

MODELO CAUSAL DEL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS (11-12 AÑOS)

ARRIETA ILLARRAMENDI, M.

Didáctica de la Matemática. Universidad del País Vasco.

SUMMARY

This research intends to identify variables with influence on the Mathematics achievements in 11-12 year-old students to base on them an individual diagnose of the students and enable the taking of decisions to help improve their achievements.

The research tries to build a theoretic model of casual relations between the considered variables and assess it by means of the LISREL technique of structural equation analysis.

Because of progressive adjustments of the model originally proposed we now propose a final model including the variables: Intelligence, Memory, Study Habits, Academic Selfconcept, Reading Comprehension and Problem Solving, that can provide the guidelines for a more accurate performance in the classroom.

INTRODUCCIÓN

Ante el grave problema del fracaso escolar en general y del bajo rendimiento en matemáticas en particular (Hernández Ruiz y Gómez Dacal, 1982; Jakin, 1988; Consejo Escolar de Euskadi, 1993) y ante la falta de un tratamiento sistemático a esos alumnos, una pregunta ha marcado el desarrollo de esta investigación: ¿Cómo ayudar a esos alumnos?

Se limitó el campo de acción a la enseñanza obligatoria y más concretamente a 6º de EGB por ser el curso donde el fracaso empieza a ser alarmante y en los nuevos planes de estudio es el último curso de primaria y la puerta para el acceso a la enseñanza secundaria obligatoria.

Hasta los años ochenta casi todas las investigaciones relacionadas con el rendimiento hacían referencia a estudios correlacionales, calculando ecuaciones predictoras de regresión y analizando la influencia de variables sueltas en el rendimiento general o en el rendimiento en matemáticas (Husén, 1967; Rodríguez Espinar, 1982;

Robitaille y Garden, 1989; Travers y Westbury, 1989; Grows, 1992).

El tema estaba muy trabajado y diferentes investigaciones (Escudero, 1982; Rodríguez Espinar, 1982) hacían referencia a dos limitaciones que impedían avanzar: la interdependencia de las variables entre sí, que les puede hacer perder influencia en el rendimiento y el propio método lineal de regresión que se considera restrictivo para un análisis tan complejo.

La bibliografía más reciente (Álvaro Page et al., 1990; Chou, 1990) aboga por la elaboración de modelos teóricos concretos y el uso del método de ecuaciones estructurales para avanzar en la explicación del rendimiento académico.

Se trata de proponer un modelo teórico que recoja jerárquicamente los factores que influyen significativamente en el rendimiento en matemáticas y que permita obtener

un correcto diagnóstico de las causas del bajo rendimiento del alumno, como punto de partida que posibilite una más eficaz y específica intervención sobre dichas causas. El método de ecuaciones estructurales y técnica LISREL permite estimar todos los parámetros y decidir sobre la bondad de ajuste del propio modelo a los datos.

PROPUESTA INICIAL DEL MODELO

Una exhaustiva revisión bibliográfica indicaba que, por lo menos, se debían considerar dos grupos de variables: *personales* (abarcando las de aptitud y personalidad) y *contextuales* (abarcando las familiares y escolares).

Pero por nuestra finalidad de diagnóstico y por las posibilidades de intervención que muestran se decidió incluir un nuevo grupo de variables al que se le ha denominado *instrumentales* y que hacen referencia al nivel de conocimientos básicos adquiridos en el área de lengua y matemáticas.

Como criterios de selección utilizados en la elección de variables medidas hay que citar:

- 1) Criterio correlacional. Mejores predictores de cada grupo que interviene.
- 2) Capacidad de diagnóstico y posibilidades de intervención.

Así, se eligieron:

Personales

- De aptitud: Inteligencia general, atención, memoria.
- De personalidad: Autoconcepto general - autoconcepto académico, hábitos de estudio.

Contextuales

- Familiares: Nivel económico, nivel cultural, integración familiar.
- Escolares: Metodología del profesor, integración escolar.

Instrumentales

- Lengua: Velocidad de lectura, comprensión lectora.
- Matemáticas: Cálculo, resolución de problemas.

A pesar de este análisis individualizado de los diferentes factores que determinan el rendimiento en matemáticas, es a partir de los años ochenta cuando se empieza a generalizar el uso de la técnica LISREL para el contraste empírico de modelos que pretenden explicar el comportamiento del rendimiento en matemáticas y, aunque se proponen modelos parciales, muestran las pautas por las que han de promoverse las futuras investigaciones

(Revicki, 1982; Newman, 1984; Marsh, 1986; Álvaro Page et al., 1990; Chou, 1990; Kloosterman, 1991; Reynolds y Walberg, 1992; Ethington, 1992).

Este análisis nos llevó a la propuesta inicial del modelo que viene a recoger jerárquicamente la influencia de las variables consideradas en el rendimiento en matemáticas (Fig. 1).

Unos condicionantes familiares modelan la aptitud y la personalidad del individuo, definiendo así el primer nivel de influencia.

Esa aptitud y carácter le hacen mostrar una actitud determinada ante el estudio pero modelada a su vez por el nivel contextual del alumno, definiendo así un segundo nivel de influencia.

En esta situación, el sujeto con una actitud ante el estudio, acorde a sus aptitudes y personalidad, ha adquirido o se supone que ha adquirido unas técnicas instrumentales o conocimientos básicos de un determinado nivel, definiendo así un tercer nivel de influencia.

Ese nivel de adquisición de técnicas instrumentales le posibilitará un determinado nivel de rendimiento en matemáticas, definiendo así el cuarto nivel de influencia.

METODOLOGÍA

Hipótesis

H1: Hay variables que, a pesar de correlacionar significativamente con el rendimiento en matemáticas, no intervienen en el modelo.

H2: Las variables que intervienen en el modelo lo hacen atendiendo a diferentes niveles o jerarquías.

Esta segunda hipótesis se desdobra en cuatro subhipótesis que reflejan los cuatro diferentes niveles de influencia en el rendimiento en matemáticas que acabamos de citar.

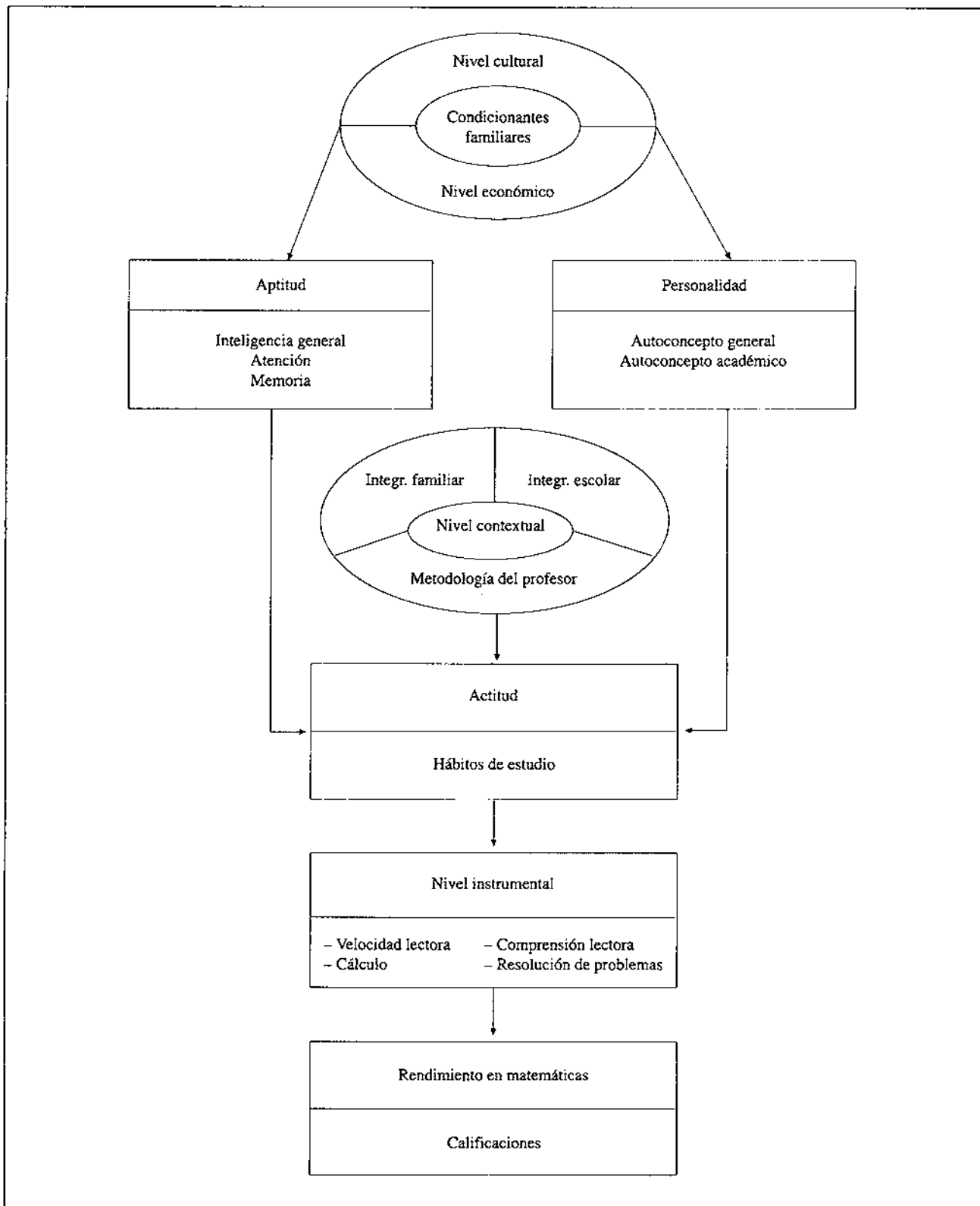
H2.1: Los condicionantes familiares influyen significativamente en la aptitud y personalidad del sujeto (primer nivel de influencia).

H2.2: Unas aptitudes y una personalidad determinadas, moldeadas a su vez por una adaptación familiar y escolar, definen en el sujeto un actitud ante el estudio (segundo nivel de influencia).

H2.3: Una determinada actitud ante el estudio le permite la adquisición de unas técnicas instrumentales o conocimientos básicos de un determinado nivel (tercer nivel de influencia).

H2.4: Ese nivel de adquisición de técnicas instrumentales le posibilitará un determinado nivel de rendimiento en matemáticas (cuarto nivel de influencia).

Figura 1
Modelo propuesto inicialmente.



Población y muestra

Como población se eligió el colectivo de ikastolas de Guipúzcoa para que el aprendizaje en idioma no materno influyera lo menos posible en el rendimiento.

En la elección de la muestra se utilizó el método estratificado proporcional por conglomerados y bietápico (Azorín Poch y Sánchez Crespo, 1986; Díaz Godino, Batanero y Cañizares, 1989), atendiendo sucesivamente, en una primera etapa, a criterios de división en comarcas y número de aulas por ikastola y, en una segunda etapa, a tamaño de los centros. Asumiendo un error muestral del 5% se obtuvo una muestra de 355 sujetos de una población de 2.770.

Variables medidas y variables latentes

Las *variables medidas* en pruebas han sido:

(Las pruebas originales adaptadas y los baremos correspondientes figuran en el anexo de la tesis.)

– *Inteligencia general*: Matrices progresivas de Raven. Nivel superior. Serie I. MEPSA. 12 ítems. 10'. (Coeficiente de fiabilidad $\alpha=0,80$).

– *Atención*: Test de figuras iguales de Bonnardel. MEPSA. 46 ítems. 10'. ($\alpha=0,89$).

– *Memoria*: Basada en el Test económico de memoria global de E. Villarejo. Reducido y traducido al euskera. 20 ítems. 20'. ($\alpha=0,77$).

– *Autoconcepto general*: SEI (Self Steem Inventory) de Coopersmith en su forma reducida de 25 ítems adaptado y traducido por Rodríguez Espinar (1982). Traducido al euskera por el Departamento de Educación del Gobierno Vasco. 25 ítems. 10'. ($\alpha=0,86$).

– *Autoconcepto académico personal y percibido*: Basado en el test de Brookover, Paterson y Thomas adaptado y traducido por Rodríguez Espinar (1982). Reducido. Traducido al euskera por el Departamento de Educación del Gobierno Vasco. 10 ítems. 10'. ($\alpha=0,88$).

– *Hábitos de estudio*: Basada en el Cuestionario de hábitos y técnicas de estudio (CHTE) de TEA. Adaptada, reducida y traducida al euskera. 32 ítems. 10'. ($\alpha=0,79$).

– *Integración familiar*: Basada en la escala FES de TEA. Reducida y traducida al euskera. 33 ítems. 10'. ($\alpha=0,76$).

– *Integración escolar*: Basada en la escala CES de TEA. Reducida y traducida al euskera. 33 ítems. 10'. ($\alpha=0,82$).

– *Velocidad de lectura*: Número de palabras por minuto. Texto elegido: Eskiatzaile herrenaren kasua. Anjel Lertxundi. Erein, p. 58. ($\alpha=0,92$).

– *Comprensión lectora*: Prueba original de 20 ítems que tienen relación con diferentes textos previamente leídos. 10'. ($\alpha=0,78$).

– *Cálculo*: Test original de 12 ítems donde se recogen ejercicios mecánicos de resolución referidos a las cuatro operaciones aritméticas básicas y sus combinaciones entre números naturales. 10'. ($\alpha=0,75$).

– *Resolución de problemas*: Test original de razonamiento aritmético de 12 ítems donde se hace referencia a situaciones problemáticas reflejadas en conceptos matemáticos básicos y en las cuatro operaciones básicas y sus combinaciones. 30'. ($\alpha=0,83$).

Como variable medida para el rendimiento en matemáticas se ha elegido la calificación en matemáticas en la segunda o tercera evaluación entre febrero y marzo, ya que en esa época se evitan una serie de problemas que impiden una mejor discriminación, como los repasos, nuevos profesores, medias...

La calificación tiene algunos inconvenientes si lo comparamos con una prueba de rendimiento, pero es el criterio social y legal y las investigaciones lo utilizan casi en un 70% (Álvaro Page et al., 1990). Además, si nuestra finalidad es ayudar a un alumno de bajo rendimiento, evidentemente es un alumno con una baja calificación en matemáticas.

El resto de las variables medidas consideradas y medidas mediante un cuestionario hacen referencia a los siguientes conceptos: sexo, nivel de estudios de los padres, nivel económico de los padres y opinión sobre la metodología del profesor.

Las *variables latentes*, constructos que no se pueden medir directamente pero que están configuradas por variables operativas medibles, consideradas en nuestro estudio hacen referencia a los siguientes conceptos (entre paréntesis las abreviaturas utilizadas):

– *Condicionantes familiares (Confam)*: Estatus económico-cultural de la familia. Como variables medidas se han incluido el nivel económico (*Nieco*) y nivel cultural (*Nicul*).

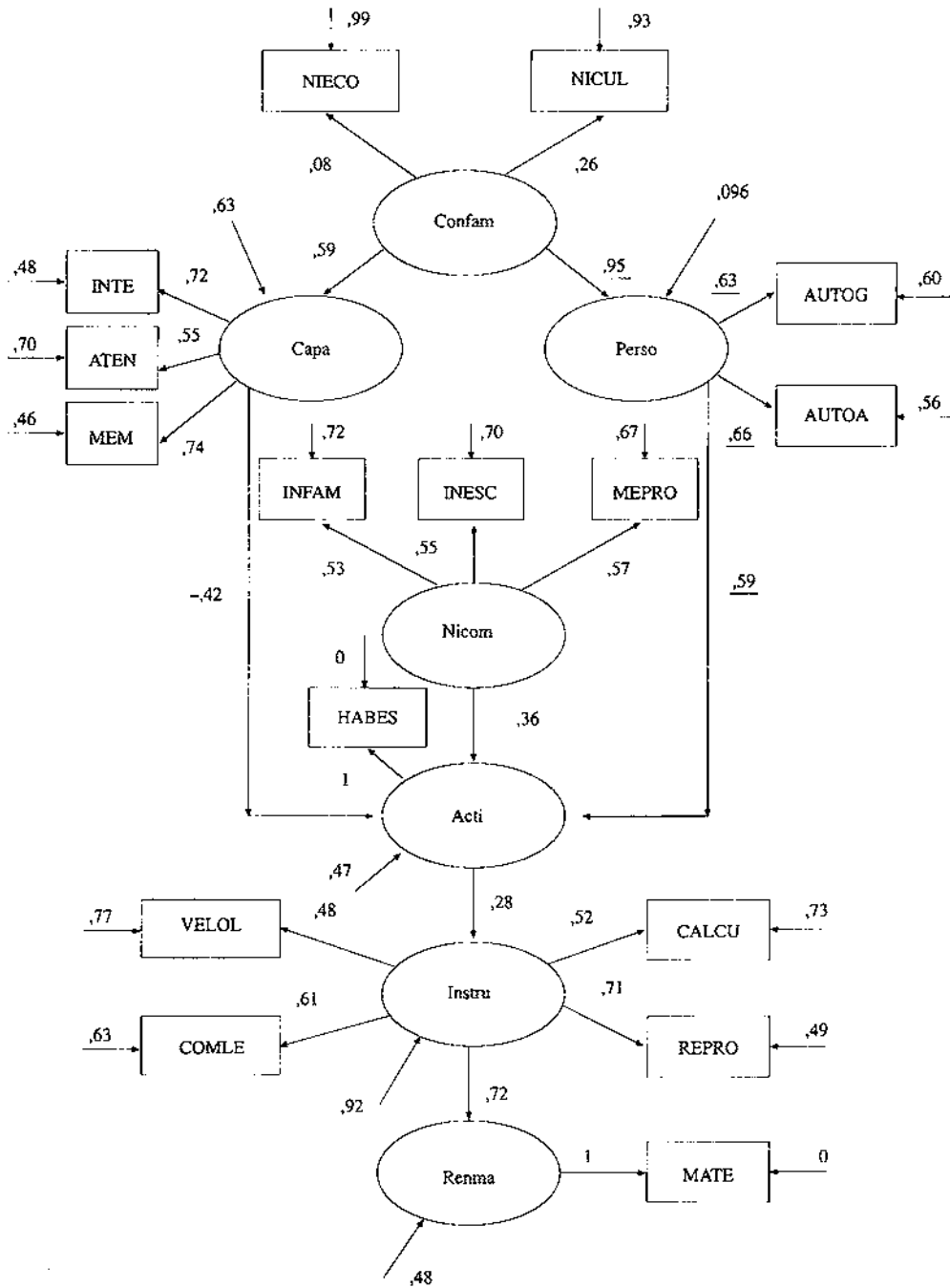
– *Aptitud o capacidad (Capa)*: Potencial de un individuo para adquirir nuevos conocimientos o destrezas. Como variables medidas hemos incluido la inteligencia general (*Inte*), la atención (*Aten*) y la memoria (*Memo*).

– *Personalidad (Perso)*: Conjunto de rasgos que caracterizan un individuo. Como variables medidas hemos incluido el autoconcepto general (*Autog*) y el autoconcepto académico (*Autoa*), aunque cada una de estas variables puede formar parte de una variable latente más limitada que llamaremos *personalidad general* y *personalidad académica* respectivamente.

– *Actitud (Acti)*: Respuesta motriz, expresiva y mental a un estímulo exterior. Como variable medida hemos incluido la variable hábitos de estudio (*Habes*).

– *Nivel instrumental (Instru)*: Nivel de conocimientos básicos adquiridos en el área de lengua y matemáticas. Como variables medidas hemos incluido la velocidad de

Figura 2
Parámetros estimados en el modelo propuesto inicialmente.



χ^2 (98 G.L.) = 623,70 (P = .00 < .05)
 RMSEA: .12 > .05 (p = .00 < .05)
 GFI = .83

lectura (*Velol*) y la comprensión lectora (*Comle*) en el área de lengua, y el cálculo (*Calcu*) y la resolución de problemas (*Repro*), en el área de matemáticas.

– *Nivel contextual (Nicon)*: Clima familiar y escolar en el que se desenvuelve el individuo, pero manifestado a través de su percepción subjetiva. Como variables medidas hemos incluido la integración familiar (*Infam*), la integración escolar (*Inesc*) y la metodología del profesor (*Mepro*).

– *Rendimiento en matemáticas (Renma)*: Nivel de competencia y conocimiento matemático del individuo. Como variable medida hemos elegido la variable calificaciones en matemáticas (*Mate*).

Análisis de datos

Para el análisis confirmatorio, es decir, para decidir sobre la bondad de ajuste del modelo propuesto inicialmente a los datos de la muestra, hemos utilizado el programa LISREL (Linear Structural Relations) creado por Jöreskog y Van Thillo en 1972 y mejorado en sucesivas versiones por Jöreskog y Sörbom (1993). Su uso en las ciencias sociales se generalizó a partir de los años ochenta al popularizarse el uso de los ordenadores personales.

LISREL es un programa de ordenador en el que, dado un modelo teórico, se calculan todos los parámetros de las ecuaciones asociadas al modelo y que permite decidir estadísticamente si un modelo se ajusta significativamente a los datos o no. LISREL asume que las relaciones entre las variables son lineales, los efectos son aditivos y que las distribuciones de las variables no deben alejarse mucho de la normalidad. Además, los modelos recursivos (sin efectos recíprocos entre las variables) no saturados (no se consideran todos los efectos posibles) están siempre identificados.

Los parámetros obtenidos aparecen en la figura 2 (los subrayados son no significativos) y, para comprobar el grado de ajuste del modelo propuesto a los datos, utiliza, entre otros, los siguientes indicadores: χ^2 , RMSEA o raíz cuadrada de la varianza residual y GFI o índice de bondad de ajuste. En nuestro caso los tres son no significativos (Fig. 2).

Por lo tanto, el modelo propuesto inicialmente no se ajusta a los datos. Para mejorar el modelo se efectuaron los siguientes cálculos estadísticos:

En lo que al *análisis correlacional* se refiere, los hábitos de estudio no correlacionan con las aptitudes, lo que nos hace considerar ambos grupos de variables como independientes. En cambio el autoconcepto académico correlaciona con ambos, lo que nos hace pensar en un posible mediador en lugar de los hábitos de estudio.

Las rectas de regresión son análogas a otras investigaciones.

Atendiendo al *análisis factorial* también se aprecia que el autoconcepto académico se agrupa con las variables instrumentales, lo que refuerza la idea de una posible mediación por parte del autoconcepto académico.

Así se modificó la estructura del modelo, pues tiene sentido pensar que las variables de aptitud y las de personalidad, además de influir en la actitud, pueden influir en las Instrumentales y todas, a su vez, influir en el rendimiento en matemáticas.

El modelo debe funcionar tanto globalmente como en cada una de sus partes. Para ello se empezó eliminando en cada grupo las variables cuyos parámetros eran menores. Haciéndolo de uno en uno, desaparecen del modelo por el poco peso relativo en la configuración de su variable latente respectiva variables: nivel económico, atención, autoconcepto general, velocidad de lectura y cálculo. También desaparecen del modelo otras variables que, o bien influyen en el rendimiento en matemáticas, o bien en la inteligencia general: nivel cultural, metodología del profesor, integración familiar, integración escolar.

De todas formas, aunque mejoran algunos resultados, no mejoran todos los modelos parciales ni el global, mientras no se considera el autoconcepto académico como mediador.

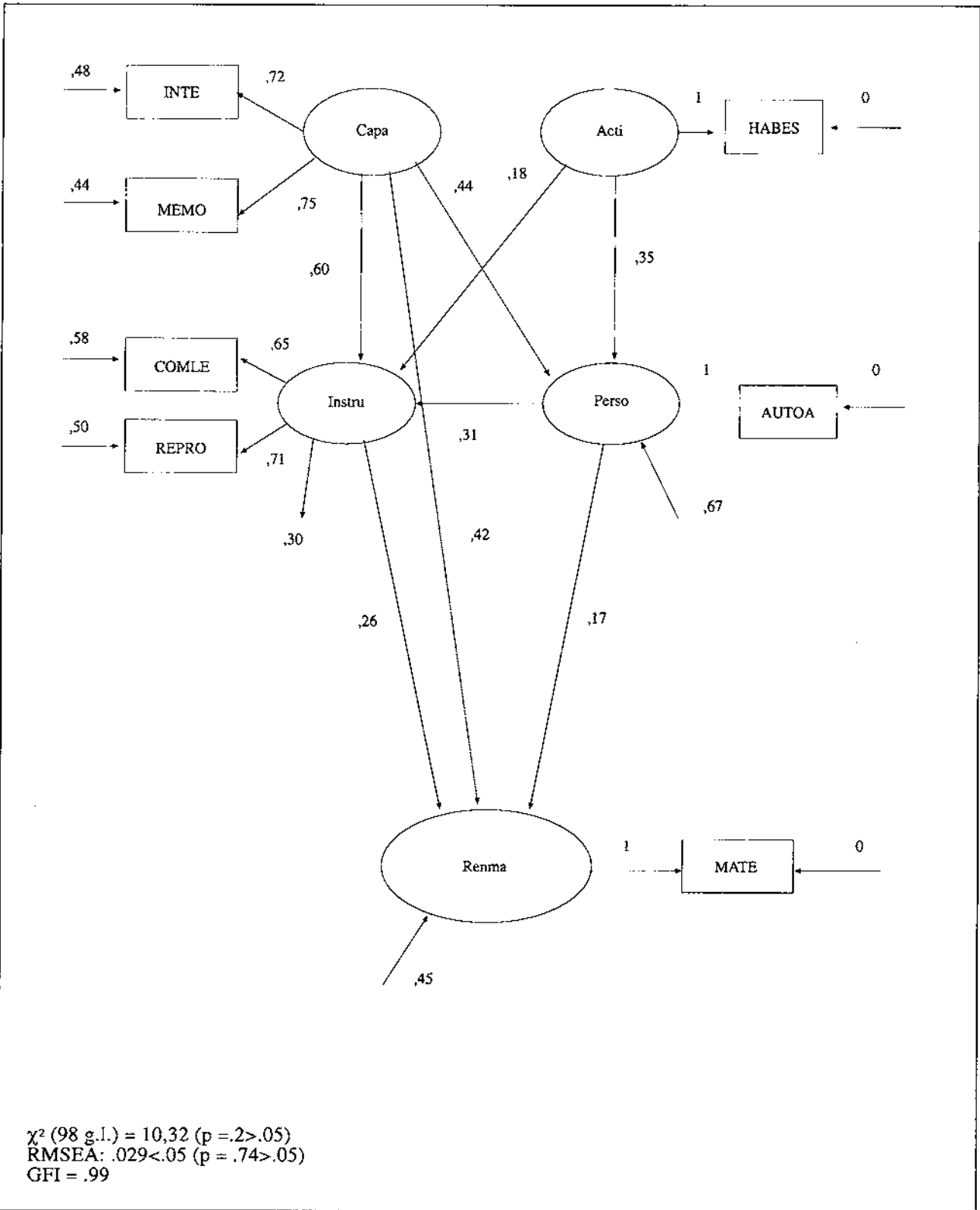
Es sólo entonces cuando funciona correctamente tanto el modelo global como cada uno de los modelos parciales. En este caso, todos los parámetros obtenidos por el método de máxima verosimilitud son significativos, lo mismo que los indicadores muestran un buen ajuste del modelo a los datos (Fig. 3).

RESULTADOS

Los resultados más relevantes son:

1. La propuesta de un modelo que explica el rendimiento en matemáticas contrastado empíricamente (χ^2 (8 g.l.) = 10,32 y $p = 0,24$) con la técnica LISREL de ecuaciones estructurales.
2. Las variables medidas que tienen poco peso en la configuración de su variable latente no intervienen en el modelo (atención, autoconcepto general, cálculo, velocidad de lectura).
3. Los condicionantes familiares y el nivel contextual, a pesar de correlacionar significativamente con el rendimiento en matemáticas, no forman parte del modelo, pues han sido difuminadas por la interdependencia entre las variables.
4. El autoconcepto académico hace de mediador entre las aptitudes y la actitud y el nivel instrumental, con lo que podemos hablar de una personalidad académica que hace referencia a la autoestima escolar del alumno y a la

Figura 3
Parámetros estimados del modelo final.



χ^2 (98 g.l.) = 10,32 (p = .2 > .05)
 RMSEA: .029 < .05 (p = .74 > .05)
 GFI = .99

confianza y seguridad en sus propias capacidades y en su carácter.

5. Algunos de los parámetros obtenidos son bajos y los errores de varianza altos. No se mejora el porcentaje global de varianza explicada en el rendimiento en matemáticas (55%). Se obtiene un buen resultado para las variables instrumentales (del orden del 70%) y, en cambio, baja la varianza explicada en la personalidad académica, que es del orden del 33%. El modelo es mejorable en su parte derecha sobre todo en lo referente a la consideración de un mayor aporte de variables medidas en la configuración de la actitud y la personalidad académica.

6. El modelo propuesto se cumple tanto para los chicos como para las chicas, por lo que el sexo no influye en el rendimiento en matemáticas, tal como indican investigaciones precedentes.

Si comparamos estos resultados con las hipótesis enunciadas, se cumplen las dos hipótesis principales. En cambio, las cuatro subhipótesis que hacían referencia al modelo no se cumplen estrictamente, ya que cambia el orden o la mediación de influencia en el rendimiento en matemáticas.

DISCUSIÓN

Llama la atención la no-inclusión de los condicionantes familiares y el nivel contextual en el modelo final, pues este resultado contradice, en parte, diversas investigaciones precedentes, pero conviene tener en cuenta las limitaciones de los estudios correlaciones y de regresión lineal utilizados hasta hace muy poco, la posibilidad de que esa influencia vaya desvaneciéndose con la edad y que anteriores estudios no han tenido en cuenta el nivel instrumental de los alumnos, que es la variable latente a la que sí pueden afectar en los primeros cursos de la enseñanza obligatoria.

Por otro lado, hay que destacar la importancia de un modelo que el especialista puede utilizar para diagnosticar y hacer propuestas de intervención. También es

importante como punto de referencia para futuras investigaciones que, sin lugar a dudas, mejorarán y completarán el modelo final propuesto.

En la estructura del modelo final es determinante el nivel instrumental al que se accede en función de la capacidad, de la actitud y de la mediación de la personalidad académica, conformando todos ellos el rendimiento en matemáticas del alumno. No obstante, conviene resaltar la necesidad de acometer estudios de replicación con modelos alternativos.

En cuanto a las posibilidades de diagnóstico-intervención que antes mencionábamos, interesa señalar que en la muestra había 49 casos (14%) con rendimiento negativo en matemáticas. Se pueden entresacar los alumnos que están situados en el 20% inferior de la prueba en cuestión, lo que ya nos indica los aspectos sobre los que hay que trabajar.

Así, a los alumnos con déficits en variables de capacidad o personalidad, hay que prepararles programas individualizados de intervención que estimulen dichas capacidades, lo mismo que si tienen déficits en comprensión lectora o resolución de problemas, para los que habrá que preparar programas escalonados de intervención individualizada que permitan la mejora en esas áreas instrumentales.

No quiero dejar de citar las posibilidades del diagnóstico-prevención que nos permite el modelo propuesto, ya que se pueden entresacar los alumnos con rendimiento normal en matemáticas pero que están en el 20% inferior en alguna o varias pruebas. Se puede hacer un trabajo de prevención con estos alumnos para evitar que sean futuros suspensos.

NOTA

Este artículo es un resumen de la tesis «Análisis causal para un diagnóstico individual del rendimiento en matemáticas (11-12 años)», publicada por la UPV. EHU. (Arrieta, 1996).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ÁLVARO PAGE, M. et al. (1990). *Hacia un modelo causal del rendimiento académico*. Madrid: CIDE-MEC.
- ARRIETA, M. (1996). *Análisis causal para un diagnóstico individual del rendimiento en matemáticas (11-12 años)*. Lejona: Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco.
- AZORÍN POCH, F. y SÁNCHEZ CRESPO, J.L. (1986). *Métodos y aplicaciones del muestreo*. Madrid: Alianza.

- CHOU, H.N. (1990). *Investigation of a proposed achievement model: Using LISREL Structural Modeling*. University of Illinois at Urbana-Champaign. Michigan: UMI Dissertation Services.

- CONSEJO ESCOLAR DE EUSKADI. (1993). *Informe sobre la situación de la Educación en la Comunidad Autónoma del País Vasco*. Vitoria: DEGV.

- DÍAZ GODINO, J., BATANERO, M.C. y CAÑIZARES, M.J. (1989). *Estudio estadístico de la población escolar de la provincia de Jaén: Aplicación al diseño de encuestas escolares*. Granada: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Granada.
- ESCUADERO, J.M. (1982). El fracaso escolar. Hacia un modelo de análisis. *Modelos de investigación educativa*, pp. 17-75. Barcelona: Edicions Universitat de Barcelona.
- ETHINGTON, C.A. (1992). Gender differences in a psychological model of Mathematics achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(2), pp. 166-181.
- GROWS, D.A. (ed.) (1992). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Nueva York: Macmillan.
- HERNÁNDEZ RUIZ, S. y GÓMEZ DACAL, G. (1982). *Fracasos escolares*. Madrid: Escuela Española.
- HUSEN, T. (ed.) (1967). *International Study of Achievement in Mathematics* (2 vol). Nueva York: John Wiley & Sons.
- HYDE, J.S., FENNEMA, E. y LAMON, S.J. (1990). Gender Differences in Mathematics Performance: A Meta-Analysis. *Psychological Bulletin*, 107(2), pp. 139-155.
- JAKIN (1988). *Eskola porrota*. Monográfico, núm. 46. Donostia: Jakin.
- JORESROG, K.G. y SORBOM, D. (1993). *Lisrel: Structural Equation Modeling with the SIMPLIS Command Language*. SSI, Inc: Chicago.
- KLOOSTERMAN, P. (1991). Beliefs and Achievement in Seventh-Grade Mathematics. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 13(3), pp. 3-15.
- LEDER, G.C. (1992). Mathematics and Gender: Changing perspectives, en Grouws, D.A. (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 597-622. (Macmillan: Nueva York).
- MARSH, H.W. (1986). Verbal and Math Self-Concepts: An internal/external frame of Reference model. *American Educational Research Journal*, 23(1), pp. 129-149.
- NEWMAN, R.S., 1984. Children's Achievement and Self-Evaluations in Mathematics: A longitudinal Study. *Journal of Educational Psychology*, 76(5), pp. 857-873.
- REYNOLDS, A.J. y WALBERG, H.J. (1992). A Process Model of Mathematics achievement and attitude. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(4), pp. 306-328.
- ROBITAILLE, D.F. y GARDEN, R.A. (1989). *The IEA Study of Mathematics II: Contexts and Outcomes of School Mathematics*. Nueva York: Pergamon Press.
- REVICKI, D. (1982). *The Relationship Between Self Concept and Achievement*. Nueva York: Annual Meeting of the American Educational Research Association.
- RODRÍGUEZ ESPINAR, S. (1982). *Factores de rendimiento escolar*. Barcelona: Oikos-Tau.
- TRAVERS, K.J. y WESTBURY, I. (1989). *The IEA Study of Mathematics I: Analysis of Mathematics Curricula*. Nueva York: Pergamon Press.

[Artículo recibido en enero de 1996 y aceptado en junio de 1997.]