

LAS PRUEBAS DE MATEMATICAS EN LOS EXAMENES DE ACCESO

PASTOR, J. (*)

Catedrático I.B. Sorolla (Valencia)

(*) Este trabajo se ha elaborado en base al material del proyecto «Las matemáticas en la formación del universitario actual: problemática del acceso y análisis documental de planes de estudio», aprobado en el X Plan Nacional de Investigación Educativa, en cuya realización tomó parte el autor.

SUMMARY

First, we describe the organization peculiarities of the final test papers for Secondary Schools in various countries with regards to mathematics. In the second part of our paper we consider some relevant cases including, of course, the Spanish one. Finally, we offer different alternatives in order to improve the above mentioned test papers.

1. EL MARCO GENERAL

Las pruebas de acceso tienen en los distintos países europeos una doble función: por un lado señalan el final de una instrucción general para un colectivo, cada vez mayor, de la población; por otro, permiten el paso a una instrucción superior. Tales pruebas se conocen por Abitur en Alemania, BAC en Francia, Maturat en Suiza, Matura en Austria y GCE A-level- en Inglaterra. En Estados Unidos no existe una prueba de acceso en el sentido anterior. La dificultad de tales pruebas consiste en evaluar, conjuntamente, las dos funciones a las que sirven.

Dado que no nos ocuparemos de la selectividad en general, remitimos al lector a dos publicaciones relevantes por la cantidad de información que proporcionan: la de la Oficina de Educación Iberoamericana (1973) y la del Prof. R. Cid y colaboradores (1977)

Si bien no hay tipificación, en las distintas disciplinas, respecto a lo que se entiende por conocimientos necesarios para acceder a los estudios superiores, sí que hay investigaciones empíricas y búsqueda de modelos en distintos países relativos a esta cuestión. Tales investigaciones han permitido observar (véase Mitter, ed. (1979):

1.— Hay correlación significativa entre notas de la prueba de acceso y éxito futuro en los estudios superiores.

2.— En un número creciente de países se utilizan los tests de capacidad y de rendimiento para mejorar el pronóstico del éxito futuro en el estudio.

3.— En muchos países se observa el requerimiento, para el acceso a la formación superior profesional, de un cierto número de años de práctica.

En lo que respecta al punto tercero, no deja de ser curiosa la mesa de trabajo organizada en Baviera por representantes de los «Gymnasien» (colegios superiores de enseñanza media) y del Consejo de Economía regional, cuyo objetivo era determinar la «instrucción general» que deberían poseer los futuros estudiantes de economía. Entre los primeros resultados de la mesa está la sorprendente exigencia de los representantes económicos de que los alumnos reciban una cultura general más vasta (véase Schmid (1980)).

Pasaremos revista, en primer lugar, a ciertos países en los que el sistema de acceso está centralizado.

1.— Francia

Francia es sin duda modelo de planificación estatal, organización y control de la educación.

Las pruebas del BAC relativas a la asignatura de matemáticas están entre las de mayor contenido de Europa, incluyendo las técnicas de cálculo más complicadas. Según la elección de materias hechas por el alumno, las pruebas de acceso contienen los siguientes posibles tópicos: teoría de números; cuerpo de los reales y de los complejos; análisis (funciones logarítmicas, exponencial y trigonométricas; ecuaciones y álgebra métrica) y teoría de la probabilidad.

La peculiaridad del sistema francés consiste en la existencia de distintas opciones, según el tipo de estudios universitarios que el alumno desea realizar. Los programas de matemática vigentes fueron elaborados por la «Comisión Lichnerowicz», hace más de una década. En concreto, las opciones C, D y E del curso «Ter-

minale» van dirigidas a carreras científicas. Como es bien sabido, la posesión del BAC no significa, de forma automática, el ingreso del alumno en las facultades o escuelas, poseyendo estos centros potestad para organizar pruebas de acceso que, en ocasiones, exigen a los alumnos dos y tres años de dedicación, variando la dificultad según el prestigio del centro. Señalemos, a título de curiosidad la exigencia de dos años de experiencia laboral, además de una edad mínima, no inferior a 21 años como único requisito para el acceso a la Universidad de Vincennes. Tal sistema de acceso ha repercutido en el desprestigio académico de dicha Universidad.

2.— República Democrática Alemana y otros países del Este.

Como en todos los países del Este, sus pruebas están centralizadas, si bien, en algunos de ellos, se dan interferencias de carácter político.

Así, en la URSS, se hallan dispensados de realizar las pruebas de acceso los jóvenes que hayan destacado en el trabajo y hayan seguido un curso de adaptación. Otro tanto ocurre en Bulgaria donde también existe la dispensa por razones políticas. En ambos casos las pruebas de acceso corren a cargo de los centros.

Volviendo a la R.D.A., en sus exámenes se exige, fundamentalmente, el dominio de técnicas matemáticas para la resolución de problemas. Se encuentran también ejercicios de demostración y conceptuales. Anualmente se publican los ejercicios propuestos en la revista «Mathematik in der Schule». De los informes se desprende que los ejercicios de cálculo puramente matemáticos —búsqueda de raíces de funciones, coordenadas de puntos extremos relativos, cálculos de áreas limitadas por curvas etc.— apenas presentan dificultades.

En el cálculo en los distintos dominios numéricos se detectan, con frecuencia, errores elementales, imputables a una deficiente formación inicial. Por ejemplo, produce gran inseguridad que los resultados no sean enteros y, más aún, que sean irracionales. La determinación de dominios de funciones irracionales presenta serias dificultades, los resultados son muy variados: una de las mayores dificultades reside en la traducción a términos matemáticos de un enunciado (Fanghängel et al (1981)).

Referente a los países donde los exámenes no están centralizados, las conclusiones no son tan diáfanas. Este es el caso de Suiza y Austria.

3.— Suiza

En Suiza cada cantón organiza sus exámenes de «Maturat». Fundamentalmente cada profesor, de cada colegio, puede poner los ejercicios de matemáticas para su clase. De esta forma, años tras año, se proponen más de 100 series de ejercicios finales. Como comentara la Asociación Suiza de profesores de Física y Ma-

temáticas, es prácticamente imposible analizar tanto los ejercicios propuestos como los resultados obtenidos.

(Nota: hay que señalar que en Suiza se realiza la verdadera selección a la entrada del bachillerato, donde no más del 20% de los estudiantes consiguen llegar a él).

4.— Austria

En Austria se hace necesario recurrir a una investigación algo antigua, al no conocerse aún los resultados del nuevo plan de estudios, recientemente introducido. En 1978 se publicó un estudio conjunto del Instituto Pedagógico y del Consejo Educativo de la Ciudad de Viena, en el que se analizaba la evolución del nivel requerido, tanto en lo que se refiere a los temas como a las preguntas formuladas en las pruebas de acceso correspondientes al periodo 1912-1976 (Juna: Nowotny y Schneck (1978)). La muestra englobaba temas escritos y preguntas de los exámenes orales correspondientes a los años 1912, 1930, 1950 y 1976. En el plan de 1976 habían desaparecido el cálculo de interés, seguros de vida y trigonometría esférica. En su lugar aparecieron nuevos temas: cálculo vectorial, geometría analítica del espacio, clases residuales, lógica de predicados, programación lineal y tratamiento de datos. Con la modernización del programa de matemáticas, introducida a partir de 1945, se ha intentado disminuir las diferencias que separan la enseñanza media de las matemáticas de «la ciencia matemática». Se trata, sobre todo, de una renovación metodológica a través de conceptos de la teoría de conjuntos.

Ejercicios de geometría analítica (cónicas), curvas, puntos extremos, cálculo integral y trigonometría se encuentran en cualquier periodo. Los ejercicios correspondientes a los nuevos temas introducidos son más difíciles que los correspondientes a los temas que desaparecieron. A través del cambio metodológico explicitado, se ha conseguido un acercamiento de las preguntas de examen tanto a la ciencia matemática como a algunos de sus campos de aplicación. En ciertos temas (geometría analítica, cálculo integral, trigonometría) no se ha modificado apenas el grado de dificultad. En otros (cálculos vectorial y aplicaciones, álgebra booleana, optimización lineal), se han incrementado considerablemente las exigencias y, en particular, en lo que respecta a la capacidad de abstracción. Frente al alza mencionada ha disminuido la exigencia de habilidad calculística.

Dos casos singulares son, por su organización, Inglaterra y Estados Unidos, a los que dedicaremos los próximos apartados.

5.— Inglaterra

La prueba de acceso a la Universidad en Inglaterra consiste en la obtención de una modalidad del GCE (General Certificate of Education, Advanced level) que se conoce, desde 1951, como el «A-level». Este GCE-examen es un examen externo de carácter especial: las exigencias del examen son impuestas desde fuera del

colegio; la corrección de los exámenes (Examyning Syllabuses), así como los correspondientes exámenes, corren a cargo siete centrales examinadoras (Boards). Es notable constatar la unificación que consiguen los Syllabuses (programas) a pesar de la ausencia de un plan preestablecido de enseñanza.

A la edad de dieciseis años los alumnos británicos pasan el «O level» (Ordinary level) que es el equivalente a la antigua reválida de bachillerato. A partir de ella, y durante dos años, se preparan para el examen del «A level». Dicho examen versará sobre, al menos, tres materias, siendo las matemáticas la única que goza del privilegio de ser considerada como materia doble: matemática pura y matemática aplicada. Las siete centrales, totalmente independientes, encargadas de señalar el nivel requerido y de proponer los exámenes en Inglaterra, no establecen el número máximo de materias a elegir ni las posibles combinaciones de las mismas. Son las propias escuelas las que, de acuerdo con sus disponibilidades, ofertan dichas combinaciones.

Estadísticamente, de los 200.000 alumnos mayores de 16 años que permanecieron en las escuelas inglesas durante 1978, aproximadamente dos tercios se preparan para el «A level» y, entre ellos, alrededor de un tercio escogía matemáticas como, al menos, una de sus materias.

El sistema del «A level», a pesar de haber sufrido insignificantes variaciones durante los últimos 30 años, ha merecido muchas críticas. La objeción más frecuente es que invita a la super-especialización: así, por ejemplo, un estudiante que elija como materias de examen matemáticas, física y química dedicará probablemente el 25% de su tiempo al resto de las materias, de las cuales no se tiene que examinar. La década de los 70 alumbró soluciones alternativas. Una de ellas proponía la elección de cinco materias, bien a nivel elemental, bien a nivel avanzado, siendo asumida dicha propuesta por la «Standing Conference on University Entrance» (véase «Standing...» (1979)). A pesar de ello, en 1980, se tomó la decisión de mantener el sistema del «A level» como prueba de acceso.

En cualquier caso, la posibilidad de introducir cambios en el ya viejo sistema sigue discutiéndose. La proposición más relevante aboga por un programa unitario para el «A level» en matemáticas.

El sistema de acceso, que se acaba de describir, tiene excepciones. En efecto, contrariamente a la práctica de la mayor parte de los Centros Universitarios, la Open University no exige más condición a los aspirantes que la de haber cumplido 25 años.

6.— Estados Unidos.

La diferencia fundamental entre las escuelas americanas y europeas radica en la mayor diversificación que impera, en las primeras, de unas escuelas a otras (El status y el valor de los exámenes es muy distinto); por

otra parte, la asistencia masiva a la Universidad es ya un hecho en Estados Unidos, accediendo a la misma aproximadamente el 33% de los estudiantes de enseñanza media. Normalmente, es la propia Universidad la que decide, entre los solicitantes, cuáles deben ingresar. La selección se realiza a través de distintos tests de capacitación y conocimientos, cuya perfección permite, al menos inicialmente, ignorar el plan de estudios seguido por cada estudiante.

Veamos distintos métodos de evaluación vigentes en Estados Unidos.

El «método Carnegie», consistente en asignar un «grado» o puntuación al final de cada tercio o mitad de año de trabajo en matemáticas, relegó a un segundo plano los exámenes finales, tanto para extender un diploma de fin de enseñanza media, como para la selección de aspirantes a las Universidades. No hay ninguna prueba de acceso en USA que signifique el fin de la enseñanza secundaria y el acceso a la superior o a un trabajo. En su lugar, el sistema USA es una mezcla de sistemas dispares, ninguno de los cuales es enteramente satisfactorio pero que en su conjunto se revelan, al menos, eficientes. Daremos una panorámica (en el apartado «Modalidades de examen») de la diversidad de tests utilizados en los últimos años de la escuela secundaria y en el acceso a la Universidad. Se agrupan en cuatro categorías, siguiendo a Kilpatrick (1981): (a), exámenes finales, (b) niveles mínimos, (c) test de admisión en las Universidades y (d) test de ubicación en las Universidades.

7.— España

El caso español es un ejemplo típico de sistema centralizado, si bien el nuevo plan de 1978 (B.O.E. 17-3-1978), reestructuración del correspondiente a 1975 (B.O.E. 10-1-1975), lo es menos que el de 1963 (B.O.E. 28-8-1963). En el nuevo plan se otorga autonomía para la elaboración de los exámenes a los Coordinadores de las distintas materias, propuestos por cada Universidad. A diferencia del modelo francés, con cuyo sistema educativo presenta el español notables similitudes, existe un programa único para todos los alumnos de COU sin tener en cuenta su futuro tipo de estudios. La asignatura de matemáticas es obligatoria para todos los alumnos de la opción «Ciencias» y optativa para los restantes (Opción «Letras»). A diferencia del plan 1963, en el actual puede darse el caso de que los alumnos de Ciencias aprueben el examen de selectividad sin haber sido examinados de la asignatura de matemáticas.

2.— DESCRIPCION DE ALGUNOS MODELOS EXPERIMENTADOS

1.— El caso británico

Nos vamos a centrar en cuatro de los «Syllabus» vigentes, por ser los de mayor incidencia: AEB, JMBA, JMBB y SMP. Revisemos, inicialmente, el tiempo que presuponen los exámenes para cada pregunta, sobre

una muestra de 1980. En un examen de la AEB correspondiente a matemáticas aplicadas se propusieron 10 preguntas, de las cuales debían resolverse 7 en un plazo de 3 horas: el tiempo disponible para cada pregunta, teniendo en cuenta que puntuaban por igual, era de alrededor de 25 minutos. Por contra, en un examen de matemáticas puras de la misma asociación se debía responder en el mismo periodo de tiempo justo al doble de preguntas (14). Por ello cada pregunta debía ser completada en 13 minutos.

Lo habitual es que los exámenes propongan preguntas largas y cortas. Este es el caso de la JMBA, constando su examen de matemática pura de 10 cuestiones tipo S y 4 tipos D. Sabiendo que las cuestiones tipo S puntuaban la mitad de las que tipo D, se pedía contestar el equivalente a 7 cuestiones tipo D. Para el caso de matemática aplicada y bajo el mismo esquema, se propusieron 4 cuestiones tipo S y 7 tipos D. El tiempo resultante para las preguntas largas y cortas es el mismo que el que les asigna la AEB.

Los exámenes de la SMP constan asimismo de cuestiones largas y cortas. Las instrucciones fueron: «Hay 22 preguntas. Las 12 de la sección A valen la mitad que las 10 de la sección B. Debes contestar tantas preguntas como puedas». Para contestarlas todas, se disponía de 11 minutos para las de tipo B y de 5 para las de tipo A. Como, probablemente, no esperaban la contestación a las 22 cuestiones, las cuestiones del tipo B serían equiparables a las cortas propuestas por los exámenes anteriores, mientras que las de tipo A se pueden clasificar como supercortas. En el examen se encontraban cuestiones tanto puras como aplicadas. Otro tipo de examen de la SMP incluía 4 cuestiones del tipo A y 8 tipo B, con esquema muy similar a la JMBA, si bien se requería la contestación de, tan solo, 5 preguntas del tipo B.

En cuanto a la JMBA, propuso un examen con 17 cuestiones, de longitudes variables, oscilando sus puntuaciones de 2 a 7, para las cortas y 10, 12 ó 14 para las largas, con un total de 118 puntos. La cuestión más corta tendría asignados 3,6 minutos y las más larga 25,2, minutos.

Del análisis anterior se concluye el abandono del patrón de examen tradicional, consistente en 7 cuestiones de igual longitud a contestar en 3 horas, siendo sustituido por mayor número de preguntas más cortas y, en algunos casos, mucho más cortas. Observando el tipo de preguntas se concluye, así mismo, que la mayoría de las cuestiones cortas y muy cortas se refieren a matemática pura (el 85%) mientras que las preguntas largas son, fundamentalmente, de matemática aplicada (el 70%)

2.— El caso de Alemania Federal.

En la R.F.A., las pruebas están diversificadas según los diversos «Lands».

En 1977 elaboró Bauer un informe, en base a las prue-

bas de suficiencia de Baviera correspondientes al periodo 1971-76, donde investigó cuáles eran los conocimientos intelectuales exigidos. Junto al hecho, fácilmente constatable, de que el contenido de los ejercicios se restringía al Análisis y a la Geometría analítica, obtuvo conclusiones interesantes: «en la mayoría de ocasiones la resolución de los problemas se obtiene a través de un procedimiento de cálculo conocido. Los problemas para los cuales hay que diseñar una nueva estrategia para su resolución son casi inexistentes. En la prueba de matemáticas se exige la aplicación de algoritmos y la obtención de relaciones, bien sea clasificando, analizando, sintetizando, deduciendo o demostrando. Por contra, faltan contenidos donde poder desarrollar procesos de pensamiento heurístico, de ordenación lógica (orden parcial, axiomatización), de definición, de abstracción, de concreción, de generalización y de especialización». (Bauer (1978)).

3.— El caso de Estados Unidos

De acuerdo con Kilpatrick (1981) hay que distinguir, en un análisis del sistema americano cuatro tipos de exámenes, según las finalidades perseguidas: (a) exámenes finales; (b) exámenes de niveles mínimos; (c) tests para la admisión en las Universidades y (d) tests para la ubicación en las Universidades. Veamos las particularidades de cada uno de dichos tipos.

(a) Exámenes finales

Los requisitos para obtener el título de bachiller se basan en el número de años dedicados al estudio de cada materia. Cada estado de la Unión fija los mínimos. Así, los alumnos que sólo pretenden el título deben cursar, al menos, un año de matemáticas, mientras que los que pretenden acceder a la Universidad, al menos tres. Los profesores respectivos examinan a sus alumnos. Tales exámenes son preparados por el profesor en colaboración con otros profesores del mismo curso, versando el mismo sobre el contenido del curso impartido. En ocasiones se recurre a tests comercializados preparados al efecto, cuya evolución es muy lenta respecto a las innovaciones en los planes de estudio. Tales tests, contruidos habitualmente con respuestas cortas o con respuestas de elección múltiple, tienen gran influencia sobre el tipo de exámenes finales que proponen los profesores, aún en los casos de no ser utilizados directamente. De hecho, las habilidades necesarias para elaborar demostraciones originales, para modelizar una situación o para resolver un problema complejo son raramente examinadas. El hecho de que parte de los alumnos quieran pasar a la Universidad condiciona a los profesores, cuya labor docente tiene como último objetivo el éxito del alumno en los tests para admisión a las Universidades.

(b) Exámenes de niveles mínimos

Desde que se decidiera, al principio de este siglo, que todo ciudadano estadounidense tiene derecho a la en-

señanza media, se vienen discutiendo distintas posibilidades, como son: que todo estudiante reciba un diploma al final de su estancia, que se extiendan diferentes diplomas según el grado de madurez de cada alumno, y, finalmente, que no se entregue el diploma a aquellos que no acrediten un nivel mínimo. Esta última posibilidad es la que poco a poco se está imponiendo, teniendo en cuenta que cada vez un número mayor de estados distribuyen tests de niveles mínimos. Dada la diversidad en la formación de alumnos —desde aquellos que sólo tomaron un año de aritmética hasta los que prepararon 4 o 5 años de matemáticas, incluyendo cálculo— tales tests son necesariamente sencillos. De hecho, exigen tan sólo el conocimiento de las operaciones aritméticas elementales con enteros, fracciones y decimales (evaluando la capacidad de cálculo a una cierta velocidad y la resolución de problemas sencillos) y de conceptos geométricos elementales. Tales tests juzgan fundamentalmente la capacidad de recordar conceptos y de aplicarlos sin recurrir a razonamientos o juicios complicados, marcando con ello las pautas a seguir por los profesores correspondientes. Ello, sin duda, unifica las enseñanzas a este nivel.

Los tests de «niveles mínimos» tienen una clara función selectiva: pretenden identificar al incompetente. Generalmente son tests con respuestas de elección múltiple de forma que son fácilmente puntuables.

(c) Tests para la admisión en las Universidades.

A pesar de que los «grados» obtenidos por los estudiantes en su paso por la enseñanza media son, inicialmente, un buen indicador de la madurez alcanzada, se hace difícil comparar a estudiantes que provienen de centros distintos. Por ello, sin perjuicio de que cada Universidad estipule su examen de entrada, y en aras de la efectividad, se ha desarrollado un sistema, mediante el cual, agencias independientes suministran tests a los colegios y Universidades. Las dos agencias más importantes son la «College Board» y la «American College Testing Program». Ofertan tests que los propios estudiantes pueden efectuar por su cuenta durante los dos últimos años de enseñanza media. Las puntuaciones de los tests son entregadas al alumno, a su colegio y a las universidades donde se ha preinscrito. A pesar de que tales test no son el único criterio para admitir o rechazar a un estudiante, informan al estudiante de cuales son las Universidades a las que no deberá acudir. Tales tests se componen de preguntas multi-respuesta, cuya respuesta requiere, fundamentalmente, razonamientos lógicos. Hacen un uso modesto de conocimientos algebraicos y geométricos, y algunas universidades ofrecen cursos de reciclaje para aquellos estudiantes que no los superaron.

En general, el riesgo de que se den aciertos por azar al responder a las preguntas multi-respuesta es evidente, pues siempre es posible elegir la pregunta certera por eliminación de las restantes (por razonamientos gráficos, de tanteo, etc.). Ello influye poco en los test que nos ocupan, dado que su interés primordial, consistente

en verificar la capacidad de razonamiento lógico, se pone también de manifiesto en la elaboración de estas tácticas.

De los tests de admisión no se espera que contribuyan a la educación general; más bien son indicadores de tal educación. Pero todos los instrumentos de evaluación cumplen alguna función educativa. De hecho, los cursos ofrecidos por los colegios o por firmas comerciales para la preparación de tales tests se dedican primordialmente a familiarizar al alumno con las estrategias de los mismos y a reducir su ansiedad respecto a los exámenes. No obstante, los cursos mejores sirven fines educacionales más interesantes, al enseñar habilidades tanto matemáticas como verbales que, aún en el caso de haberse desarrollado con anterioridad, podrían estar atrofiadas.

(d) Tests para la ubicación en las universidades.

Las agencias independientes distribuyen otro tipo de test cuya finalidad es la ubicación de cada estudiante en el curso de matemáticas apropiado a su nivel.

Al final de la década de los 60, y coincidiendo con la declaración del congreso norteamericano en el sentido de que todos los ciudadanos tienen derecho al acceso a la Universidad, la mayoría de las Universidades exigían a sus aspirantes el haber completado dos años de matemáticas (álgebra y geometría) en la enseñanza media. En la década de los 70 tales exigencias fueron reducidas o eliminadas, comenzando la Universidad a crear nuevos cursos de matemáticas destinados a la masa de estudiantes que llegaban con una preparación mínima. De hecho se exigió a tales alumnos que hicieran un test en «aritmética y álgebra elemental». Habitualmente, tales tests eran construidos por los departamentos de matemáticas de cada Universidad. Los que no aprobaban eran obligados a tomar un curso de «reciclaje en matemáticas». Últimamente las Universidades vuelven a exigir que sus aspirantes tengan a su llegada, al menos, un curso de álgebra, intentándose con ello restaurar los niveles de calidad deseables.

Los test de ubicación son, quizás, los que mayores variaciones han sufrido en los últimos años. Los estudiantes que llegan hoy en día a las Universidades han cursado previamente un amplio abanico de cursos de matemáticas. Por ello, los tests de ubicación han tenido que ser remodelados, incluyendo un espectro mayor de geometría sólida y de geometría analítica, mayor atención a las funciones elementales e incorporación de preguntas sobre propiedades de los sistemas numéricos.

Los tests de ubicación ejercen una gran influencia sobre los objetivos de la instrucción matemática en la enseñanza secundaria, conscientes alumnos y profesores de que el fracaso puede suponer la repetición de algún curso. Sin duda, dichos tests son el elemento unificador más poderoso de la enseñanza de las matemáticas para el acceso de la Universidad.

Siguiendo la norma general, los tests de ubicación son del tipo multi-respuesta. Las centrales que distribuyen

los tests han llevado a cabo investigaciones tendentes a demostrar que los tests multi-respuesta se pueden construir de forma que midan, con igual efectividad, tanto los conocimientos del alumno como su habilidad para resolver problemas complejos o desarrollar una cuestión de ensayo. Esta tesis ha sido refutada por Silver y Waits (1973), en un trabajo experimental.

4.— El caso español.

Como es bien sabido, la prueba de acceso en Matemáticas presenta dos opciones, debiendo el alumno elegir la que juzgue más conveniente. Cada opción consta de dos cuestiones y un problema, que, habitualmente, se compone de varios apartados. El tiempo disponible por parte del alumno es de 45 minutos. Ha venido siendo norma consuetudinaria que cada una de las opciones haga referencia a un solo capítulo del programa, es decir, que se refieren en su integridad a álgebra (incluyendo la geometría) o cálculo y, en raras ocasiones, a la teoría de la probabilidad (véase la tabla I). Esta costumbre, afortunadamente abandonada, generó una picaresca basada en la preparación concienzuda de tan solo una de las dos partes fundamentales de la asignatura. Quizás ello demuestre, bien a las claras, la necesidad de que sean propuestos exámenes que cubran adecuadamente todos los objetivos, tanto de contenido como metodológicos. Podemos comentar, más en profundidad, el contenido de las pruebas de los últimos años. Dado que no existe una publicación oficial que recoja anualmente las pruebas propuestas en los distintos distritos, y ante el silencio de los Coordinadores, cuya colaboración se solicitó a través de los respectivos rectorados, nos basaremos en la publicación de Hernández, Lorenzo y Martínez (1982).

Comenzaremos con las cuestiones teóricas. En la siguiente tabla de frecuencias se aprecia el predominio casi absoluto, de las preguntas para cuya respuesta basta con el estricto conocimiento de los contenidos (tipo A). Tales preguntas piden una definición, la demostración de las propiedades inmediatas de un concepto a la prueba de un teorema enunciado explícitamente en el programa. La otra clase de preguntas (tipo B) incluirían contra-ejemplos, corrección de errores en demostraciones incorrectas, completación de una prueba, matematización de una situación del mundo físico o del entorno económico, etc.

Tabla I

Materia	Tipo A	Tipo B
Álgebra lineal	20	1
Geometría afin y euclídea	19	0
Cálculo diferencial	22	1
Cálculo integral	7	0
Teoría de la probabilidad	6	0
TOTALES	74	2

El análisis de los modelos de pruebas de acceso sólo es posible situándose en el marco de una clasificación de objetivos educacionales. En torno a este tema existe abundante bibliografía, tanto general como particularmente referida a matemáticas. Desde el primer punto de vista la taxonomía de Bloom (véase Bloom (1956)) constituye obligado punto de referencia, mientras que la taxonomía específica más influyente en los últimos tiempos es, probablemente, la debida a la británica Mathematical Association (1976). Otros puntos de vista pueden encontrarse en Avital y Shettleworth (1968) y en Jansson y Heimer (1973). En Valdivia et al. (1982) pueden encontrarse desarrolladas las dos primeras taxonomías, así como ejemplos ilustrativos de las habilidades requeridas para la resolución de diferentes tipos de problemas y una valoración de la cobertura de tales objetivos en las pruebas de distintos países.

Es un hecho constatado que los exámenes propuestos para el acceso a la Universidad en los diversos países evalúan, tan sólo, el conocimiento y la comprensión de los contenidos y, frecuentemente, la aplicación.

El caso alemán ha sido estudiado, desde el punto de vista de la evaluación de objetivos por Bauer (1978). Los exámenes en Estados Unidos, de tipo multi-respuesta, hacen casi imposible la evaluación del análisis y de la síntesis, a pesar de lo cual las centrales examinadoras siguen siendo partidarias de tal modelo de examen, por obvias razones de economía y tiempo. En Valdivia et al. (1982) se describe una experiencia británica tendente a evaluar las habilidades superiores y que, por su nivel de exigencia, no prosperó.

Consideremos, por último, el caso español. En una muestra elegida al azar de cien problemas propuestos en exámenes de Selectividad, tan solo dos de ellos exigen «síntesis»; catorce requerían «análisis» (si bien de forma incipiente: la mayor parte de ellos consistían en aplicaciones del Teorema de Rouché-Frobenius, que exigen una discusión según los valores de los parámetros) y ninguno ambas habilidades a la vez. En otras palabras: el 84% de los problemas eran meros ejercicios de rutina, aunque puedan exigir cálculos dificultosos.

3. RECOMENDACIONES

1. Sobre la organización del sistema de acceso.
 - a) Los exámenes de las diversas materias deberían ser independientes.
 - b) Los centros Universitarios deberían poseer la facultad para dictar las normas de aceptación de alumnos, exigiendo una nota mínima en cada una de las materias que se juzguen básicas para la formación de los candidatos. La administración podría dictar una normativa previa, indicando el número de materias exigibles, como mínimo, así como la calificación mínima correspondiente a las mismas.
 - c) La disparidad de criterios e intereses de los centros

que preparan a los candidatos hacen poco aconsejable tener en cuenta el expediente académico de los mismos.

2. Sobre el modelo de examen.

El examen de matemáticas podría constar de dos partes, que llamaremos A y B, evaluando la parte A los objetivos de conocimiento y comprensión y, la parte B los objetivos de síntesis y análisis.

El examen A podría ser, para facilitar la corrección, de tipo multi-respuesta, mientras que el examen B debería consistir en la resolución de un conjunto de (al menos dos) problemas adecuados.

Aunque la administración podría dictar una normativa general para la ponderación de ambas partes, podría atribuirse a los centros universitarios tal facultad, teniendo en cuenta el interés variable de las habilidades matemáticas superiores, según la índole del centro.

Aportamos a continuación una muestra de preguntas aclaratorias de la prueba de acceso que proponemos.

Parte A

- 1.— Dadas las ecuaciones $(x,y,z) = a(1,2,3) + b(-2,-4,-a6)$ y $(x,y,z) = (0,1,0) + a(1,-1,0) + b(0,1,1)$, decir si corresponden a:
 - dos planos distintos del espacio afín
 - un plano y una recta
 - dos rectas distintas
 - un plano por el origen y una recta.
 (Señálese lo que proceda)
- 2.— Muchos autores expresan el hecho de que la recta tangente esté por debajo de una curva en un punto diciendo que la curva es «convexa» en dicho punto.
 Dada la función $F(x) = x^3/(x-1)^2$ en el intervalo $(2,3)$, decir si es:
 - creciente y convexa
 - creciente y cóncava
 - decreciente y convexa
 - decreciente y cóncava.

Parte B

- 1.— (Ejercicio de análisis).
 Siendo A, B y C matrices cuadradas reales de orden 2 conocidas, se plantea el cálculo de una nueva matriz 2×2 , X, que satisfaga la ecuación matricial: $A + BX = C$. Para ello se propone el siguiente método, que consta de dos pasos: 1º sumar -A a los dos miembros. Se obtiene $BX = C - A$
 2º multiplicar a la izquierda por la inversa de B ambos miembros. El resultado es:
 $X = B^{-1}(C - A)$.
 El método propuesto, es válido
 — ¿siempre?
 — ¿sólo algunas veces?
 — ¿nunca?
- 2.— (Ejercicio de aplicación). Del SMP, Book 1, 1979).
 Una viga de 3 mts. de longitud se apoya en uno de sus extremos, A, y en un punto B que dista 1mt. de A. El momento de flexión, M, en un punto que dista x mts. de A, viene dado por:
 $M = 2x^2 - 3x$, si $x < 2$; y por $2(3 - x)^2$, si $x > 2$.
 Encontrar el punto donde es más fácil que se rompa la viga que corresponde al punto donde M es mayor.

4. CONCLUSIONES

De la revisión de modelos realizada, y a pesar de la diversidad de los mismos, se puede deducir las siguientes conclusiones:

1. Las pruebas de acceso en la asignatura de matemáticas tienden a evaluar, de forma casi exclusiva, el conocimiento y la comprensión de los contenidos.
2. No obstante, las habilidades superiores de aplicación, análisis y síntesis son requeridas por las Universidades más prestigiosas que, normalmente, someten a los estudiantes a una segunda prueba.
3. En general las pruebas de acceso son representativas de toda la materia objeto de examen, siendo por ello su longitud considerablemente superior al caso español.

Todo ello aconseja una revisión del sistema español actual.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

AVITAL, S.M., SHETTLEWORTH, S.J., 1968, Objectives for Mathematics. Learning. Ontario Inst. for Studies in Education, Toronto Bulletin nº 3.
 BAUER, L., 1978, Mathematische Fähigkeiten im didaktischen Prozess. Paderborn, Schöning.
 BLOOM, B.S., 1965, Taxonomy of Educational Objectives. Handbook 1: Cognitive domain. McKay.

CID, R. et al 1977, Rasgos de madurez y éxito en las pruebas de acceso a la Universidad. Memoria realizada dentro del V Plan Nacional de Investigaciones de la red INCIE-ICES.
 FANGHÄNGEL, G. et al. 1981, Su einigen Schlussfolgerungen aus den Ergebnissen der schriftlichen Abschluss und Reifeprüfung des Schuljahres 1979/80 für die Gestaltung des Mathematikunterrichts. Math. Schule, v. 19(1), 31-53.

- HERNANDEZ, F., LORENZO, F., MARTINEZ, A., 1982, Pruebas de acceso a la Universidad, Matemáticas. (Ed. Bruño).
- JANSSON, L.C., HEIMER, R.T., 1973, On behavioral objectives in mathematics education. Amer. Math. Monthly.
- JUNA, J., NOWOTNY, E., SCHNECK, P., 1978, Reifeprüfung: steigendes Anspruchsniveau. Erste Ergebnisse einer Längsschnittuntersuchung der Tatsachenforschung des Pädagogischen Instituts der Stadt Wien. Erziehung und Unterricht, Heft 8, 477-489 (Okt.).
- KILPATRICK, J., 1981, Mathematics Examinations at the End of Secondary School in the USA. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. Jahrgang 13, Heft 5. Okt.
- Oficina de Educación Iberoamericana: Estudios superiores. Exposición comparativa de los sistemas de enseñanza y de los títulos y diplomas. (UNESCO, Barcelona, 1973).
- MITTER, ed., 1979, Hochschulzugang in Europa. Weinheim, Beltz.
- SILVER, J., WAITS, B., 1973, Multiple-choice Examinations in Mathematics, not valid for everyone. Amer. Math. Monthly.
- Standing Conference on University Entrance: The Universities views on the N and F proposals (1979).
- SCHMID, M., 1980, Partner im Interesse der Abiturienten. Höhere Schule, nr. 9, 319. (Sept.)
- The Mathematical Association of England, 1976, Why, What and How?
- VALDIVIA, M., et al, 1982, Las matemáticas en la formación del universitario actual: problemática del acceso y análisis documental de planes de estudio. Memoria realizada dentro del Plan Nacional X de Investigación Educativa. ICE de la Universidad de Valencia.