

particularmente gratificante y eficaz.

No existe, en definitiva, una técnica de ajuste ideal, adecuada para todos los casos. Debe pues, confiarse a la sensatez y buen hacer del usuario la elección del método que permita lle-

gar al resultado deseado con la máxima rapidez, sencillez y eficacia.

**BIBLIOGRAFIA**

1. LING, J., «Easy Chemistry», Vol. 1, Goodman Publisher, Hong Kong, 1979, p. 105-112.

2. SMITH, W. R. Y MISSEN, R. W., «What is stoichiometry», Chem. Eng. Ed., (winter, 1979).

3. KENNEDY, J. H., «Balancing Chemical Equations with a Calculator», J. Chem. Ed., 59, 6, 1982, p. 523.

KOLB, D.J., Chem. Ed., 58, 8, 1981, p. 642.

## PRESENTACION DE LINEAS DE TRABAJO

**RESUMEN DE UN MODELO DE TRABAJO PRACTICO PARA COU**

En los trabajos prácticos que están concebidos como pequeñas investigaciones se intenta seguir el esquema de un ciclo de investigación científica. Cuando se pretende seguir dicho esquema en trabajos de Química a niveles no elementales (tal es el caso de las experiencias que suelen proponerse en COU) se encuentran dificultades que solo pueden salvarse si se aplica el método con flexibilidad.

A continuación se propone un resumen de un trabajo práctico con objeto de presentar el método que puede seguirse. El trabajo consiste en la «Determinación de la fórmula de un hidrato».

El primer caso consiste en presentar en clase el problema que plantean algunas sales que contiene agua eliminable por calentamiento pero que presentan características diferentes a una mezcla sal-agua. A continuación se proponen cuestiones que permitan discutir las diferencias entre un compuesto y una mezcla, particularmente en el caso de una sal hidratada, así como los ensayos necesarios para verificar dichas diferencias. A modo de ejemplo se recogen aquí algunas actividades que podrían proponerse en esta etapa:

1. ¿Cuándo puede afirmarse que una sal es un hidrato o por el contrario se trata de una mezcla, p. ej. sal húmeda?
2. ¿Qué ensayos habría que verificar para determinar si una sal es un hidrato?
3. ¿Cuál sería la fórmula de un hidrato cualquiera? Aplicarlo al caso

del sulfato de cobre (II) hidratado.

Puede proponerse la resolución de las cuestiones anteriores en clase. Una vez discutidas se sugiere una actividad encaminada a resolver un problema fundamental del trabajo: el diseño de las experiencias.

4. Diseñar un experimento para determinar la fórmula del sulfato de cobre (II) u otro hidrato cualquiera.

Sería deseable que la actividad anterior fuera resuelta con tiempo después de pensarse suficientemente, o que puede proponerse para casa. Importaría conocer en primer lugar qué medidas interesaría efectuar para conocer la fórmula del hidrato y en 2º lugar se discutiría todo el abanico de soluciones propuestas en orden a evaluar las dificultades de los procedimientos, dispositivos o aparatos, grado de imprecisión, posibilidades de error que entraña el método, etc.

Una vez establecido el procedimiento experimental, cuya forma definitiva sería sugerida por el profesor, se procedería a la realización experimental, introduciendo cuestiones relacionadas con dicha realización, tales como la actividad que aquí se sugiere en 5.

5. ¿Cuándo puede asegurarse que se ha eliminado toda el agua del hidrato?

Las siguientes actividades proponen la resolución del problema, p. ej.:

6. ¿Qué cantidad de agua se ha eliminado? ¿Qué cantidad de sulfato de

cobre (II) anhidro hay en la muestra? Calcular la fórmula del hidrato.

Pueden sugerirse además otras actividades como rehidratar la sal para observar el cambio de color, dejar a la intemperie un tiempo prolongado y volver a pesar, etc. A continuación se pasaría a la interpretación de los resultados.

La última etapa sería el análisis de los resultados obtenidos por los diferentes grupos de alumnos que realizan simultáneamente la experiencia y confeccionar en el cuaderno de trabajo un guión donde figuren todas las actividades propuestas, las discusiones de sus soluciones y los resultados y conclusiones obtenidos.

José Miguel AYENSA ESPARZA  
Instituto de Bachillerato  
CALAHORRA (La Rioja)

**MATEMATICAS:  
INVESTIGACION SOBRE LA  
ENSEÑANZA DE LOS ANGULOS**

Al pretender enseñar el concepto de ángulo, desde un punto de vista superior, a estudiantes de primeros cursos de Facultades o Escuelas Universitarias, el profesor se tropieza con una variada gama de definiciones que, bajo la misma palabra «ángulo», están dando conceptos diferentes (ángulos orientados, ángulos no orientados, media de ángulos).

El estudio de los ángulos empezó siendo un simple trabajo personal en donde mi única intención era hacer una exposición clara sobre el tema,

en unas cuantas clases fuera del programa, a mis alumnos de 1º de Facultad.

Después se ha transformado en un trabajo mucho más amplio y además, puesto que mis nuevos alumnos son futuros maestros, me he planteado nuevos objetivos. Pueden resumirse en tres objetivos generales:

1. Hacer un estudio y análisis detallado de todas las definiciones que aparecen en la literatura al respecto, estableciendo equivalencias entre ellas.

2. Hacer un desarrollo teórico del tema en la línea actual de la geometría (utilizando el álgebra vectorial) pero dando unas definiciones lo suficientemente intuitivas, de tal manera que el concepto previo de ángulo que el alumno adquirió en la E.G.B., le sirva de base.

3. Este tercer objetivo es, en cierta manera, inverso del anterior: dominando ya el tema de los ángulos, se pretende estudiar la didáctica más adecuada para su introducción en la E.G.B.

Conseguidos ya, prácticamente, los dos primeros, en este curso pretendo:

a) experimentar las ventajas e inconvenientes que supone el nuevo enfoque en la enseñanza de los ángulos a los alumnos de Magisterio,

b) estudiar, junto con ellos, los métodos más adecuados y el enfoque más conveniente que debe darse al estudio de los ángulos en la E.G.B.

Todos aquellos que deseen información más completa sobre el trabajo realizado y todos aquellos que estén trabajando en la misma línea y quieran ponerse en contacto conmigo, pueden dirigirse a Pilar Martín, Seminario de Matemáticas, E.U. de Formación del Profesorado de E.G.B. c/Herrero s/n, Castellón.

PILAR MARTIN  
Escuela de Magisterio  
Castellón

#### CON UN ORDENADOR EN EL AULA

Con ayuda de un ordenador personal y un programa más o menos largo podemos crear un nuevo cen-

tro de interés en el aula. Puede simultanearse la explicación en la pizarra de un tema o problema del cuestionario con la exposición de los resultados en la pantalla de T.V. asociada al microordenador.

Según la finalidad deseada se puede elaborar un programa con las siguientes intenciones:

a) OPCION A: que nos solucione únicamente un ahorro de tiempo al obtener una tabla de datos, un gráfica, una recta de regresión, etc. pero cuyos resultados sean interesantes didácticamente.

b) OPCION B: para exponer una simulación de alguna experiencia o fenómeno físico, químico, biológico o matemático que no pueda realizarse en el laboratorio o en el aula por falta de material, tecnología o de tiempo.

Dado que solamente durante el curso 1982/83 he introducido este método en clase no puedo dar resultados de su eficacia pero considero de mucho interés las posibilidades que nos ofrece en la Didáctica de las asignaturas experimentales de BUP y COU.

Independientemente de esta labor inicial dedicada principalmente a Física de COU, profesores de Matemáticas del mismo Instituto donde trabajo habían manifestado idénticas inquietudes e incluso habían avanzado más en poner en marcha una asignatura de Informática. Asimismo profesores del Seminario de Ciencias Naturales habían optado por análogas alternativas. Era natural que llegáramos a formar un solo equipo que trabajó en común durante buena parte del curso y que piensa seguir haciéndolo en adelante.

Para sentar ideas y que el lector pueda imaginarse el gran potencial pedagógico que encierra un sencillo microordenador alimentado con un programa que puede realizar cualquier profesor con ganas de perder unas horas expongo algún título de los que tenemos más o menos terminados:

— De la opción A: tablas y gráficas de campos gravitatorios de planetas; distribución binomial; simples gráficas de funciones matemáticas adaptadas al curso al que van dedicadas.

— De la opción B: estadística en un lanzamiento simulado de uno o

dos dados un número muy elevado de veces; experiencia de Millikan y cálculo de la carga del electrón; método inductivo para estudio de Cinemática en 2º de BUP, etc.

He de hacer constar que nuestro convencimiento es de que el ordenador es un AUXILIAR del profesor en la clase. El profesor dirige la explicación en la pizarra y en la pantalla de aquél. Esto no impide la relación alumno-ordenador mediante la introducción de datos que luego ha de interpretar o bien mediante el control del programa a través del teclado.

Aquí vale la pena extenderse un momento y pensar en la continuidad que ofrece el hecho de que puede estudiarse un fenómeno dependiente de algún parámetro que puede variarse desde el teclado; no importa la longitud de los cálculos intermedios: se realizan en muy poco tiempo y el resultado aparece en pocos segundos. El alumno se da perfecta cuenta de la relación entre el resultado y el parámetro que varía. Por ejemplo puede ver la variación de la inclinación de una recta a medida que varía el parámetro «pendiente», por citar un caso sencillo de Matemáticas de 1º.

Hay muchos programas confeccionados para multitud de ordenadores. Es interesante adaptarlos a nuestra realidad y a nuestros programas oficiales. Es también interesante hacérselos uno mismo adaptándolos a su propia forma de hacer.

EMILIO LALANA ESPUÑA  
Instituto de Bachillerato «Santa Eulalia»  
L'Hospitalet de Llobregat  
(Barcelona)

#### RANGO DE UNA MATRIZ EN COU

La definición de rango de una matriz que se hace en COU, lleva consigo una proposición sobre la identidad entre el orden del mayor de los menores con determinante no nulo, el número de filas y el número de columnas linealmente independientes. La bibliografía difiere en la presentación de las cuestiones, omitiéndose incluso, parcial o totalmente, la demostración de dicha proposición. Se pretende en estas notas ofrecer una nueva presentación del tema, basado

fundamentalmente en el hecho de que un determinante es cero si y solo si sus vectores fila (columna) forman un sistema ligado.

Tras la definición previa de rango  $r$  de una matriz  $A_{m \times n}$  como el nº de vectores fila linealmente independientes, se trata de probar la coincidencia con el orden del mayor de los menores complementarios con determinante no nulo (proposición 1) y con el número de vectores columna linealmente independientes (proposición 2). Para la demostración 1, se prueba primero que los menores de orden  $q < r$  son de determinante nulo (en efecto, si alguno no lo fuera sus  $q$  filas serían linealmente independientes y por lo tanto lo serían sus ampliadas contra la hipótesis de que solo hay  $r$ ). Por otra parte existirán  $n-r$  vectores de  $K^n$  que junto con los  $r$  dados formarán un sistema libre de  $K^n$  y el determinante del sistema será nulo; si lo desarrollamos por los adjuntos de esas  $n-r$  filas obtendremos una combinación lineal de  $n(n-1)(n-2) \dots (r+1)$  determinante de orden  $r$  de la matriz  $A$  y alguno deberá ser no nulo. Para la demostración de 2, se prueba 1º que haya al menos  $r$  vectores columna linealmente independientes (basta utilizar la proposición 1), suponer que hay  $p$ , y formar el sistema de estas  $p$  columnas junto con  $m-p$  vectores de  $K^m$  de manera que sea un sistema libre, cuyo determinante será nulo, desarrollando por los adjuntos de estas columnas se concluye de una manera trivial que  $p=r$ .

Se utiliza continuamente el teorema aludido, cuya importancia es manifiesta en el algebra de COU, junto con la idea de ampliación de un sistema de vectores para formar un sistema libre, que puede servir para reincidir en el concepto de base, consiguiendo una presentación algebraica y sencilla de la demostración sin necesidad de recurrir a la escritura de largas ecuaciones.

IGNACIO ZURUTUZA  
I. de B. Gonzalo de Berceo  
Alfaro (La Rioja)

### UN ESTUDIO SENCILLO DEL FENOMENO DE DISOLUCION Y DE LA SOLUBILIDAD

En este estudio se trata de enfocar, desde un punto de vista racional, el concepto de solubilidad, analizando los factores que la afectan mediante un procedimiento deductivo y tomando como punto de partida el conocimiento de las funciones termodinámicas cuyas variaciones rigen la evolución de los procesos fisicoquímicos.

Este estudio puede servir como introducción al tema de «reacciones de precipitación» correspondiente al programa de química de COU, puesto que en los temas precedentes se estudian las principales funciones termodinámicas en relación con los procesos químicos. Por otra parte, los aspectos que se tratan aportan cierta solidez al posterior desarrollo del tema, puesto que a la aplicación de las leyes del equilibrio químico al proceso de disolución se une este estudio termodinámico del fenómeno.

Este estudio comienza con los conceptos de disolución y solubilidad, para pasar al estudio minucioso de los factores que afectan a la solubilidad. Estos factores se van deduciendo a partir de la premisa termodinámica según la cual todo proceso físico o químico tiende a realizarse espontáneamente cuando la energía libre del sistema disminuye en el mismo, o bien, cuando la variación de energía libre  $G$  es negativa. Dicha variación puede calcularse mediante la ecuación:

$$G = H - T S$$

observándose sus dependencias de las variaciones de entalpia ( $H$ ), entropía ( $S$ ) y de la temperatura absoluta a la que se verifica el proceso de disolución. Por tanto, la solubilidad de un soluto en un disolvente aumenta a medida que disminuye  $G$  en dicho proceso.

A continuación se estudian los factores que afectan a  $G$ , y por tanto a la solubilidad:

a) Temperatura: aparece en el término  $T S$  por lo que su influencia depende del valor de  $S$ . Pero, en general, para la disolución de un sólido en un líquido  $S$  es positivo ya que aumenta el desorden del sistema, por consiguiente  $G$  disminuye al elevarse la temperatura.

De acuerdo con esto, la solubilidad de un sólido en un líquido aumenta al elevarse la temperatura. Esta conclusión se ratifica con los datos experimentales en las llamadas «curvas de solubilidad».

b) Calor de disolución o  $H$ : aquí se estudia la disolución de un sólido iónico en agua, deduciendo, en primer lugar, la dependencia de  $H$  con las energías reticular y de hidratación de los iones, y en segundo lugar, la relación de estas energías con las características de los iones. De este modo, se llega al resultado que ratifica la afirmación de Ephraim y Fajans de que «una sal será tanto más soluble cuanto mayor sea la diferencia entre los radios de sus iones».

c) Variación de entropía  $S$ : aquí se analiza el hecho de que un ión pequeño y de carga grande crea a su alrededor un campo eléctrico muy intenso y produce una fuerte orientación de las moléculas de agua, aumentando el orden del sistema. Por ello, la entropía  $S$  disminuye, la energía libre  $G$  aumenta, y en consecuencia la solubilidad es mínima.

CONCLUSION: en base a las deducciones anteriormente esbozadas, se puede establecer la siguiente afirmación: «la solubilidad de los compuestos iónicos es directamente proporcional a los radios de los iones y a la diferencia entre los radios del catión y del anión, e inversamente proporcional a la carga de los mismos».

M. LAISECA FERNANDEZ  
Profesora agregada de  
Física y Química  
I. B. «Lucía de Medrano».  
Salamanca