ser, pero no es difícil indicar con ejemplos el tipo de conocimientos que deberían estar entre ellos.

1. Técnicas operativas manuales.
2. Manejo de los instrumentos de cálculo. Calculadoras.
3. Ideas sobre ordenadores. Introducción a la informática básica.
4. Ideas geométricas fundamentales. Curvas. Construcción e interpretación de planos y mapas. Tratamiento del espacio adecuado.
5. Funciones. Tratamiento matemático de la dependencia.
6. Gráficas y su interpretación matemática.
7. Probabilidad. Significado. Estadísticas. Aplicaciones.

b) *Matemática como ciencia.* Los contenidos de este apartado responden a la intención de abrir el camino a los estudiantes hacia una visión profunda de la matemática, haciéndoles explorar someramente sobre el campo matemático la posibilidad de construcción racional de la ciencia. Se trata de introducirles a la actividad intelectual abierta a su propia superación. *No se debería tratar aquí de enseñarles muchos conocimientos. Se trata más bien de ponerles en situación de dominar unos pocos con los que verdaderamente puedan ejercitar su propia actividad intelectual creativa.* Entre los más adecuados, a mi parecer, deben figurar:

1. Introducción a la teoría elemental de números.
2. Una introducción adecuada a la construcción racional de la geometría. (Huyendo de abstracciones y rigorismos excesivos, con fuerte apoyo en la intuición espacial y con adecuado énfasis en la construcción racional).
3. Ideas fundamentales de combinatoria. Aplicaciones.
4. Manejo de funciones sencillas. Aproximación. Polinomios.

c) *Matemática como arte y juego.* Los contenidos de este sabor están destinados a ejercitar la contemplación y creación de la belleza característica de las matemáticas y el espíritu y actividad lúdica alrededor de ellas. Existe una gran porción del saber matemático que ha sido motivado en su origen por el juego y el placer estético y, ciertamente, la dedicación intensa a su ciencia de una buena parte de los matemáticos de todos los tiempos ha estado y está apoyada fuertemente en esta componente artística y lúdica de la matemática.

No es difícil escoger resultados bien asequibles de la

teoría elemental de números (por ejemplo, la demostración de la existencia de infinitos números primos), de la geometría elemental (por ejemplo, concurrencia de las alturas de un triángulo, círculo de los nueve puntos), de la topología elemental (los 7 puentes de Königsberg, las tres granjas y los tres pozos), donde este aspecto estético y lúdico se puede hacer bien patente. El valor formativo y estético de la dominación racional de la intuición espacial se podría lograr mediante la selección adecuada de unos cuantos de estos resultados.

d) *Matemática como actividad humana.* Los contenidos aquí enmarcados deberían estar destinados a hacer sentir el carácter profundamente humano de la actividad matemática. Por medio de su historia, la biografía de sus hombres, los impactos sobre el pensamiento general, filosófico, sobre la historia de la sociedad.

No es necesario esperar a acumular muchos conocimientos matemáticos para poder hacer estos aspectos bien patentes. La receptividad a este tipo de conocimiento por parte de los jóvenes es enorme por las implicaciones humanas que su espíritu desea vivamente conocer. Representa un fuerte estímulo para muchos este contacto vital con la historia y las personalidades tan ricas del mundo matemático.

Es fácil ver cómo con un poco de esfuerzo y con textos adecuados se puede realizar esta labor:

1. Génesis de las ideas matemáticas barajadas en la enseñanza elemental. Historia de las ideas elementales de la matemática.
2. Biografía de matemáticos importantes.
3. Poder de las ideas matemáticas. Impactos sobre la filosofía, la sociedad, la historia.

Al distribuir estos contenidos en las cuatro secciones indicadas no quisiera ser mal interpretado. No se trata de compartimientos estancos. Un mismo conocimiento

matemático puede prestarse muy bien a estos cuatro tipos de actividad intelectual en torno a él. La educación procede unitariamente, no por acumulación de saberes y técnicas. Es el educador quien debe ser capaz de vibrar con cada una de las facetas de la actividad matemática y señalarlas explícitamente en el momento oportuno.

6. EL ESTILO ADECUADO DE LA ACTIVIDAD MATEMATICA

La matemática es esencialmente actividad, puesto que es muy fundamentalmente método de pensamiento para resolver situaciones-problema reales y mentales. La actividad matemática se ejercita mediante el enfrentamiento con problemas adecuados al estadio del desarrollo del individuo que la practica.

Lo más importante es, por tanto, *hacer* y hacer de tal modo que el individuo quede capacitado para hacer de modo autónomo e incluso para ir más allá. Será necesario, por lo tanto, *entender*, pero sin exageraciones.

Un deseo de rigor prematuro, una meticulosidad excesiva, a destiempo, un encorsetamiento rígido de la intuición pueden paralizar la actividad.

El método de enseñanza más adecuado será, por consiguiente, el que mejor estimule la actividad intelectual del individuo y este es el *basado fundamentalmente en problemas y aplicaciones* entroncadas en situaciones de interés para él. El método basado en problemas interesantes estimula fuertemente al individuo para hacerse capaz de crear combinaciones nuevas con las ideas e instrumentos que ya posee. Esta es la base del progreso.

La actividad matemática debe ir acompañada con cierto énfasis, por parte del educador, en el poder, la belleza, el sentido humano y profundo de las ideas que se manejan, aprovechando para ello todas las ocasiones que la misma materia proporciona.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

DE GUZMAN, M., 1983, Sobre la educación matemática, *Revista de Occidente*, vol. 26, pp. 37-48.

WHITEHEAD, A.N., 1961, *The Aims of Education and Other*

Essays, en *Alfred North Whitehead. An Anthology Selected by F.S.C. Northrop and M.W. Gross* (Mac Millan: N.Y.).