

---

# LOS PROBLEMAS DE MATEMATICAS EN EL CURRÍCULUM DE EGB (CICLO MEDIO): UN ESTUDIO CUANTITATIVO-DESCRIPTIVO DESDE EL PUNTO DE VISTA DE SU POTENCIAL HEURÍSTICO (\*)

CERDAN, F. y PUIG, L.

Escuela Universitaria de Formación  
del Profesorado de E.G.B. (Valencia)

(\*) Este artículo es parte del proyecto de investigación: «El papel de la resolución de problemas en el curriculum de formación de profesores de EGB. Herramientas Heurísticas y Patrones Plausibles.» Realizado bajo los auspicios del XI Plan de la Subdirección General de Investigación Educativa.

---

## SUMMARY

Mathematical problems in the curriculum for children aged 8-11 are analyzed from different points of view related to the problem solving process. The aim of this analysis is to obtain information to enable us to improve both the curriculum and the training of teachers.

All the problems in the textbooks of four series have been examined. Their distribution over courses, topics and types (the solving of which implies an increasing degree of creativity: «recognition exercises», «algorithmic exercises», «application problems», «open-search problems» and «problem situations») have been studied. Furthermore, the standard solution to every problem has been carried out, to enable us to identify the heuristic tools implicitly contained and to analyze their distributions over courses and topics.

The results lead us to conclude that the curriculum does not stimulate creative problem solving. This is especially evident in the almost complete lack of problem situations (percentages between 0.2 and 4.05), the low percentage of open-search problems and the high percentage of recognition exercises. Some subjects such as «sets and relations» and «plane shapes» when examined in detail prove to be especially illustrative of the crucial role which the philosophy behind the curriculum has in causing such poor results.

The percentage of problems in the curriculum containing heuristic tools is low in almost every course (around 13%). With regard to the heuristic tools identified («special case», «subgoals», «examining possibilities», «draw a picture or a diagram» and «trial and error») the hegemony of «subgoals» (nearly 50%) shows how and when problem solving heuristics could be achieved.

---

## INTRODUCCION

Cualquier ciudadano comparte con los de su generación, entre otras cosas, su colección de problemas escolares. Estos y no otros son los que conforman su visión del contenido y la potencia de las disciplinas científicas de las que ha tenido conocimiento. Parece pues que cualquier pretensión de mejora de la enseñanza de las matemáticas que pueda difundirse a través de la formación de profesores (de EGB en nuestro caso) y que pretenda llegar a la inmensa mayoría de los profesores y, por tanto, de los alumnos, ha de partir de un conocimiento de los problemas escolares, que son los que de hecho resuelven la mayoría de los alumnos y los que de hecho enseñan a resolver la mayoría de los profesores.

Esto es tanto más importante si se toma en cuenta la recomendación para la década de los 80 contenida en NCTM (1981) de centrar las matemáticas escolares en la resolución de problemas o el deseo expresado en Hernán (1983) de «fomentar la actitud básica en matemáticas: la de resolver problemas».

Sin embargo, en la actualidad estamos lejos tanto de una teoría que explique el proceso de resolución de problemas, como de una teoría de la instrucción en resolución de problemas perfectamente bien fundada, acabada y coherente, pese al gran número de investigaciones puntuales realizadas. Lester (1980) describe el estado de la cuestión,

clasificándolas en cuatro campos básicos: el problema, el sujeto, el proceso y la instrucción.

Los resultados obtenidos en esas investigaciones han dado lugar a la introducción de objetivos de proceso en el curriculum (Bell, 1976) o a desarrollar curricula basados en la resolución de problemas como SPMPs, descrito en Burton (1980). Por otro lado, se han diseñado cursos de entrenamiento heurístico para la formación de profesores de matemáticas (Hughes, 1974) o se ha incluido éste como parte del curriculum (Wain y Woodrow, 1980).

Ahora bien, los problemas utilizados tanto en las investigaciones que se han realizado sobre el proceso de resolución de problemas, como en los cursos de entrenamiento heurístico, son problemas o puzzles contruidos ex profeso para ello y que, en general, no son semejantes a los que aparecen en los libros de texto.

Desde nuestro punto de vista, tales problemas, que pueden ser los adecuados para investigar e ilustrar el proceso, no deben ser los únicos utilizados para la formación de los profesores o la instrucción de los alumnos en resolución de problemas, ya que, de ser los únicos, no se conseguirá más que añadir nuevos contenidos a los curricula, aunque sean contenidos de proceso. Lo que conlleva un peligro al menos: que tales contenidos de proceso queden aislados del resto del curriculum, haciendo que los alumnos sean incapaces de transferir lo que puedan haber adquirido con esos problemas «fabricados ex profeso para enseñar a resolver problemas» a cualquier otro problema que hayan de resolver, ante el que se comportarán de forma rutinaria. Schoenfeld (1979; 1982) apoya este supuesto al mostrar que dicha transferencia ya es difícil entre problemas del mismo estilo.

Así puede comprenderse la necesidad de realizar un estudio detenido de los problemas realmente presentes en los libros de texto usuales desde el punto de vista de su potencial heurístico (información de la que se carece no sólo en España o a la que, en todo caso, no hemos tenido acceso), tanto para la inclusión gradual de objetivos de proceso en el curriculum, como para obtener información que pueda ser utilizada para explicar a los futuros maestros cómo y dónde pueden introducir implícitamente las herramientas heurísticas que han aprendido de forma explícita gracias a problemas ad hoc.

## PROPOSITO

En este ámbito, los objetivos fundamentales de este trabajo son:

Primero, estudiar la distribución del número de problemas que se proponen en el ciclo medio según cursos y tipos de problemas tales que supon-

gan del resolutor tanto el uso de destrezas de naturaleza diferente, como un grado creciente de creatividad.

Segundo, estudiar la distribución por temas y cursos de cada uno de estos tipos de problemas.

Tercero, identificar las herramientas heurísticas implícitamente contenidas en los problemas, así como su distribución por temas.

## MATERIAL Y METODOS

**1. Elección de colecciones.** La elección de las colecciones se realizó mediante una encuesta efectuada a 245 alumnos de 3º de Magisterio de la especialidad de Ciencias que realizaron sus prácticas de enseñanza en Valencia y su provincia. Se seleccionaron las tres colecciones que según la encuesta eran usadas con mayor amplitud en los colegios a los que éstos asistieron (C1, C2 y C3). A éstas se añadió una cuarta de entre las de menor uso, pero que desarrollaba el curriculum mediante la resolución de problemas (C4).

**2. Clasificación de los problemas.** Para clasificar los problemas se consideraron cinco tipos clásicos, cuya descripción puede verse en Butts (1980): ejercicios de reconocimiento (ER), ejercicios algorítmicos (EA), problemas de aplicación (PA), problemas de búsqueda (PB) y situaciones problemáticas (SP). La pertenencia de un problema a uno de los tipos señalados no se establece considerando el problema aislado, sino atendiendo a la situación del mismo en el interior del curriculum. Por ejemplo, un problema para cuya resolución existe un algoritmo preciso, es algorítmico si ese algoritmo ya ha sido descrito anteriormente, en caso contrario se tratará probablemente de un problema de búsqueda.

La clase de problemas «otros» (O) fue concebida para recoger todos aquellos problemas cuyas características no permitieron identificarlos como de uno de los tipos arriba mencionados.

**3. Temas.** Para la elaboración de las cabeceras temáticas se tuvo en cuenta la división en bloques de los programas renovados correspondientes al ciclo medio (CM), desdoblado el correspondiente a «Topología y Geometría». Así, se utilizaron: conjuntos y relaciones (CR), números naturales (NN), automatización de operaciones (AO), fracciones (FR), magnitudes (MG), longitud, capacidad y masa (LCM), tiempo y precio (TP), superficie (SU), figuras planas (FP), igualdad de figuras (IF), medida de figuras (MF) y geometría del espacio (GE).

**4. Construcción de las tablas tipo de problema/tema.** Para cada uno de los tres cursos (3º, 4º y 5º) que componen el ciclo medio y para cada una de las cuatro colecciones, los problemas que contienen los libros de texto fueron examinados uno a

uno y clasificados por tipos y temas. Todos aquellos problemas de índole temática diversa (lógica, redes...) que no corresponden a las cabeceras temáticas, fueron considerados aparte, pero dada su escasa presencia en el currículum y su dificultad de comparación, no han sido tenidos en cuenta en el presente estudio.

El examen y clasificación de los problemas fue realizado por alumnos de tercero de Magisterio de la especialidad de ciencias, que fueron adiestrados para ello.

**5. Herramientas heurísticas (HH).** Normalmente se utiliza el término «estrategia heurística» para designar conductas observadas en el resolutor (Webb, 1979; Lee, 1982). Aquí se entiende por HH un instrumento técnico que facilita la resolución del problema propuesto mediante su transformación en otro, lo que permite incluso asociar HH a problemas sin necesidad de considerar la presencia del sujeto al que tal HH facilita su resolución.

Las HH consideradas han sido: consideración de un caso (CC), variación parcial (VP), menos variables (MV), submetas (SM), elemento auxiliar (EX), analogía (AN), examen de posibilidades (EP), reformulación (RF), figura o diagrama (FD) y ensayo y error (EE). Una descripción de estas HH puede encontrarse en Polya (1965; 1967) y Schoenfeld (1979), por ejemplo.

Para asociar una HH a un problema se procedió a su resolución standard, lo que permitió, en las distintas transformaciones que sufre el problema en el proceso de resolución, identificar las HH que normalmente se usan en él. Estas son las HH de las que se dice que están contenidas implícitamente en el problema. El número de problemas que contenían alguna HH se contó para cada tema, curso y colección.

**6. Secuencias de problemas.** Se examinó la presencia de cadenas de problemas en los distintos cursos y colecciones que tuviesen alguna finalidad específica. Para cada una de ellas se computó su longitud (número de problemas) y se clasificó por tema y HH.

**7. Tratamiento de datos.** Los datos brutos fueron introducidos en un Apple II, dotado con dos unidades de disco e impresora y procesados mediante el programa SIS—TD, construido al efecto. Tal programa consta de cuatro subprogramas básicos: archivo, descripción, test y taxonomía.

En el tratamiento estadístico de los datos únicamente cabe señalar el modo de obtención de las medias y proceder a una descripción somera del subprograma taxonomía.

Las medias fueron obtenidas ponderando cada una de las colecciones con sus porcentajes de uso se-

gún la encuesta. Como las cuatro colecciones seleccionadas no eran las únicas señaladas en la encuesta, un 9% de los colegios utilizaban otras colecciones, este 9% se distribuyó proporcionalmente entre las cuatro colecciones objeto de estudio.

El subprograma taxonomía produce una jerarquía ascendente sin solapamiento tal y como se describe en Sneath y Sokal (1973), utilizando como medida de similitud entre individuos

$$d_s(i,j) = \sum_{k=1}^n |X_{ik} - X_{jk}| \quad , \quad 0 \leq d_s(i,j) \leq 200.$$

siendo  $x_k$  el valor del carácter  $k$  del individuo  $i$  y  $n$  el número de caracteres, y como métrica de agregación

$$d_a(k,l) = \frac{d_a(k,i) + d_a(k,j)}{2},$$

siendo  $i$  y  $j$  los individuos que acaban de agregarse para formar el grupo  $l$  y  $k$  otro individuo o grupo.

## RESULTADOS

### 1. Datos globales

La tabla 1 muestra la distribución del número de problemas presentes en los textos analizados del ciclo medio. Puede observarse que dicho número varía notablemente de una colección a otra. C4 tiene aproximadamente el doble que C1, lo que se debe a que C4 presenta un desarrollo del currículum basado en la resolución de problemas.

La tabla 2 muestra, sin embargo, que la distribución de problemas por curso dentro de cada colección es muy similar, lo que indica que ninguna considera que un curso sea más teórico que otro.

A partir de la tabla 1 puede obtenerse, aplicando a cada una de las colecciones la ponderación derivada de los datos de la encuesta, el número de problemas que aparecen en cada curso, por término medio (tabla 3). Se pueden observar que este número aumenta muy poco de 3º a 5º y que supone alrededor de 3 problemas por día lectivo.

### 2. Tipos de problemas.

**2.1. Colecciones.** Las tablas 4 y 5 muestran la distribución en frecuencias y porcentajes, respectivamente, de los problemas del ciclo medio en los tipos *ejercicios de reconocimiento*, *ejercicios algo-*

rítmicos, problemas de aplicación, problemas de búsqueda, situaciones problemáticas y otros, para cada una de las colecciones. Se observan diferencias notables entre éstas; en particular, escasa presencia de *ejercicios de reconocimiento* en C3 y *problemas de aplicación* en C4. Globalmente hay que señalar la ausencia de *situaciones problemáticas* (máximo 4%) y los bajos porcentajes de *problemas de búsqueda* (máximo 19%, bajando hasta el 8% en una colección que dedica el 30% a *ejercicios de reconocimiento*).

El test  $\chi^2$  muestra dependencia con alta significación ( $\chi^2_{15} = 1379, p \ll 0'001$ ). Reduciendo el análisis a C1, C2 y *ejercicios de reconocimiento* y *algoritmos* se puede postular la independencia ( $\chi^2_1 = 0'54, p > 0'1$ ), lo que incluso puede hacerse al añadir los *problemas de aplicación* ( $\chi^2_2 = 11'82, 0'005 > p > 0'001$ ). Si en vez de añadir *problemas de aplicación* se añade *problemas de búsqueda*, hay dependencia ( $\chi^2_2 = 14'01, p < 0'001$ ). Por otro lado, si en vez de añadir un tipo de problema, se añade una colección, C3, la dependencia es clara ( $\chi^2_2 = 289'94, p \ll 0'001$ ).

**2.2. Cursos.** La tabla 7 muestra para C1 la distribución de los problemas según cursos y tipos. Puede verse que mientras los *ejercicios algorítmicos* se mantienen a lo largo de todo el ciclo en torno al 25%, los *ejercicios de reconocimiento* alcanzan su máximo en 4º (38'3%) y descienden en 5º por la mayor presencia de *problemas de aplicación* (36%); los *problemas de búsqueda* por su parte se mantienen en torno al 10% a lo largo del ciclo.

**2.3. Medias.** La ponderación de las colecciones con los datos obtenidos en la encuesta permite construir la gráfica 1 que indica el número de problemas por término medio que de cada tipo se encuentran en el curriculum.

### 3. Temas

**3.1. Colecciones.** La tabla 8 y el histograma 1 muestran la distribución porcentual de los problemas del ciclo medio entre los temas, para cada una de las colecciones. En ellos se puede apreciar que, excepto en C1, a *automatización de operaciones* es al tema al que se dedica el máximo número de problemas, seguido generalmente por *conjuntos y relaciones* (máximo para C1 y 2º y 3º en las otras) y de *figuras planas*, siendo siempre estos tres temas los que ocupan los tres primeros lugares. A la geometría en conjunto se dedica en torno al 25%, teniendo *geometría del espacio* entre el 2 y el 3%. Por su parte, al adiestramiento en el manejo del sistema métrico sólo se dedica un 10%, que apenas aumenta al 13% cuando se añaden los otros temas que tienen que ver con la medida (superficie y medida de figuras).

El test  $\chi^2$  muestra la dependencia de la distribución de problemas por temas respecto de las colecciones ( $\chi^2_{33} = 1143, p \ll 0'001$ ) y esto sigue ocurriendo incluso si se analiza la dependencia de parte de los temas y algunas colecciones. Sucede lo mismo si el test se realiza dentro de cada curso.

**3.2. Cursos.** La tabla 9 muestra la evolución de 3º a 5º de la distribución de problemas por temas, para C2. Tablas similares para las otras colecciones ponen en evidencia de qué forma cada una enfoca la distribución de los temas a lo largo de los cursos.

**3.3. Medias.** La tabla 10 muestra el número de problemas por término medio del ciclo, distribuidos por temas y cursos. Puede observarse la caída relativa de *automatización de operaciones* en 5º y la aparición de *fracciones* en 4º. El curso fuerte de *sistema métrico* es 4º, mientras que los *problemas de tiempo-precio* se han tratado ya en 3º, para abandonarse relativamente en 4º y 5º. La geometría presenta mayores variaciones, manteniéndose constante únicamente *figuras planas* (en abundancia) y *geometría del espacio* (muy escaso); los demás temas, inexistentes en 3º, aparecen en 4º (igualdad de figuras, medida de figuras) o 5º (superficie).

### 4. Estudio de los tipos de problemas según los temas.

La tabla 11 y el histograma 2 presentan la distribución porcentual ponderada de los tipos de problemas entre los temas. Se han eliminado *situaciones problemáticas* (por su escasez) y *otros* (por su ausencia de contenido significativo). Puede verse que los temas que más contribuyen a *ejercicios de reconocimiento* son *conjuntos y relaciones* (27'8%) y *figuras planas* (30%), seguidos de *automatización de operaciones*, que es, por otro lado, el que más contribuye al total de problemas (27'41%). Como era de esperar *automatización de operaciones* es el que más contribuye a *ejercicios algorítmicos*, aunque también es notable la contribución de *conjuntos y relaciones* y *figuras planas*. *Automatización de operaciones* es asimismo el que más contribuye a *problemas de aplicación*, aunque aquí hay que señalar las contribuciones de *longitud, capacidad y masa*, y *tiempo-precio*. *Problemas de búsqueda* recibe las máximas contribuciones de *automatización de operaciones* y *conjuntos y relaciones* (aunque éste en menor medida que a otros tipos de problemas) y son destacables las de *longitud, capacidad y masa, tiempo-precio* y *figuras planas*.

La evolución de la distribución de los problemas de un mismo tipo por temas, de 3º a 5º sigue la misma pauta que el total de problemas, pauta cuya descripción aparece en la tabla 10, antes descrita.

Señalamos únicamente, en la tabla 12, la distribución correspondiente a *problemas de búsqueda*, por su escasez.

### 5. Estudio de los temas según los tipos de problemas

La tabla 13 presenta la distribución porcentual ponderada de cada tema entre los tipos de problemas. Esta tabla permite caracterizar para qué sirve (o para qué se usa) cada tema: así, p.e., *tiempo-precio y medida de figuras* contienen fundamentalmente *problemas de aplicación o de búsqueda*, mientras que *conjuntos y relaciones, magnitudes, geometría del espacio y figuras planas* se limitan a los *ejercicios de reconocimiento*.

La tabla 14, que se ha construido reordenando la tabla 13 según la jerarquía establecida por el árbol 1, permite observar la existencia de dos grupos de temas: un primer grupo formado por *automatización de operaciones, superficie, longitud, capacidad y masa, medida de figuras y tiempo-precio* y un segundo grupo formado por *conjuntos y relaciones, números naturales, figuras planas, fracciones, igualdad de figuras, magnitudes y geometría del espacio*. El primero se caracteriza por la preponderancia de *ejercicios algorítmicos, problemas de aplicación y problemas de búsqueda*, y la escasa presencia de *ejercicios de reconocimiento*, con una gradación del máximo de *ejercicios algorítmicos en automatización de operaciones* al máximo de *problemas de búsqueda en tiempo-precio*. El segundo se caracteriza por la preponderancia de *ejercicios de reconocimiento y problemas de aplicación* y la escasa presencia de *problemas de búsqueda*, con una gradación de aumento progresivo de *ejercicios de reconocimiento y algorítmicos* y disminución de *problemas de aplicación* (e incluso de *problemas de búsqueda*, que desaparecen en *geometría del espacio*). En este grupo puede distinguirse un subgrupo (*magnitudes y geometría del espacio*) en el que es máximo el porcentaje de *ejercicios de reconocimiento*, pero no hay *ejercicios algorítmicos*.

Los árboles 2, 3 y 4 muestran las jerarquizaciones de los temas para cada uno de los cursos y permiten efectuar una lectura similar a la del árbol 1, así como observar la evolución de 3º a 5º.

### 6. Herramientas heurísticas.

**6.1. Análisis cualitativo.** La tabla 15 señala la presencia o ausencia de cada una de las HH en cursos y colecciones, sumando en dos índices la cantidad de presencias por cursos y la cantidad de presencias por colecciones. Se observa que las HH que aparecen con más frecuencia son *consideración de un caso, submetas, examen de posibilidad-*

*des, figura o diagrama y ensayo y error*, y que hay más presencia de HH en los cursos 4º y 5º y en las colecciones C3 y C4.

**6.2. Datos globales.** La tabla 16 muestra la distribución de los problemas con HH por cursos para cada colección. Puede observarse que aumenta de 3º a 5º en general y que es notablemente superior en C4.

La gráfica 2 presenta el porcentaje de problemas con HH, respecto al total de problemas para las cuatro colecciones, mostrando la evolución de 3º a 5º. Puede verse que C2 es notablemente inferior a las otras y que éstas, aunque siguen evoluciones distintas, se encuentran en 5º, donde las tres están en torno al 20%, esto es, en donde un problema de cada cinco conlleva implícitamente el uso de alguna HH.

La tabla 17 muestra lo que ocurre por término medio.

Para cada colección se han comparado las distribuciones de los problemas con HH y los problemas sin HH por cursos. La tabla 18 muestra que C2 es la única para la que ambas distribuciones coinciden. Análogamente, para cada curso se han comparado las distribuciones de los problemas con y sin HH por colecciones. Estas no coinciden en ningún caso, pero si se elimina C2, que se comporta de forma distinta a las demás, sí que lo hacen en 3º y 5º ( $\chi^2 = 7.65$ ,  $p < 0.025$  y  $\chi^2 = 0.21$ ,  $p > 0.1$ , respectivamente).

**6.3. Estudio de las HH más frecuentes.** Para el examen detallado de cada HH que se realiza en las tablas siguientes, se han seleccionado las que presentaron un mayor índice en la tabla 15, esto es: *consideración de un caso, submetas, examen de posibilidades, figura o diagrama y ensayo y error*. La tabla 19 muestra la distribución del número de problemas por término medio que presentan cada una de las HH consideradas, por cursos. Salta a la vista el escaso número en todos los casos, siendo sólo algo elevado el de *submetas*, que representa el 55.27% del total de problemas con HH. La tendencia general ya observada de aumento de 3º a 5º, también se mantiene cuando se considera cada HH aisladamente.

El análisis de la dependencia entre las HH y los cursos para cada una de las colecciones (tabla 20) coincide con el efectuado entre problemas con y sin HH y cursos (tabla 18).

Un análisis más exhaustivo para cada una de las HH se ha efectuado comparando su distribución por cursos para cada colección. *Consideración de un caso, examen de posibilidades y ensayo y error* son tratadas por las colecciones independientemente del curso ( $\chi^2 = 13.8$ ,  $p < 0.025$ ,  $\chi^2 = 11.7$ ,  $\chi^2 = 10.7$ ,  $p > 0.05$ , respectivamente), mientras que

no sucede lo mismo con las otras dos. Así, *submetas*, que es dependiente del general ( $\chi^2_6 = 26.9$ ,  $p < 0.001$ ), deja de serlo al excluir del análisis 4º ( $\chi^2_3 = 11.9$ ,  $p > 0.005$ ) o, aún más, 5º ( $\chi^2_3 = 6.8$ ,  $p > 0.05$ ), pero no al excluir 3º ( $\chi^2_3 = 17.9$ ,  $p < 0.001$ ). Por su lado, *figura o diagrama* ( $\chi^2_6 = 27.12$ ,  $p < 0.001$ ), sólo deja de ser dependiente cuando se excluye 3º ( $\chi^2_3 = 4.03$ ,  $p > 0.1$ ).

**6.4. Relación de las HH con los temas.** Dada la escasa presencia de problemas con HH en algunos temas, se han agrupado en uno solo *magnitudes, longitud, capacidad y masa y tiempo-precio* (indicando en las tablas con LCMT) y en otro toda la *geometría* (GM). Para cada HH, puede encontrarse en la tabla 21 el porcentaje de problemas de cada tema que la contienen. La geometría resulta ser el tema más rico desde el punto de vista heurístico; sólo *examen de posibilidades* en el caso de *automatización de operaciones* o *figura o diagrama* en el caso de *conjuntos y relaciones* muestran porcentajes más altos que los correspondientes a *geometría*.

El examen de la dependencia entre HH y temas mostró ser positivo para cada una de las colecciones.

Las tablas 22 a 26 muestran los problemas de cada HH, distribuidos por temas, en medias y para C1, C2, C3 y C4, respectivamente.

El árbol 5 y la tabla 22 permiten observar la existencia de dos grupos de temas: un primer grupo formado por *automatización de operaciones, longitud-capacidad-masa-tiempo-precio* y *fracciones* y un segundo grupo formado por *números naturales, geometría y conjuntos y relaciones*. Los grupos se distinguen fundamentalmente porque en la mayor parte de problemas de los temas del primero se usan *submetas*, mientras que en el segundo se usan *figura o diagrama*; además el uso de *ensayo y error* es más frecuente en el segundo que en el primero (ausente en *fracciones*). También puede verse (tabla 22) que el uso de *consideración de un caso y examen de posibilidades* es muy similar en todos los temas, estando ausentes en los mismos tres.

Para C1 ocurre lo mismo (tabla 23, árbol 6) que para las medias, excepto que *conjuntos y relaciones* es muy diferente del resto de los temas ( $d_s = 124.5$ ) ya que en sus problemas se usan todas las HH consideradas, lo que se debe posiblemente a que es el tema con más problemas de esta colección (cf. tabla 8).

De nuevo C2 es muy distinta de las demás colecciones, ya que no permite observar la existencia de grupo alguno (tabla 24, árbol 7) sino una jerarquía en escalera que indica la heterogeneidad de los temas descritos por los problemas que contie-

nen HH implícitas. Como en C1, *conjuntos y relaciones* es peculiar ( $d_s = 124.3$ ) pero aquí en sentido contrario: por el escaso uso de HH en sus problemas, que, sin embargo, es el segundo en porcentaje de problemas dentro de esta colección (cf. tabla 8).

C3 está estructurado de forma muy similar a las medias (árbol 8), pero puede observarse que en todos los temas aparecen todas las HH (tabla 25).

C4 es la colección que presenta una mayor homogeneidad entre los temas descritos por las HH implícitas (máxima distancia de agregación 80). Recuérdese que esta colección es la que presenta mayor número de problemas (tabla 1) y que desarrolla el curriculum en base a la resolución de problemas.

## 7. Secuencias de problemas.

La presencia de secuencias de problemas en el ciclo medio es muy escasa como corrobora la tabla 27 contruida con el total de secuencias de las cuatro colecciones distribuidas por temas para cada HH que relaciona los problema de la secuencia. El total de secuencias es 65, de las que 38 corresponden a *submetas*, lo que indica que la mayor parte de estas secuencias consisten en problemas en los que se determina algún objeto (o cantidad) imprescindible para abordar el problema siguiente.

## CONCLUSION Y COMENTARIOS

Una tarea de tres problemas diarios para el ciclo medio es a todas luces insuficiente si se tiene en cuenta que cada problema enunciado independientemente o con numeración distinta se ha contado como uno. El examen de la distribución de problemas por tipos, que indica en qué consiste en realidad la tarea de resolverlos, abunda en su insuficiencia, ya que, a pesar de que uno de los objetivos oficiales de la educación matemática (BOE 2/12/70) sea la «resolución de situaciones problemáticas», en las colecciones de uso más frecuente (C1, C2) no hemos encontrado más que 3 ó 1 problemas de este tipo en todo el ciclo medio, y los 124 de C4, corresponden a una colección que se usa apenas en el 1% de los colegios de la muestra. Además, incluso en medias, hemos encontrado que se dedican a ejercicios de reconocimiento entre 150 y 200 problemas.

*El alto porcentaje de ejercicios de reconocimiento no puede significar otra cosa que evidencia que las colecciones concentran su atención únicamente en la adquisición de conceptos y su mero reconocimiento, atendiendo en mucho menor grado a su puesta en juego: no sólo hay un bajo porcentaje de problemas de aplicación, sino de búsqueda.* El

análisis de la evolución por cursos de los problemas de búsqueda, conjuntamente con los de aplicación, más visible en algunos temas como *automatización de operaciones y figuras planas*, confirma este hecho. Cuando el tema aparece hay más problemas de búsqueda porque los problemas, al estar situados en ese punto del curriculum en particular, hay que clasificarlos como «de búsqueda» ya que todavía no se dispone del conocimiento de los conceptos, algoritmos y hechos que los resuelven. No obstante, en el seguimiento del tema cabría esperar que aumentara su número (ahora ya de tal tipo no sólo por su situación en el interior del curriculum) y el de *problemas de aplicación*, lo que no sucede, indicando que, alcanzado el objetivo perseguido (que se limita al plano conceptual), el tema es abandonado a su suerte.

No es irrazonable suponer que la causa de tal situación radique en el diseño del curriculum en función de unos objetivos, perfectamente prefigurados en algunas taxonomías, que hay que evaluar, en los que predominan: reconocer, recordar, distinguir..., más fáciles de evaluar que: explorar, conjeturar, combinar...; estos últimos, que se encuentran en un nivel superior en las taxonomías, son los propios de la educación matemática y probablemente también son perseguidos, pero casi no se encuentran reflejados en los problemas. Y, en este sentido, el análisis de los resultados de la distribución por tipos no haría sino confirmar la idea de Freudenthal (1978) de la inadecuación de las taxonomías de objetivos para embotellar los curricula matemáticos.

Por otro lado, la dependencia de las distribuciones por tipos de problemas de las distintas colecciones es natural. Ahora bien, el hecho de que coincidan algunas de ellas precisamente en los tipos *ejercicios de reconocimientos y algorítmicos* podría apuntar el sentido en el que realmente operan las orientaciones ministeriales.

La distribución de los problemas por temas, aparte de señalar el modo y manera en que cada colección entiende y organiza el curriculum, en cuya discusión no entramos, permite otras consideraciones de la mayor importancia.

Así, la colección de mayor difusión según nuestra encuesta (C1) dedica sólo el 15'99%, esto es, 234 problemas en todo el ciclo, a la *automatización de operaciones* (suma, resta...). Esto explica lo que todo el mundo sabe y comenta: que «Juanito no sabe sumar» (Kline, 1976). El resto de las colecciones, aunque dediquen a esta actividad el máximo tanto por ciento, tampoco puede decirse que, en números absolutos, den a Juanito suficientes oportunidades como para tener éxito, dado que como ya ha sido señalado, el número de problemas que proponen es pequeño. La única excep-

ción la constituye C4, usado apenas en el 1% de los colegios que se encuestaron, que le dedica 1.335 problemas. Naturalmente que puede argüirse que la cantidad de problemas de sumas, restas, etc. que realiza cualquier alumno nada tiene que ver con la que se encuentra en los libros de texto, dado que el niño resuelve otros problemas que le plantea el maestro, o utiliza otras colecciones de problemas aritméticos de las existentes en el mercado como refuerzo, bien bajo dirección bien por su propia cuenta, o bien como recuperación de los meses veraniegos. En todo caso, argumentos de este tipo únicamente pueden tenerse en cuenta en este tema, ya que de otros, quizá con menos tradición educativa, no pueden encontrarse en el mercado con tanta facilidad colecciones de problemas, y, a la luz de los datos aportados por Gimeno (1980), no parece que los maestros sean tan independientes de los libros de texto en sus actividades docentes. Lo que no puede decirse de esta actividad suplementaria, repetición mecánica necesaria, es que desentrañe los mil y un misterios y pasos mágicos que contienen los algoritmos o que tienda a explorar otros, o que se introduzca en el campo de los algoritmos ultrarrápidos como hace Gómez (1983).

Con los temas que constituyen novedad hay que tener al menos una cierta prevención, incluso si ya ha transcurrido cierto tiempo desde que lo son. El caso de *conjuntos y relaciones* es explícito: el manejo de la terminología precisa del 40'5% de los problemas. Puede uno preguntarse para qué y para quién son necesarios tales términos sólo puestos en juego de un modo creativo en el 7'66% de los problemas, con lo que el tema queda reducido a mera palabrería. Aunque este comentario parezca ocioso a estas alturas, las actividades modélicas sugeridas, p.e., «¿Cómo se llama la línea que encierra los elementos de un conjunto cuando se representa en un diagrama de Venn?» para cubrir el objetivo 1.1.1. de los recientes programas renovados, dejan bien claro que el asunto no ha quedado zanjado todavía.

Eso también nos enseña, aunque en otro sentido, que la fascinación por lo nuevo, la moda de los curricula desarrollados sobre problemas que nos puede caer encima desde Boston (Burton, 1980), u otras modas que nos traigan desde el MIT, con espíritu redentor al «Hombre del Año», no debe conducirnos, deslumbrados, por los mismos caminos de siempre, sino que es preciso, si parece conveniente y se cree menester estar a la última, mirar el curriculum actual desde el nuevo plano para diseñar las estrategias innovadoras efectivamente posibles.

El tercero de los temas en los que se pone un mayor énfasis, *figuras planas*, está claramente desa-

provechado desde el punto de vista que se estudia en este trabajo, aunque pueda explicarse el alto tanto por ciento de *ejercicios de reconocimiento* por los nombres de figuras geométricas usados en el lenguaje cotidiano. No parece sin embargo que esté desaprovechado para los que plantean cuestiones tales como: «¿Qué forma tiene un plano? ¿Por qué? ¿Qué quiere decir ilimitado?» (actividad para el objetivo 4.1.2.). Como acercarse a la geometría elemental mediante situaciones problemáticas puede verse, p.e., en los trabajos del IOWO (Freudenthal, 1976).

En un plano más general, Butts (1980) describe cómo es posible con sólo modificar los enunciados de los problemas, es decir, mediante una presentación adecuada, que éstos cambien de tipo. Simplemente con el uso de esta técnica la tabla 13 modificaría radicalmente su aspecto.

La discusión de los resultados obtenidos en lo que constituye el centro de este trabajo precisa de unas consideraciones metodológicas previas. Los estudios experimentales que se conocen sobre heurística, siguen generalmente el siguiente patrón: pretest, entrenamiento heurístico, posttest, con lo que se pretende medir las estrategias heurísticas efectivamente usadas, la mejora en la capacidad para resolver problemas derivada del entrenamiento heurístico explícito, la dependencia de diversos factores (conocimientos básicos, estadios piagetianos, etc); véanse, p.e., Lee (1982), Schoenfeld (1979), Webb (1979), Days et al. (1979). En los trabajos teóricos la heurística se refiere únicamente a operaciones mentales que se suponen desencadenadas por sugerencias generales como las descritas en Polya (1965).

En ambos casos, la presencia del sujeto que usa la estrategia heurística o que piensa es crucial. Si se quiere examinar el potencial heurístico del currículum tal como aparece en los libros de texto, el sujeto está ausente. Esto obliga a redefinir el término de estrategia heurística de tal modo que pueda asociarse al problema independientemente de la presencia del resolutor, lo que aquí se ha hecho sustituyéndolo por la solución standard del problema. Correlativamente ha parecido conveniente sustituir el término de «estrategia» por el de «herramienta».

La batería de HH cuya presencia se ha examinado constituye un inventario exhaustivo de las identificadas experimentalmente o encontradas en la literatura, si bien a alguna de las incluidas, como *ensayo y error* o *figura o diagrama*, no proceda estrictamente calificarlas como herramientas, sino más bien como método de exploración y, en ocasiones, resolución en el caso de *ensayo y error*, o como una reformulación muy específica o un esquema de seguimiento del plan (dependiendo de la

fase de resolución del problema en un modelo de conducta observada) en el caso de *figura o diagrama*. No se ha incluido entre las HH la sugerencia heurística «Piense en un problema relacionado», quizá la más familiar, porque, al ser indisoluble del sujeto, no es objetivable en una solución standard.

Las HH que el análisis cualitativo ha mostrado que se encuentran implícitas en los problemas del currículum coinciden, en líneas generales, con las que Lee (1982) ha observado que se usan explícitamente al menos por los alumnos de 4º elemental en USA (léase 4º de EGB), o con las que Suydam (1980) aconseja que se entrene a los alumnos de la escuela elemental. La ausencia más notable, «Look for a pattern», y su natural compañero, «ensayo y error» en otro sentido del aquí considerado, puede comprenderse desde la propia concepción del currículum que parece desdeñar cualquier actitud de observación y experimentación en la actividad matemática, lo que sin duda alguna debe ser tenido en cuenta por quienes en el ciclo superior tienen la misión de introducir al estudio de las ciencias que modelan la naturaleza.

La aparición de un 20% de problemas que contienen HH implícitas al final del ciclo medio, porcentaje nada despreciable, indica que los problemas de matemáticas son en sí mismos ricos en potencial heurístico, esto es, que en lo que Newell (1972) llama el espacio del problema la distancia a la meta es corta y uno se mueve con tranquilidad. Sin embargo, este tanto por ciento relativamente bueno no lo es tanto si se considera que las HH implícitas que aparecen son muy pocas, predominando de forma abrumadora *submetas*. Quizá la gran cantidad de problemas que la contienen se deba a que en la solución standard se utiliza un método general de resolución, el método de análisis y síntesis, en el que las incógnitas auxiliares pueden identificarse con metas parciales o *submetas*. Por tanto, para aprovechar este potencial heurístico convendría profundizar en la instrucción en tal método. Ahora bien, Kalmykova (1975) ha mostrado que presenta dificultades tanto el uso efectivo como la instrucción en él, por lo que ésta debería planearse con cuidado si se quiere aprender que moverse hacia atrás en el espacio del problema conduce a la solución y que otras HH permiten orientar el camino.

El escaso número, por el contrario, de *examen de posibilidades* sorprende por la gran cantidad de actividades de clasificación que son propias del ciclo medio, corroborando de nuevo que el currículum es excesivamente cerrado.

Los test de dependencia para HH de colecciones/cursos vendrían a señalar que cualquier curso es apropiado para *consideración de un caso, examen*

de posibilidad y ensayo y error, que submetas parece precipitado introducirla en 3º y, sin embargo, que en este curso figura o diagrama es la apropiada.

Esto, que se afirma a partir de los datos cuantitativos, puede precisarse al relacionar las HH con los temas del curriculum como se ha hecho con las jerarquías ya descritas en los resultados. La gran similitud en medias de los grupos de temas descritos por las HH que contienen y los grupos de temas descritos por los tipos de problemas parece dar a entender que la atención al desarrollo del potencial heurístico del curriculum no puede estar desligada de un cuidado correlativo de los tipos de problemas que se plantean en él.

Desde nuestro punto de vista, los resultados que se han discutido, que describen lo que hay de potencial heurístico en el curriculum, son el punto de partida y la referencia obligada para toda investigación no ya en el plano implícito, sino en el uso efectivo de HH. En efecto, lo que aquí se ha determinado que está implícito en el curriculum habrá de tenerse en cuenta en cualquier pretest con el que se inicie una investigación sobre la conducta al resolver problemas.

Para acabar, quizá convenga subrayar que las implicaciones para la enseñanza de este trabajo se sitúan en el interior del curriculum y del sistema educativo; por eso, los libros de texto existentes constituyen la base del estudio, conscientes de las limitaciones inherentes a saber que éstos constituyen el reflejo del curriculum dictado y que están a una cierta distancia del efectivamente cursado.

Caben por supuesto otras perspectivas, puede propugnarse la sustitución de los problemas standard por problemas «reales», sea cual sea el significado preciso de ese término, tanto en el interior de un

curriculum dictado por las autoridades educativas como ha hecho en España el Grupo Cero (cuya filosofía original puede verse en Borrás et al. (1975)), como en un sistema de liberalismo curricular (un buen ejemplo es «The Ultimate Course», cuya filosofía puede verse en Rogerson (1980)). Problemas de este estilo no se ha tenido ocasión de examinar en el presente trabajo. No podemos pues verificar si el modelo de resolución de problemas que aquí se utiliza es pertinente para ellos. Lesh (1981) afirma que no, pero sus argumentos (en pocas palabras, que las HH que aquí se consideran son independientes del contenido, y, por el contrario, el proceso de resolución del problemas «reales» depende fuertemente del contenido) nos parecen al menos discutibles.

Por otro lado, se puede pretender incluso un nuevo curriculum: Así, de Hernán (1983) o Grupo Cero (s.f.) parece desprenderse la construcción de un curriculum o de un libro de texto que enfatiza los objetivos de proceso hasta la desaparición, casi total, de otros contenidos. Para tal curriculum los problemas que aquí se han llamado ad hoc son los pertinentes. Sin embargo, en un sistema educativo de curriculum único dictado por las autoridades ministeriales (España, Francia, Italia), las posibilidades de difusión de curricula alternativos son escasas. No es el caso en los sistemas de liberalismo curricular (Inglaterra, USA, Canadá), donde cualquier investigación educativa puede desembocar en un curriculum que compita en el sistema con los demás con sólo contar con la provisión de fondos necesaria.

**Agradecimientos:** La colaboración de los alumnos de tercero de magisterio de la especialidad de ciencias y en especial de los Sres. Carrión, Lapiedra, Martí, Pérez y Peris ha sido de gran ayuda para la realización de este trabajo.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BELL, A.G., 1976, *The Learning of General Mathematical Strategies*. Doctoral Thesis. Shell Center of Mathematical Education. University of Nottingham.
- BORRAS, E. et al., 1975, ¿Para qué las matemáticas?, *Escuela* 75, núm. 2, pp. 1-6.
- BURTON, L., 1980, The Teaching of Mathematics to Young Children Using a Problem-Solving Approach, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 11, pp. 43-58.
- BUTTS, T., 1980, Posing Problems Properly in KRULIK, S., ed. *Problem Solving in School Mathematics. 1980 Yearbook*. (NCTM: Reston, VA).
- DAYS, H.C., WHEATLEY, G.H. and KULM, G., 1979, Problem Structure, Cognitive Level and Problem Solving Performance, *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 10, pp. 135-146.
- FREUDENTHAL, H. et al., 1976, *Five Years IOWO*, (D. Reidel: Dordrecht).
- FREUDENTHAL, H., 1978, *Weeding and Sowing*, (D. Reidel: Dordrecht).
- GIMENO, J., 1980, *Necesidades formativas sentidas por el profesorado para un adecuado ejercicio profesional*. Seminario para el análisis de la identidad de las EEUU de Magisterio y reforma de sus enseñanzas. Segovia, 6-9 de Febrero.
- GOMEZ, B., 1983, *El cálculo aritmético: los algoritmos. Cursos a distancia para el perfeccionamiento del profesorado*. (ICE de la Universidad Literaria: Valencia).
- GRUPO CERO, s.f., *Estrategias, conjeturas y demostraciones*, (ICE de la Universidad Literaria: Valencia).
- HERNAN, F., 1983, *Hacer Matemáticas. Enseñanza de las Ciencias*, vol. 1, pp. 9-14.

# INVESTIGACION Y EXPERIENCIAS DIDACTICAS

- HUGHES, B., 1974, Heuristic Teaching in Mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, vol 5, pp. 291-299.
- KALMYKOVA, Z.I., 1975, *Analysis and Synthesis as Problem Solving Methods. Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics*. (NCTM: Stanford, CA).
- KLINE, M., 1976, *El fracaso de la matemática moderna*. (Siglo XXI: Madrid).
- LEE, K., 1982, Fourth Graders Heuristic Problem Solving Behavior, *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 13, pp. 110-124.
- LESH, R., 1981, Applied Mathematical Problem Solving, *Educational Studies in Mathematics*, vol 12, pp. 235-264.
- LESTER, F.K., 1980, Research on Mathematical Problem Solving, in SHUMWAY, R.J., ed. *Research in Mathematics Education*. (NCTM: Reston, VA).
- NCTM, 1981, *Priorities in School Mathematics. Executive Summary of the PRISM Project*. (NCTM: Reston, VA).
- NEWELL, A. and SIMON, H., 1972, *Human Problem Solving*. (Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ).
- POLYA, G., 1965, *Cómo plantear y resolver problemas*. (Trillas: México).
- POLYA, G., 1967, *La découverte des mathématiques. Vol 2*. (Dunod: Paris).
- ROGERSON, A., 1980, *An Invitation to Participate in Writing a New Mathematics Course*. IV International Congress on Mathematical Education. Berkeley, CA, 10-16 August 1980.
- SCHOENFELD, A.H., 1979, Explicit Heuristic Training as a Variable in Problem Solving Performance, *Journal for Research in Mathematics Education*, vol 10, pp. 173-187.
- SCHOENFELD, A.H., 1982, Measures of Problem Solving Performance and of Problem Solving Instruction, *Journal for Research in Mathematics Education*, vol 13, pp. 31-49.
- SUYDAM, M., 1980, Problem Solving Strategies in School Mathematics, in KRULIK, S., ed. *Problem Solving in School Mathematics. 1980 Yearbook*. (NCTM: Reston, VA).
- WAIN, G.T. and WOODROW, D., eds., 1980. *Mathematics Teacher Education Project*. (Blackie and Son: London).
- WEBB, N.L., 1979, Processes, Conceptual Knowledge and Mathematical Problem Solving Ability, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol 10, pp. 83-93.

Tabla 1

	3º	4º	5º
C1	407	555	506
C2	784	634	822
C3	640	766	791
C4	1068	1088	1026

Tabla 1.- Distribución de los problemas del CM según curso y colección.

Tabla 2

	3º	4º	5º
C1	27.72	37.8	34.46
C2	34.23	29.86	35.89
C3	29.13	34.86	36.00
C4	33.56	34.19	32.24

Tabla 2.- Distribución porcentual por cursos del total de problemas.

Tabla 3

	3º	4º	5º
med.	589	649	678
%	30.23	34.49	35.24

Tabla 3.- Problemas por término medio en cada curso.

Tabla 4

	ER	EA	PA	PB	SP	O
C1	416	587	439	164	3	25
C2	698	693	587	186	1	175
C3	214	869	640	328	34	100
C4	721	876	270	614	129	572

Tabla 4.- Distribución de los problemas de cada colección según tipos.

Tabla 5

	ER	EA	PA	PB	SP	O
C1	29.	26.98	30.61	11.43	.2	1.74
C2	29.82	29.61	25.08	7.84	.04	7.47
C3	9.79	39.77	29.29	15.01	1.55	4.57
C4	22.65	27.52	8.48	19.29	4.05	17.97

Tabla 5.- Distribución porcentual por tipos de los problemas de cada colección.

Tabla 6

	ER	EA	PA	PB	SP	O
C1	38.37	24.68	25.94	8.64	.36	1.98
C2	31.43	31.87	21.34	7.45	.0	7.89
C3	13.83	36.16	28.06	14.09	1.3	6.52
C4	15.44	27.66	9.74	24.26	5.14	17.73

Tabla 6.- Distribución porcentual por tipos de los problemas de 4º curso de cada colección.

Tabla 7

	ER	EA	PA	PB	SP	O
3º	34.39	26.28	27.02	11.07	.0	.49
4º	38.37	24.68	25.94	8.64	.36	1.98
5º	20.94	26.28	36.56	13.43	.19	2.56

Tabla 7.- Distribución porcentual por tipos de los problemas de C1 según cursos.

# INVESTIGACION Y EXPERIENCIAS DIDACTICAS

**Tabla 8**

	CR	NN	AO	FR	MG	LCM	TP	SU	FP	IE	MF	GE
C1	28.51	9.55	15.99	8.49	.01	4.92	1.66	2.27	20.17	3.63	2.42	2.35
C2	13.7	7.28	28.93	7.5	1.12	10.77	8.1	2.41	13.74	1.2	2.37	2.84
C3	14.4	5.89	24.38	12.71	.22	9.32	3.93	1.96	14.26	1.64	8.	3.24
C4	14.56	7.36	42.28	3.89	1.93	9.66	7.16	1.2	9.83	.3	.3	1.5

**Tabla 8.-** Distribución porcentual de los problemas del CM por temas para cada colección.

**Tabla 9**

	CR	NN	AO	FR	MG	LCM	TP	SU	FP	IF	MF	GE
3º	16.09	11.56	41.4	-	-	6.71	6.09	-	16.4	-	-	1.71
4º	15.27	4.17	24.41	13.57	-	14.49	2.61	-	14.49	-	8.74	2.21
5º	12.16	2.94	10.37	22.27	.64	6.4	3.45	5.5	12.29	4.6	13.82	5.5

**Tabla 9.-** Distribución porcentual de los problemas de C2 por temas para cada curso.

**Tabla 10**

	CR	NN	AO	FR	MG	LCM	TP	SU	FP	IF	MF	GE
3º	99	61	160	-	6	49	42	-	55	-	-	11
4º	124	36	167	80	1	83	23	-	88	44	15	21
5º	120	43	115	88	2	26	27	41	105	33	55	17

**Tabla 10.-** Distribución de los problemas por termino medio por temas para cada curso.

**Tabla 11**

	CR	NN	AO	FR	MG	LCM	TP	SU	FP	IF	MF	GE
ER	27.85	8.31	11.52	8.71	1.2	4.	1.4	.6	30.06	1.8	.8	3.7
EA	16.43	8.51	35.77	10.02	.1	7.11	1.4	3.	10.72	2.9	3.2	.8
PA	16.63	5.31	29.85	9.31	.5	10.32	8.11	2.4	9.31	1.5	5.91	.8
PB	13.23	5.61	32.49	5.51	1.	11.93	9.42	2.2	11.73	2.	4.21	.6

**Tabla 11.-** Distribución porcentual media de cada uno de los tipos de problemas según temas.

# INVESTIGACION Y EXPERIENCIAS DIDACTICAS

**Tabla 12**

	CR	NN	AO	FR	MG	LCM	TP	SU	FP	IF	MF	GE
3º	7	1	29	-	1	8	8	-	12	-	-	-
4º	8	3	19	5	-	13	5	-	6	-	1	-
5º	10	6	17	6	-	2	4	4	7	4	8	-

Tabla 12.- Distribución media de los problemas de búsqueda por temas para cada curso.

**Tabla 13**

	CR	NN	AO	FR	MG	LCM	TP	SU	FP	IF	MF	GE
ER	40.79	34.74	10.94	24.84	62.5	11.26	7.79	8.33	50.	23.35	4.61	71.87
EA	27.6	36.44	41.47	37.57	-	32.39	11.68	47.22	24.63	46.66	29.23	15.62
PA	23.92	20.33	33.89	30.57	25.	40.14	58.44	33.33	16.17	16.66	52.3	12.5
PB	7.66	8.47	13.68	7.	12.5	16.19	22.07	11.11	9.19	13.33	13.84	-

Tabla 13.- Distribución porcentual media de los problemas de cada tema según los tipos de problemas.

**Tabla 14**

	AO	SU	LCM	MF	TP	CR	NN	FP	FR	IF	MG	GE
PA	33.89	33.33	40.14	52.3	58.44	23.92	20.33	16.17	30.57	16.16	25.	12.5
PB	13.68	11.11	16.19	13.84	22.07	7.66	8.47	9.19	7.	13.33	12.5	-
EA	41.47	47.22	32.39	29.23	11.68	27.6	36.44	24.63	37.57	46.66	-	15.62
ER	10.94	8.33	11.26	4.61	7.79	40.79	34.74	50.	24.84	23.35	62.5	71.87

Tabla 14.- La tabla 13 reordenada según la organización jerárquica proporcionada por el árbol I (y la correspondiente a tipos de problemas).

**Tabla 15**

	3º				4º				5º				Ind.Cursos			Ind. Col.				Ind.HH
	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4	3º	4º	5º	C1	C2	C3	C4	
CC	-	1	-	-	1	1	1	1	1	1	1	-	1	4	5	2	3	2	1	8
VP	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	-	0	1	1	0	0	1	1	2
MV	-	-	-	-	1	-	1	-	1	1	1	-	0	2	3	2	1	2	0	5
SM	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4	4	3	3	3	3	12
EX	-	-	1	-	-	-	1	1	-	-	1	1	1	2	2	0	0	3	2	5
AN	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0
EP	1	-	1	1	1	-	1	1	1	-	1	1	3	3	3	3	0	5	3	9
RF	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0	0	0	1	0	0	1
ID	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4	4	3	3	3	3	12
EE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4	4	3	3	3	3	12
Totales ...												18	24	24	14	14	20	16		

Tabla 15.- Presencia ausencia de HH en cursos y colecciones. Indices.

Tabla 16

	3º	4º	5º	CM
C1	54	76	102	232
C2	67	53	49	169
C3	77	133	186	396
C4	160	237	207	604

Tabla 16.- Nº de problemas con HH por cursos de cada colección.

Tabla 17

	3º	4º	5º	CM
Pro. Totales	539	699	678	1966
Pro. con HH	63	87	99	249
% (HH P1)	10.7	13.41	14.6	12.67

Tabla 17.- Medias de problemas por curso. Idem. con HH. Porcentajes.

Tabla 18

Colección		$\chi^2$	
a)	C1	11.03	p < .005
	C2	7.71	n.s.
	C3	27.69	p < .001
	C4	36.8	p < .001
Cursos		$\chi^2$	
		$\chi^2$ (C1,C2,C3,C4)	$\chi^2$ (C1,C3,C4)
b)	3º	15.9	p < .001
	4º	107.28	p << .001
	5º	92.01	p << .001

Tabla 18.- Comparación de las distribuciones de problemas con y sin HH. a) Colección-Cursos. b) Curso-Colecciones.

Tabla 19

	3º	4º	5º	CM
CC	0	4	8	12
SM	9	47	55	131
EP	3	4	4	11
FD	8	14	18	40
EE	19	12	12	43

Tabla 19.- Medias de los problemas para cada HH por cursos.

Tabla 20

Colección	$\chi^2$
C1	22.39 p < .005
C2	12.36 n.s.
C3	33.9 p < .001
C4	33.23 p < .001

Tabla 20.- Comparación de las distribuciones de los problemas con HH de cada curso entre las HH consideradas, para las cuatro colecciones.

Tabla 21

	CR	NN	AO	FR	LCMTP	GM
CC	22.22	-	33.33	-	-	44.44
SM	3.96	3.96	42.06	9.52	23.8	16.66
EP	25.	-	25.	-	-	50.
FD	37.14	2.85	8.57	14.28	5.71	31.42
EE	14.63	12.19	26.82	-	7.31	39.02
%Tot	12.78	5.02	32.87	7.76	15.98	25.57

Tabla 21.- Distribución porcentual media de los problemas de cada HH segun temas.

Tabla 22

	AO	LCM TP	FR	NN	GM	CR
CC	3	-	-	-	4	2
EP	2	-	-	-	4	2
EE	11	3	-	5	16	6
FD	3	2	5	1	11	15
SM	55	30	12	5	21	5

Tabla 23

	LCM TP	FR	AO	GM	NN	CR
SM	28	16	47	37	7	11
EP	1	-	2	3	-	4
CC	-	-	3	-	1	2
EE	-	-	1	18	5	7
FD	-	1	-	3	-	25

Tabla 24

	NN	AO	FR	LCM TP	GM	CR
EP	-	-	-	-	-	-
CC	-	-	-	-	5	-
SM	4	61	6	30	8	-
EE	2	24	-	7	10	1
FD	-	2	3	5	1	1

Tabla 25

	AO	LCM TP	FR	GM	NN	CR
FD	12	7	4	28	9	11
CC	9	2	3	17	2	9
EP	5	1	1	18	1	4
EE	14	5	19	56	9	8
SM	56	35	15	16	5	3

Tabla 26

	AO	NN	FR	GM	CR	LCM TP
EP	11	3	-	9	15	6
FD	22	-	9	35	27	12
EP	76	18	9	51	20	22
SM	60	15	3	27	31	104
CC	-	-	-	-	-	2

Tabla 22 a 26.- Distribución de los problemas de cada HH por temas, reordenando según las organizaciones jerárquicas de temas y HH.

Tabla 27

	CR	NN	AO	FR	LCMTP	GM	long. media
CC	2	-	2	-	-	4	2.5
SM	5	-	9	3	11	10	2.3
EP	-	1	-	-	-	-	3
FD	2	2	3	-	-	7	2.6
EE	-	-	1	-	-	1	2

Tabla 27.- Número de secuencias de problemas de cada HH por temas presentes en el CM. Longitud media de las cadenas para cada HH.

Gráfico 1

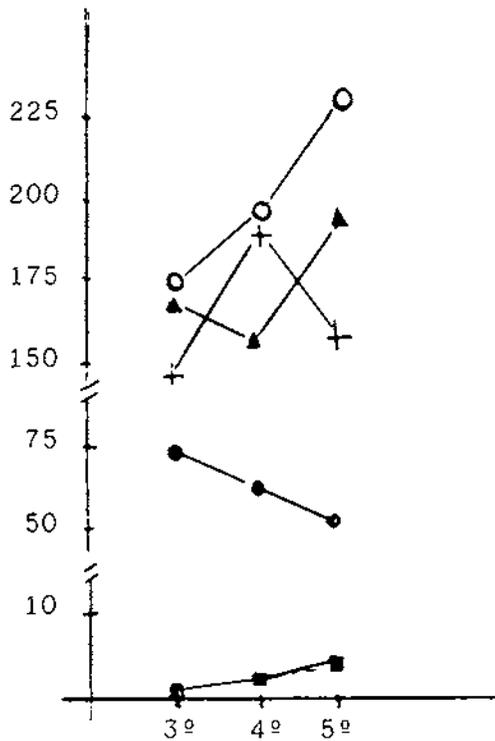


Gráfico 1.- Medias de los problemas de cada tipo en el CM.

(+) ER (O) EA (▲) PA (●) PB (■) SP

Gráfico 2

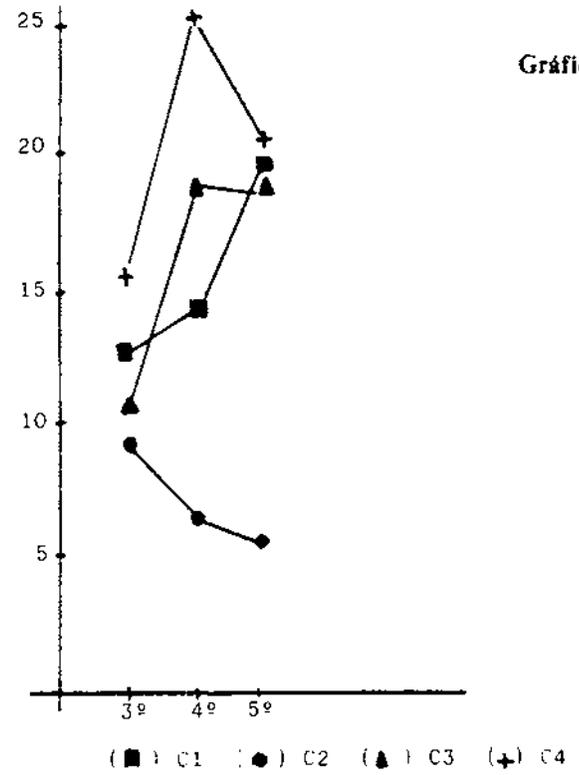
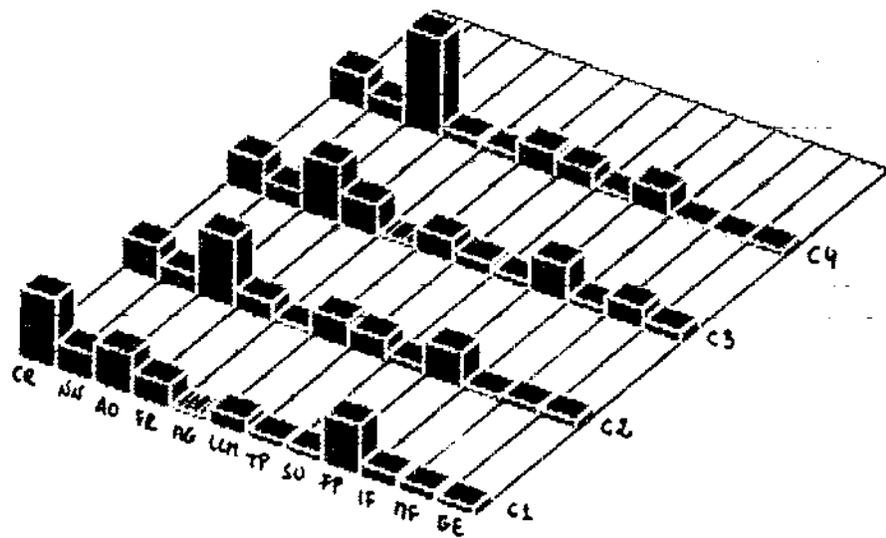


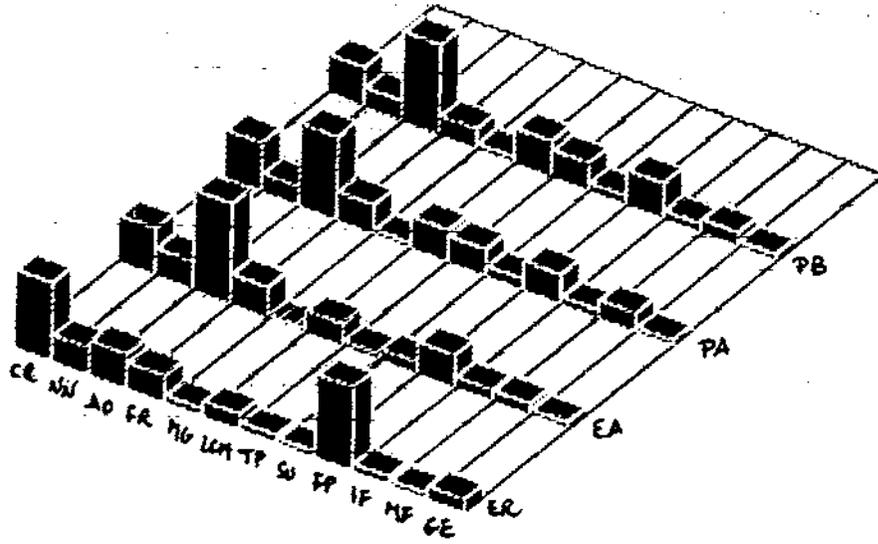
Gráfico 2.- Porcentaje de problemas con HH respecto al total de problemas por curso y colección.

Histograma 1



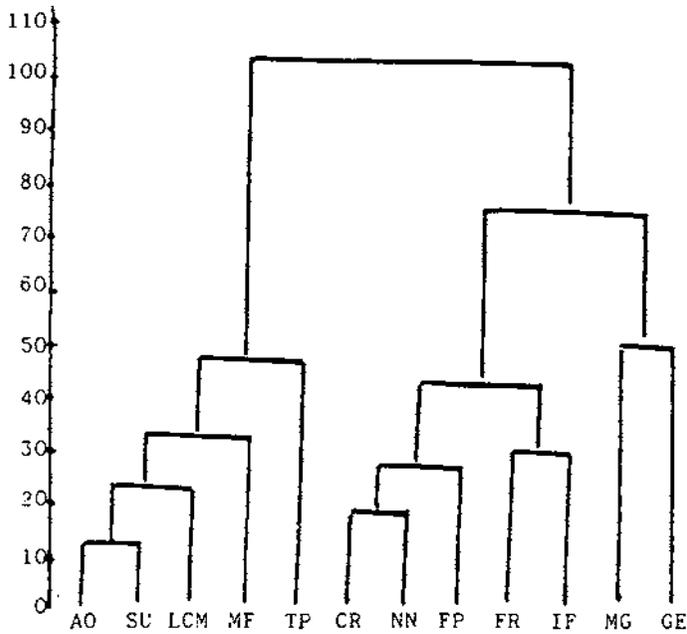
Histograma 1. Distribución porcentual de los problemas del CM por temas para cada colección.

Histograma 2



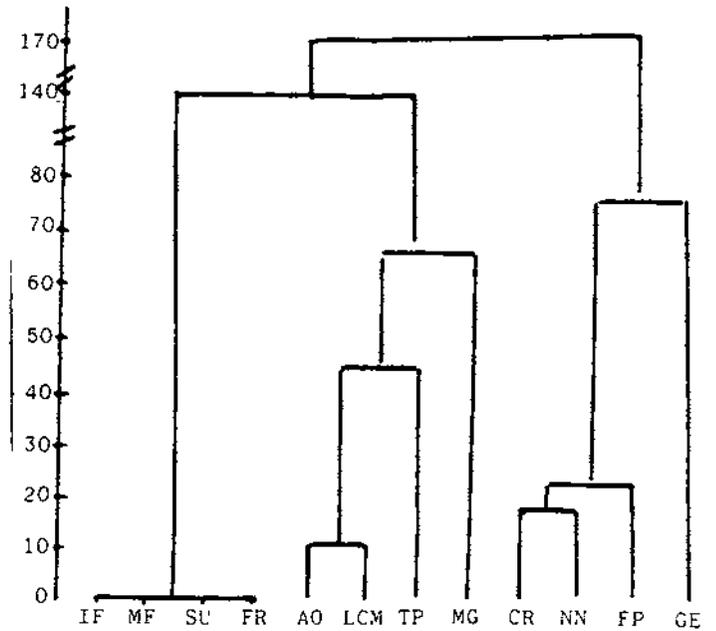
Histograma 2. Distribución porcentual media de cada uno de los tipos de problemas según temas.

Arbol 1



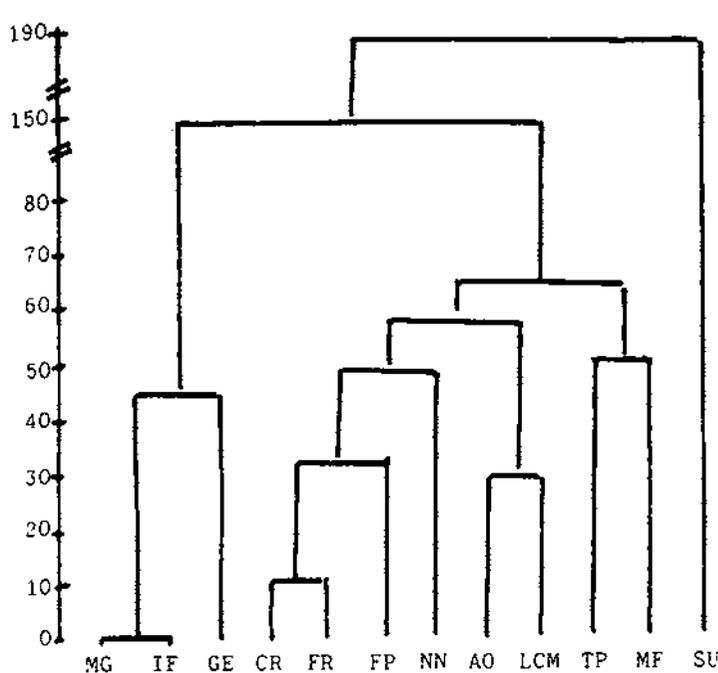
Arbol 1.- Organización jerárquica de los temas descritos por los tipos de problemas que contienen (total del ciclo medio).

Arbol 2



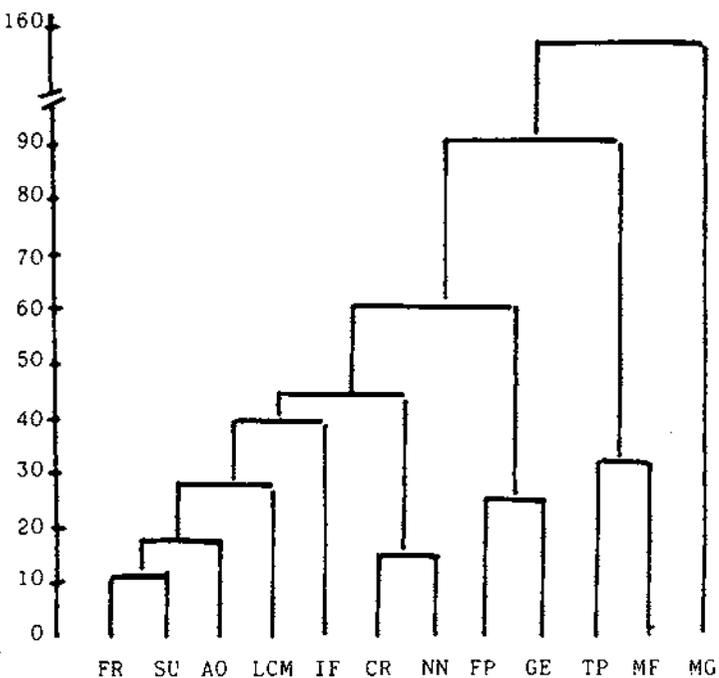
Arbol 2.- Idem. árbol 1 (curso 3°).

Arbol 3



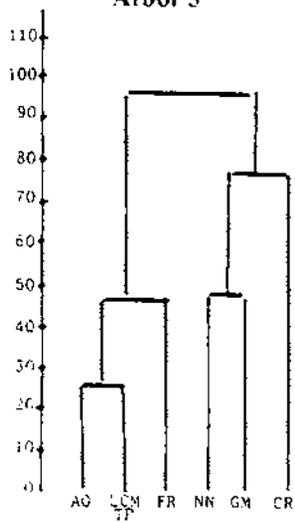
Arbol 3.- Idem. árbol 1 (curso 4º).

Arbol 4

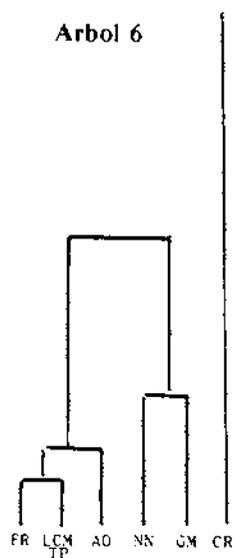


Arbol 4.- Idem. árbol 2 (curso 5º).

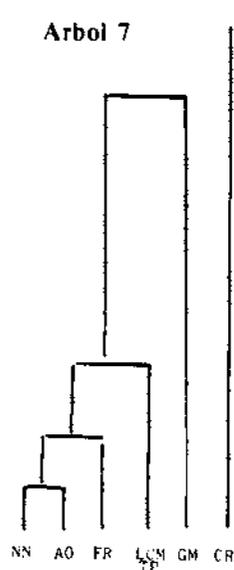
Arbol 5



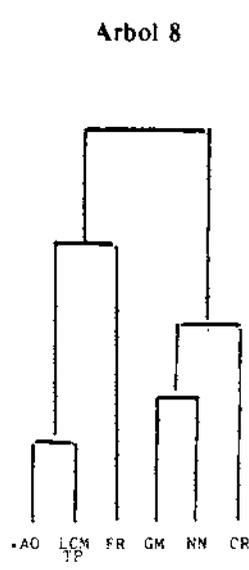
Arbol 6



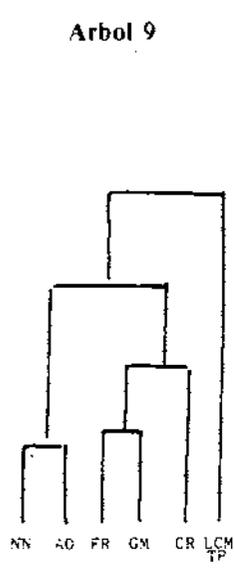
Arbol 7



Arbol 8



Arbol 9



Arboles 5 a 9. Organización jerárquica de los temas descritos por los problemas con HH que contienen (medias, C1, C2, C3 y C4).