UN EJEMPLO DE PROFUNDIZACION EN LOS TRABAJOS PRACTICOS DE FISICA: EN TORNO A LA CAIDA LIBRE EN EL AIRE

AGUSTIN CANDEL ROSELL
JOSE SATOCA VALERO
JUAN B. SOLER LLOPIS

SUMMARY

As un example of laboratory work for advanced pupils, we show how they can study the experimental curve space-time for an object which falls in the air.

INTRODUCCION

La práctica que presentamos es un ejemplo de investigación realizada con alumnos de COU especialmente interesados en profundizar sus estudios de Física. Se trata de un tipo de trabajos que no suelen programarse y que, sin embargo, pueden jugar un papel importante como oferta a los alumnos más preparados o más motivados.

Siguiendo esas directrices, el presente trabajo es el resultado de una pequeña investigación realizada por los alumnos de COU del I.B. de Xàtiva, el curso 1980-81. En el mismo se expone la linea desarrollada y las conclusiones a que se llegó.

Basicamente el problema planteado fué:

"Determinar con una imprecisión menor del 1% el valor de la aceleración de la gravedad existente en el laboratorio".

Se les indicó que podian recurrir a la bibliografia que estimasen oportuna, asi com solicitar el material que precisasen, ya que el mismo se les facilitaria, en la medida de lo posible.

El trabajo "Estudio cinemático de la caida de los cuerpos" (Calatayud, 1980), ya señala el modo más sencillo de resolver el problema, y dicho método ya es utilizado en nuestro Instituto como ejemplo didáctico en 2° de BUP. No obstante allí se nos indica un posible camino para solucionarlo, que fué precisamente el que Galileo soslayó en sus estudios cinemáticos: dejar caer un cuerpo (una pequeña esfera) desde distintas alturas y medir, para cada una de ellas, el tiempo empleado, comprobando si los valores obtenidos se ajustan a la relación prevista entre ambas magnitudes.

Ello suponía una serie de problemas a resolver y, ante el reto planteado, se optó por seguir dicho camino.

DETERMINACION DEL VALOR DE LA ACELERACION DE LA GRAVEDAD. PRIMEROS PROBLEMAS A RESOLVER.

La determinación de g por medida directa (caída libre) conlleva algunos problemas por su valor, relativamente elevado, ya que la altura útil disponible en el laboratorio es de 3 m y el tiempo que tarda en ser recorrida es como máximo de 0,8 s.

Esto suponia un handicap importante. Era necesario disponer de un cronómetro que como minimo tuviese una precisión de ±0,01 s. Como careciamos de él, decidimos construirlo.

El gran desarrollo alcanzado por la electrónica en nuestros días, hace que sea posible medir intervalos de tiempo con elevada precisión. En nuestra experiencia, diseñamos y construimos un reloj digital cuya precisión fue de 0,001 s. Para ello se utilizó el "chip" ICM7045IPI conectado a una bateria de 4,5 voltios que le alimenta y a una pantalla formada por 8 digitos de 7 segmentos que visualiza los resultados de las diferentes medidas.

El reloj se pone en funcionamiento y se para mediante dos relés mecánicos, de modo que al caer el cuerpo, pasa sucesivamente por ambos, conectando el reloj el primero de ellos al ser golpeado y desconectándolo el segundo por idéntico sistema.

El espacio recorrido por el objeto en su caida, es pues, el existente entre los dos relés y corresponde al tiempo de recorrido que nos proporciona la lectura del reloj.

La determinación de g en caída libre en el vacio puede hacerse, conocidos el espacio recorrido y el tiempo utilizado, mediante sustitución directa en la ecuación que relaciona la posición y el tiempo en el M R.U.A.

$$e = \tfrac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \qquad (1)$$

de este modo

$$g = \frac{2e}{t^2} \qquad (2)$$

nos da directamente el valor de dicha aceleración.

Con el fin de mejorar en lo posible el resultado, conviene realizar diferentes medidas para espacios distintos y proceder al ajuste por mínimos cuadrados de la recta

$$e = m \cdot (t^2) \qquad (3)$$

en la que se representa el espacio en función de t^2 y para la que la pendiente m, vale:

$$m = \tfrac{1}{2} \cdot g \qquad (4)$$

de donde

$$g = 2 \cdot m \qquad (5)$$

Con ello, podemos pasar a determinar g. Sin embargo subsiste un problema que no hemos abordado: no estamos en el vacío y por tanto existen fuerzas de rozamiento que actúan sobre la esfera en su caída. ¿En qué medida influyen éstas en nuestros cálculos?

Este problema lo hemos abordado en la segunda parte del presente trabajo. En esta primera obviamos el problema utilizando una bola de pequeño volumen (1,50 cm^3) y masa relativamente elevada (11,78 g), con el fin de disminuir al máximo el efecto creado por el empuje del aire y por la resistencia que éste presenta a ser atravesado. Como ya hemos indicado, en la segunda parte se justifican estas simplificaciones.

Llegado este punto, pasamos a realizar las correspondientes medidas de espacios y tiempos, que se realizaron para cinco intervalos diferentes, tal como se muestra en la tabla 1:

e(m)	t(s)
1,000	0,452
1,500	0,553
2,000	0,639
2,500	0,714
3,000	0,782

tabla 1

El número de medidas realizado en cada caso, fue el necesario para reducir al mínimo la imprecisión.

Realizado el ajuste por mínimos cuadrados $e = f(t^2)$, los resultados obtenidos fueron:

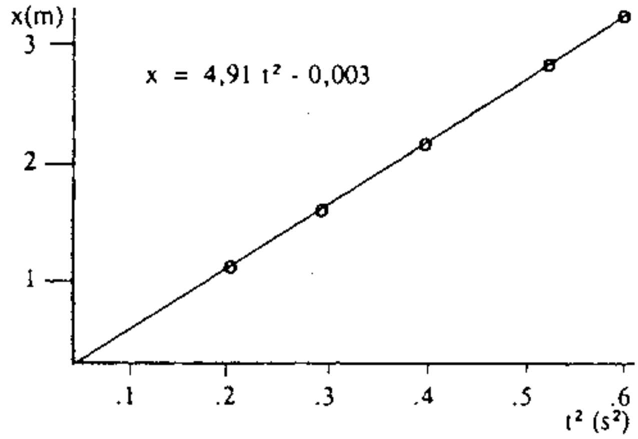
pendiente: $m = 4,9099928\ m/s^2$
ordenada origen: $n = -0,0030355\ m$

por lo que, sustituyendo en la expresión (5), obtenemos para la aceleración de la gravedad, ya con su imprecisión:

$$g = 9,82 \pm 0,04\ m/s^2$$

valor de g acorde con lo esperado al comienzo del trabajo.

En la gráfica 1 puede apreciarse la excelente correlación encontrada entre los puntos experimentales (dentro de los círculos) y la recta ajustada.



Gráfica 1. Ajuste por mínimos cuadrados de los valores experimentales que se indica en el texto.

La imprecisión, tanto de g, como de las magnitudes que se determinen a continuación, ha sido obtenida aplicando el cálculo del error medio, conocido por los alumnos de COU. Creemos en todo caso, que con el fin de afinar los resultados, es conveniente obtener el error cuadrático medio. Sin embargo ello no ha sido posible en COU, al hacerse necesario aplicar derivadas parciales, concepto que no se domina en este curso.

La imprecisión relativa con que viene determinada la aceleración de la gravedad es:

$$er_g = \frac{0,04}{9,82} \cdot 100 = 0,41\%$$

menor del 1% que nos habíamos fijado como objetivo.

LA INFLUENCIA DE OTROS FACTORES. EL PROBLEMA SE COMPLICA:

La determinación de g realizada mediante ajuste de la ec. (1) no es totalmente correcto. Hay dos factores que perturban el experimento: el empuje del aire desplazado y la resistencia que opone éste a ser atravesado, resistencia que es función de la velocidad con que se desplaza la esfera en su seno.

El cálculo de la ecuación $e = f(t)$ vendrá afectado por los dos factores señalados.

Influencia del empuje

Si aplicamos la segunda Ley de Newton a una bola de masa m y radio r, que se mueve en caida libre en un medio de densidad conocida (aire), la expresión:

$$m \cdot a = \sum F_{ext} \qquad (6)$$

se transforma en

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = mg - m'g \qquad (7)$$

donde, m es la masa del objeto, v su velocidad y m ' la masa de fluido desplazada que a su vez es función del volumen del objeto. Con el fin de simplificar los cálculos, utilizamos en todo el trabajo una esfera de radio r.

De la ec. (7) resulta integrando:

$$v = g \cdot (1 - \frac{m'}{m}) \cdot t \qquad (8)$$

y teniendo en cuenta que

$$v = \frac{de}{dt} \qquad (9)$$

sustituyendo (9) en (8) y volviendo a integrar, obtenemos:

$$e = \tfrac{1}{2} \cdot g \cdot (1 - \frac{m'}{m}) \cdot t^2 \qquad (10)$$

Nótese que si nos encontrásemos en el vacio, $m' = 0$ y la exp. (10) se transformaría en la exp. (1).

La expresión (10) corrige el cálculo para la caida libre en un fluido, si no existiesen más factores que perturbasen el sistema.

Influencia de la fuerza de resistencia al avance.

Cuando el movimiento de los cuerpos tiene lugar en el seno de los fluidos (aire, agua, en general) es preciso tener en cuenta las acciones mutuas que aparecen entre los móviles y el medio, ya que estas fuerzas, al superponerse a las directamente aplicadas son causa de que el movimiento sea distinto del que tendría lugar en el vacío (Catalá, 1979).

Se debe a Newton una fórmula aproximada que permite calcular el valor de la fuerza de resistencia al avance que aparece en el movimiento de un cuerpo respecto a un fluido, con velocidad v superior a la crítica; dicha fuerza F_N viene dada por:

$$F_N = \tfrac{1}{2} \cdot K \cdot S \cdot p_a \cdot v^2 \qquad (11)$$

donde K es el coeficiente de forma del objeto (0,4 para una esfera) S la sección del mismo, p_a la densidad del fluido y v la velocidad con que se mueve el sólido.

De acuerdo con esto, la segunda Ley de Newton (6) debe ahora expresarse como:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot g - m' \cdot g - \tfrac{1}{2} \cdot K \cdot S \cdot p_a \cdot v^2 \qquad (12)$$

que tras la correspondiente integración, queda como:

$$v = \left(\frac{A}{B}\right)^{1/2} \cdot \frac{e^{2 \cdot t \cdot (A \cdot B)^{1/2}} - 1}{e^{2 \cdot t \cdot (A \cdot B)^{1/2}} + 1} \qquad (13)$$

donde A y B, valen, respectivamente

$$A = \frac{m - m'}{m} \cdot g \qquad (14)$$

$$B = \frac{K \cdot S \cdot p_a}{2 \cdot m} \qquad (15)$$

operando como en el caso anterior, la ecuación de la posición resulta:

$$e = -\left(\frac{A}{B}\right)^{1/2} \cdot t + \frac{1}{B} \cdot \ln(1 + e^{2 \cdot t \cdot (A \cdot B)^{1/2}}) - \frac{\ln 2}{B} \qquad (16)$$

expresión que relaciona la posición en cada instante con el tiempo transcurrido desde que se soltó.

UN EJEMPLO PRACTICO: CAIDA LIBRE DE UNA ESFERA DE MATERIAL PLASTICO (POREXPAN).

Con el fin de comprobar si la hipótesis de Newton que afirma que la resistencia que ofrece el fluido en régimen turbulento es proporcional a la velocidad al cuadrado, se utilizó el montaje ya descrito para estudiar la influencia de estos nuevos factores en el caso de una esfera de Porexpan.

El Porexpan, plástico expansible de baja densidad (50 kg/m^3 aproximadamente), es el material ideal para nuestro estudio, por el elevado volumen relativo frente a su masa.

Concretamente, utilizamos una esfera de Porexpan de las siguientes características:

$$m = (10{,}7809 \pm 0{,}0001)\ g$$

$$r = (3{,}71 \pm 0{,}01)\ cm$$

De este modo el volumen de la misma, es:

$$V = (2{,}14 \pm 0{,}02) \cdot 10^{-4}\ m^3$$

El criterio de errores utilizado en esta segunda parte es idéntico al de la primera parte del trabajo.

La masa de aire desplazado será:

$$m' = V \cdot \rho_a \qquad (17)$$

con lo que

$$m' = (2{,}59 \pm 0{,}11) \cdot 10^{-4}\ \mathrm{Kg}$$

ya que la densidad del aire en el laboratorio se calculó a 768,85 mm Hg de presión y 20°C (condiciones ambientales), resultando:

$$\rho_a = (1{,}21 \pm 0{,}02)\ \mathrm{kg/m^3}$$

Sustituyendo los valores de cada magnitud en las expresiones (14) y (15), obtenemos

$$A = (9{,}58 \pm 0{,}14)\ \mathrm{m/s^2}$$

$$B = (9{,}7 \pm 0{,}2) \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^{-1}}$$

Ahora pues, tenemos tres ecuaciones que relacionan $e = f(t)$, con distintas consideraciones en cada caso, las ec. (1), (10) y (16).

Si realizamos una serie de medidas experimentales, ¿se ajustan a la ec. (16)? Es decir, ¿la hipótesis de Newton, es correcta?

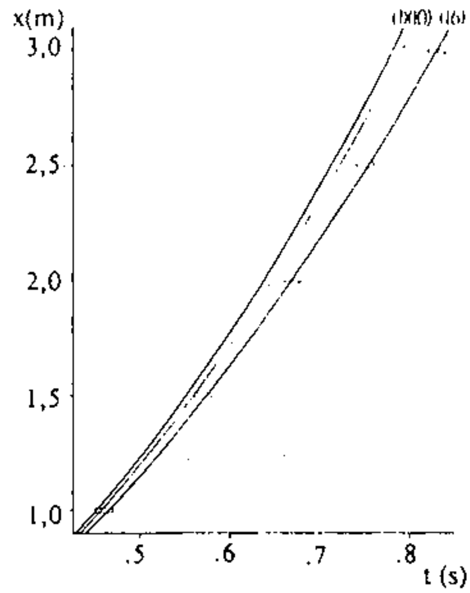
Para comprobarlo realizamos las correspondientes medidas a diferentes alturas. En cada caso fue suficiente tomar tres valores. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 2.

e(m)	t_1	t_2	t_3	t(s)
1,00	0,45	0,46	0,47	0,46
1,50	0,57	0,58	0,57	0,57
2,00	0,67	0,67	0,67	0,67
2,50	0,75	0,75	0,76	0,75
3,00	0,83	0,83	0,83	0,83

Tabla 2. Medidas e-t para esfera de Porexpan.

En la gráfica 2 de la página anterior están representadas en el orden que se indica, las ecuaciones (1), (10) y (16) y los valores experimentales obtenidos, con su correspondiente rectángulo de error.

Nótese la excelente correlación entre dichos valores y la expresión (16) que corresponde a la hipótesis de Newton.



Gráfica 2. Curvas teóricas y datos experimentales correspondientes a la caída libre de una bola de Porexpan.

Conclusiones:

Sobre la determinación directa de la aceleración de la gravedad puede decirse que el método utilizado es adecuado, ya que el problema a superar consistía básicamente en hacer fiable la medida de tiempos, lo que se consigue.

En cuanto a la comprobación de la hipótesis de Newton, los alumnos pueden apreciar la correlación encontrada entre la curva teórica y los valores experimentales obtenidos, que permite dar por buena tal hipótesis de trabajo.

Respecto al trabajo en general, creemos que resulta de cierta entidad para ser trabajado por los alumnos de COU que tengan un manifiesto interés por la Física, en los ratos libres de que dispongan. Son, en definitiva, un complemento necesario de prácticas más sencillas, como las descritas por el equipo de Rosa Sensat (1980), Barr (1971) y Averbuj (1981) y se insertan en la orientación de las prácticas como investigaciones (Calatayud et Al 1980).

BIBLIOGRAFIA

AVERBUJ E. 1981 "Para medir, aparatos y métodos" (Laia, Barcelona).

BARR G. 1971 "Pruebas y juegos científicos" (Kapelusz, Buenos Aires).

CALATAYUD M. L. et al. 1980 "Trabajos prácticos de Física como pequeñas investigaciones" (ICE, Universidad de Valencia).

CATALÁ J. et al. 1979 "Física" (Madrid)

EQUIPO ROSA SENSAT 1980 "Las ciencias experimentales, 7° E.G.B." (Nuestra Cultura, Barcelona).